

Symétries

David London

Université de Montréal

PHY2601

PDF: <http://www.lps.umontreal.ca/~london/london.html>

Les symétries jouent un rôle extrêmement important en physique des particules. Il y a une relation entre les symétries et les lois de la conservation, elles permettent le calcul de quantités physiques sans une théorie sous-jacente, etc. Dans ces cours on étudiera différents aspects de symétries, suivant Griffiths, ch. 4. À la fin je discuterai de la violation CP dans le cadre du modèle standard et la recherche de la nouvelle physique.

Pour résoudre un problème, il est souvent utile de tenir compte de la symétrie. E.g., prenons la fonction

$$f(x) = \frac{1}{x^7 + x^2 \sin x} .$$

Calculez

$$\int_{-2}^{+2} f(x) dx .$$

Réponse: l'intégrale = 0 parce que $f(x)$ est impair.

Étant impair, $f(x)$ possède une symétrie.

Définition: si on applique une transformation à un objet (une fonction, une forme, l'univers, etc.) et l'objet reste invariant, la transformation correspond à une symétrie.

(i) $f(x)$ impair: $-f(-x) = f(x)$,

(ii) $f(x)$ pair: $f(-x) = f(x)$.

Question: le processus $e^+e^- \rightarrow pp$, est-il permis ou non?

Théorème de Noether

L'importance fondamentale de symétries: le théorème de Noether (1917):

Chaque symétrie de la Nature implique une loi de conservation.

Également, chaque loi de conservation reflète une symétrie sous-jacente.

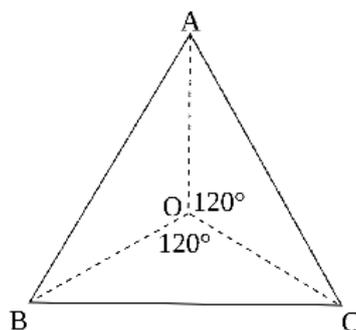
Exemples:

- les translations dans l'espace \leftrightarrow la conservation de l'impulsion,
- les translations dans le temps \leftrightarrow la conservation de l'énergie,
- l'invariance sous des rotations \leftrightarrow la conservation du moment angulaire,
- l'invariance de jauge \leftrightarrow la conservation de la charge électrique.

\implies Si on veut comprendre la Nature, il faut comprendre les symétries.

Théorie des Groupes

Triangle équilatéral:



Quelles sont les symétries? (Indice: il y en a 6.)

- Une rotation (sens horaire) par 0° (I), $+120^\circ$ (R_+) ou -120° (R_-),
- Une réflexion à travers l'axe OA (R_N), OB (R_{SO}) ou OC (R_{SE}).

Remarque: ces opérations mènent à un triangle avec les coins dans l'ordre (sens horaire) ACB (I), BAC (R_+), CBA (R_-), ABC (R_N), CAB (R_{SO}), BCA (R_{SE}). Ce sont les six permutations de A, B, C .

L'ensemble de symétries forme un groupe. Un groupe \mathcal{G} possède 4 propriétés:

- 1 Fermeture: si $A, B \in \mathcal{G}$, AB l'est aussi.
- 2 Identité: \exists un élément I tel que $AI = IA = A$ pour tout $A \in \mathcal{G}$.
- 3 Inverse: pour tout $A \in \mathcal{G} \exists$ un A^{-1} tel que $AA^{-1} = A^{-1}A = I$.
- 4 Associativité: $(AB)C = A(BC)$ pour $A, B, C \in \mathcal{G}$.

Question: pour chaque élément du groupe du triangle équilatéral ($I, R_+, R_-, R_N, R_{SO}, R_{SE}$), quel est son inverse? $I^2 = R_N^2 = R_{SO}^2 = R_{SE}^2 = I$, $R_+R_- = I$.

Le nombre d'éléments dans un groupe peut être fini (e.g., le triangle équilatéral) ou infini (e.g., les entiers avec l'addition comme opération).

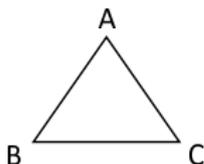
Les éléments de \mathcal{G} ne doivent pas nécessairement commuter: $AB \neq BA$ est permis. Si tous les éléments commutent (e.g., translations dans l'espace et dans le temps), le groupe est *abélien*. Sinon (e.g., rotations en 3 dimensions), il est *non-abélien*.

Question: le groupe d'entiers + l'addition, est-il abélien ou non-abélien?

Même question pour le groupe du triangle équilatéral.

Opérations sur le triangle équilatéral:

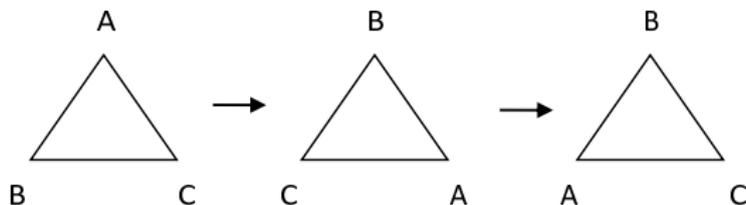
Triangle:



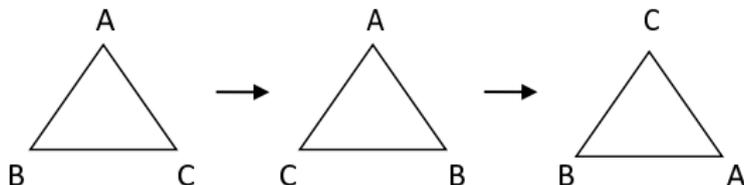
R_+ : rotation de 120° dans le sens horaire

R_N : réflexion à travers l'axe vertical

(i) D'abord R_+ , ensuite R_N :



(ii) D'abord R_N , ensuite R_+ :



Matrices

La plupart des groupes d'intérêt pour la physique des particules ont comme éléments des matrices (avec la multiplication comme opération).

E.g., prenons le quadrivecteur $x^\mu = (ct, x, y, z)$ en relativité restreinte. Le groupe de Lorentz comprend des rotations et des transformations de Lorentz, qui sont des matrices agissant sur x^μ .

Les rotations n'impliquent que x, y, z . Par exemple, une rotation dans le plan x - y a la forme

$$R_{xy}(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

Pour une transformation de Lorentz dans la direction \hat{z} , on a

$$ct' = \gamma(ct + \beta z)$$

$$x' = x$$

$$y' = y$$

$$z' = \gamma(z + \beta ct)$$

$$\Lambda^\mu{}_\nu = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & \beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}.$$

Un autre groupe important est $U(n)$, qui comprend les matrices $n \times n$ unitaires ($U^\dagger = U^{-1}$). Si les matrices ont le déterminant = 1 $\implies SU(n)$ (S = spécial).

$O(n)$ est le groupe de matrices $n \times n$ orthogonales ($O^T = O^{-1}$). Si le déterminant = 1 $\implies SO(n)$, ce qui est le groupe de rotations en n dimensions.

$SO(3)$ est le groupe de symétrie de rotations en 3 dimensions. Cette symétrie est reliée à la conservation du moment angulaire orbital.

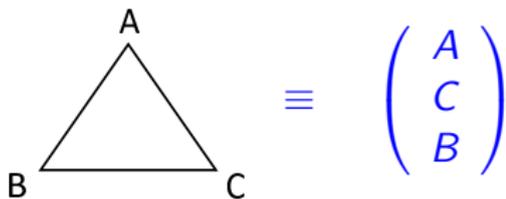
Remarque: $SU(2)$ est le groupe le plus important en physique des particules. Il est presque identique au groupe $SO(3)$. Donc: quand on étudiera le moment angulaire, on trouvera essentiellement des propriétés de $SU(2)$.

Pour chaque groupe, on peut faire un lien entre les éléments et des matrices. C'est-à-dire, si $O_1 O_2 = O_3$, les matrices associées aux éléments obéissent à $M_1 M_2 = M_3$. On appelle ceci une *représentation*.

Chaque groupe a plusieurs représentations, de dimensions différentes. Dans la représentation triviale, tous les éléments sont associés au chiffre 1 (une matrice 1×1). Si \mathcal{G} est un groupe de matrices, la représentation fondamentale consiste des matrices mêmes. Mais il y a d'autres représentations. Par exemple, $SU(2)$ a des représentations de dimension 1 (triviale), 2, 3, 4, ...

Application au groupe du triangle équilatéral (Griffiths, prob. 4.3):

a) Trouvez une représentation 3×3 du groupe. Méthode: il y a 6 éléments: $\{I, R_+, R_-, R_N, R_{SO}, R_{SE}\}$. On définit (sens horaire)



Pour chaque élément R , trouvez la matrice $D(R)$ via

$$\begin{pmatrix} A' \\ C' \\ B' \end{pmatrix} = D(R) \begin{pmatrix} A \\ C \\ B \end{pmatrix} .$$

Rappel: les opérations des éléments mènent à un triangle avec les coins dans l'ordre (sens horaire) ACB (I), BAC (R_+), CBA (R_-), ABC (R_N), CAB (R_{SO}), BCA (R_{SE}).

$$I \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, R_+ \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, R_- \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$R_N \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, R_{SO} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, R_{SE} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Vérification: "si $O_1 O_2 = O_3$, les matrices associées aux éléments obéissent à $M_1 M_2 = M_3$." E.g., page 8: $R_N R_+ = R_{SE}$, $R_+ R_N = R_{SO}$. Est-ce vrai?

Oui:

$$R_N R_+ = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = R_{SE},$$

$$R_+ R_N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = R_{SO}.$$

b) Comme tout autre groupe, le groupe du triangle équilatéral a une représentation triviale, où tous les éléments sont associés au chiffre 1 (une matrice 1×1). Ce groupe a une autre représentation unidimensionnelle où tous les éléments ne sont pas associés au chiffre 1. Quelle est cette représentation unidimensionnelle non-triviale?

Indice #1: les opérations des éléments mènent à un triangle avec les coins dans l'ordre (sens horaire) ACB (I), BAC (R_+), CBA (R_-), ABC (R_N), CAB (R_{SO}), BCA (R_{SE}).

Indice #2: $I^2 = R_N^2 = R_{SO}^2 = R_{SE}^2 = I$, $R_+R_- = I$, $R_NR_+ = R_{SE}$, $R_+R_N = R_{SO}$, $R_{SE}R_{SO} = R_-$, etc.

ACB , BAC et CBA sont cycliques en A, C, B ; ABC , CAB et BCA sont anticycliques en $A, C, B \implies$ cyclique $\rightarrow 1$, anticyclique $\rightarrow -1$
 $\implies I, R_+$ et R_- sont associés au chiffre 1, R_N, R_{SO} et R_{SE} sont associés au chiffre -1 .

Moment Angulaire

Deux types: (i) le moment angulaire orbital (\vec{L}) avec états propres $|l m_l\rangle$ et (ii) le spin (\vec{S}) avec états propres $|s m_s\rangle$. l prend des valeurs entières 0, 1, 2, ..., tandis que s peut être demi-entier: 0, $\frac{1}{2}$, 1, $\frac{3}{2}$, ... Une particule donnée peut avoir n'importe quelle valeur de l , mais son spin est fixe (e.g., l'électron dans l'atome d'hydrogène). Particules avec spin demi-entier sont des fermions, celles avec spin entier sont des bosons.

Générique: on appelle le moment angulaire \vec{J} , avec états propres $|J M\rangle$:

$$\vec{J}^2 |J M\rangle = J(J+1)\hbar^2 |J M\rangle ,$$

$$J_z |J M\rangle = M\hbar |J M\rangle , \quad M \in \{-J, -J+1, \dots, J-1, J\} ,$$

$$J_{\pm} |J M\rangle = \sqrt{J(J+1) - M(M \pm 1)}\hbar |J M \pm 1\rangle .$$

J_{\pm} : opérateurs d'échelle.

Le spin le plus important est $s = \frac{1}{2}$. Il est utile d'écrire les deux états (spin + et spin -) comme des spineurs à deux composantes:

$$\left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \equiv |+\rangle \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \equiv |-\rangle \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Le spineur le plus général: une combinaison linéaire de spin + et spin -:

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha^2 + \beta^2 = 1.$$

Les spineurs sont des états propres de S_z avec valeurs propres $\pm \frac{1}{2} \hbar$, ce qui implique

$$S_z = \frac{1}{2} \hbar \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

On définit $\vec{S} = \frac{1}{2}\hbar\vec{\sigma}$, où les σ_i sont les matrices de Pauli (hermitiennes):

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

On a

$$S_+ = S_x + iS_y = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$
$$S_- = S_x - iS_y = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

S_{\pm} : opérateurs d'échelle.

Les spineurs ont 2 composantes et sont donc intermédiaires entre les scalaires (1 composante) et les vecteurs (3 composantes). Sous des rotations, les scalaires sont invariants et $\vec{V} \rightarrow \vec{V}' = R\vec{V}$, où R est une matrice de rotation (3×3). Et les spineurs?

On peut montrer que

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{pmatrix} = U(\theta) \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}, \quad U(\theta) = e^{-i(\vec{\theta} \cdot \vec{\sigma})},$$

où $\vec{\theta}$ est \parallel à l'axe de rotation et $|\theta|$ est l'angle de rotation.

$U(\theta)$: l'exposant est une matrice!? Interprétation:

$$e^A = 1 + A + \frac{1}{2}A^2 + \frac{1}{6}A^3 + \dots$$

On peut montrer que $U(\theta)$ est une matrice qui est un élément de $SU(2)$ (représentation de dimension 2). Pas surprenant: les vecteurs sont transformés par la matrice de rotation R , qui est un élément de $SO(3)$ (le groupe de symétrie de rotations en 3 dimensions). Mais $SU(2)$ est presque identique à $SO(3) \implies$ rotations + spineurs requiert $SU(2)$.

Addition de Moments Cinétiques

Question: un électron est dans l'état du moment angulaire orbital $|l m_l\rangle = |11\rangle$ et dans l'état du spin $|s m_s\rangle = |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle$. Ceci correspond à quels états propres du moment angulaire total, où $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$?

Plus général: les états $|j_1 m_1\rangle$ et $|j_2 m_2\rangle$ sont des états propres de $\{\vec{J}_1^2, J_{1z}\}$ et $\{\vec{J}_2^2, J_{2z}\}$, respectivement. Quels sont les états propres de $\{\vec{J}^2, J_z\}$, où $\vec{J} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2$?

Voici les détails principaux de l'addition de moments cinétiques. Les états propres de $\{\vec{J}^2, J_z\}$ sont $|J M\rangle$. Ils sont des combinaisons linéaires de $|j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle$:

$$|J M\rangle = \sum_{m_1, m_2} \langle j_1 j_2 ; m_1 m_2 | J M \rangle |j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle .$$

Les $\langle j_1 j_2 ; m_1 m_2 | J M \rangle$ sont les coefficients de Clebsch-Gordan. Les règles sont: $J = \{|j_1 - j_2|, |j_1 - j_2| + 1, \dots, j_1 + j_2 - 1, j_1 + j_2\}$ et $M = m_1 + m_2$.

Quels sont les états $|J M\rangle$ pour le cas $j_1 = j_2 = \frac{1}{2}$? Règles: $J = 0$ ou 1 et $M = m_1 + m_2$. Les 4 états $|j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle$ sont $|\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\rangle$. On nommera ces états $|m_1 m_2\rangle = \{|++\rangle, |+-\rangle, |-+\rangle, |--\rangle\}$. Les 4 états $|J M\rangle$ sont $\{|11\rangle, |10\rangle, |1-1\rangle, |00\rangle\}$. On cherche la transformation qui relie les états $|m_1 m_2\rangle$ et $|J M\rangle$.

Pour $|11\rangle$, il n'y a qu'un état $|m_1 m_2\rangle$ qui a $m_1 + m_2 = 1$: $|++\rangle$. Donc $|11\rangle = |++\rangle$. (Également, $|1-1\rangle = |--\rangle$.) L'état $|10\rangle$ est donc une combinaison linéaire de $|+-\rangle$ et $|-+\rangle$. Laquelle?

La façon standard de le trouver:

$$\begin{aligned} J_- |11\rangle &= (J_{1-} + J_{2-}) |++\rangle \\ \sqrt{2} |10\rangle &= |-+\rangle + |+-\rangle \\ \implies |10\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|+-\rangle + |-+\rangle] . \end{aligned}$$

L'état $|00\rangle$ est orthogonal:

$$|00\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|+-\rangle - |-+\rangle] .$$

Nous aurions pu utiliser des idées de symétrie. Regardons $(J_{1-} + J_{2-}) |++\rangle$: (i) l'état $|++\rangle$ est symétrique en $m_1 \leftrightarrow m_2$, (ii) $J_{1-} + J_{2-}$ est symétrique en $\vec{J}_1 \leftrightarrow \vec{J}_2$ (et donc en $m_1 \leftrightarrow m_2$). Alors, $|10\rangle$ doit aussi être symétrique en $m_1 \leftrightarrow m_2$. $|00\rangle$ est orthogonal à $|10\rangle$ et doit être antisymétrique en $m_1 \leftrightarrow m_2$.

Remarque: il y a 4 états $|m_1 m_2\rangle$ et il y a 4 états $|J M\rangle$. Donc, l'addition de moments cinétiques est simplement une transformation de base. Pour les états $\{|+-\rangle, |-+\rangle\}$ et $\{|10\rangle, |00\rangle\}$, c'est juste une rotation de 45° dans le plan $|+-\rangle$ - $|-+\rangle$.

On écrit $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0 + 1$. En termes de représentations de $SU(2)$, on écrit $\mathbf{2} \times \mathbf{2} = \mathbf{1} + \mathbf{3}$.

Nous avons trouvé les coefficients de Clebsch-Gordan pour le cas où $j_1 = \frac{1}{2}$, $j_2 = \frac{1}{2}$ et $J = 0$ ou 1 . Tous les coefficients de C-G ont été calculés et se trouvent dans une table (prochaine page).

35. CLEBSCH-GORDAN COEFFICIENTS, SPHERICAL HARMONICS, AND d FUNCTIONS

Note: A square-root sign is to be understood over every coefficient, e.g., for $-8/15$ read $-\sqrt{8/15}$.

Notation:

J	J	\dots
M	M	\dots
m_1	m_2	\dots
m_1	m_2	\dots
\vdots	\vdots	\vdots
\vdots	\vdots	\vdots
Coefficients		

$$1/2 \times 1/2$$

	1		
+1/2	+1/2	1	0
+1/2	-1/2	1/2	1/2
-1/2	+1/2	1/2	-1/2
	-1/2	-1/2	1

$$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$$

$$2 \times 1/2$$

		5/2		
+2	+1/2	1	+3/2	+3/2
+2	-1/2	1/5	4/5	5/2
+1	+1/2	4/5	-1/5	+1/2
		+1	-1/2	3/5
		0	+1/2	-2/5

$$Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\phi}$$

$$Y_2^0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right)$$

$$Y_2^1 = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi}$$

$$Y_2^2 = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin^2 \theta e^{2i\phi}$$

$$1 \times 1/2$$

		3/2		
+1	+1/2	+3/2	1	+1/2
+1	-1/2	1/3	2/3	3/2
0	+1/2	2/3	-1/3	-1/2
		0	-1/2	2/3
		-1	+1/2	1/3

$$3/2 \times 1/2$$

		2		
+3/2	+1/2	1	+1	+1
+3/2	-1/2	1/4	3/4	2
+1/2	+1/2	3/4	-1/4	0
		+1/2	-1/2	1/2
		-1/2	+1/2	1/2

$$2 \times 1$$

		3		
+2	+1	+3	3	2
+2	0	1/3	2/3	3
+1	+1	2/3	-1/3	+1
		+2	-1	1/15
		+1	0	1/8

$$3/2 \times 1$$

		5/2		
+3/2	+1	+5/2	1	+3/2
+3/2	0	2/5	3/5	5/2
+1/2	+1	3/5	-2/5	+1/2
		+3/2	-1	1/10
		+1/2	0	3/5

$$1 \times 1$$

		2		
+1	+1	+2	2	1
+1	0	1/2	1/2	2
0	+1	1/2	-1/2	0
		+1	-1	1/5
		0	0	3/5

		3		
+3	+3	3	2	1
+2	+1	1/3	2/3	3
+1	+1	2/3	-1/3	+1
		+2	-1	1/15
		+1	0	8/15

		3		
+3	+2	3	2	1
+2	+1	1/3	2/3	3
+1	+1	2/3	-1/3	+1
		+2	-1	1/15
		+1	0	8/15

		2		
+2	+2	2	1	1
+1	+1	1	+1	+1
		+1/2	-1/2	1/2
		-1/2	+1/2	1/2
		-1/2	-1/2	-1

		2		
+2	+1	1/2	1/2	2
+1	+1	1/2	-1/2	-1
		+1/2	-1/2	1/2
		-1/2	+1/2	1/2
		-1/2	-1/2	-2

		2		
+1	-1	1/6	1/2	1/3
0	0	2/3	0	-1/3
-1	+1	1/6	-1/2	1/3
		0	-1	1/2
		-1	0	1/2

		3		
+3	+2	3	2	1
+2	+1	1/3	2/3	3
+1	+1	2/3	-1/3	+1
		+2	-1	1/15
		+1	0	8/15

		3		
+3	+2	3	2	1
+2	+1	1/3	2/3	3
+1	+1	2/3	-1/3	+1
		+2	-1	1/15
		+1	0	8/15

$$Y_l^{-m} = (-1)^m Y_l^{m*}$$

$$d_{m,0}^\ell = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} Y_\ell^m e^{-im\phi}$$

$$\langle j_1 j_2 m_1 m_2 | j_1 j_2 J M \rangle = (-1)^{j_1 - j_2} \langle j_2 j_1 m_2 m_1 | j_2 j_1 J M \rangle$$

Rappel: question du début de la section (à la page 19): un électron est dans l'état du moment angulaire orbital $|l m_l\rangle = |11\rangle$ et dans l'état du spin $|s m_s\rangle = |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle$. Ceci correspond à quels états propres du moment angulaire total, où $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$?

Regardons la table des coefficients de Clebsch-Gordan, cherchons $1 \times \frac{1}{2}$. Ensuite, cherchons $|11\rangle |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle$:

$$|11\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}} \left| \begin{matrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{matrix} \right\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \begin{matrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{matrix} \right\rangle .$$

Isospin

Quel est le lien entre l'addition de moments cinétiques et les symétries en physique des particules?

Le proton et le neutron ont presque la même masse:

$$m_p = 938.28 \text{ MeV}/c^2 \simeq m_n = 939.57 \text{ MeV}/c^2 .$$

⇒ suggestion (Heisenberg): il y a une symétrie qui les relie. Ils sont deux composantes d'un doublet:

$$N = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} .$$

Tout comme le spin, on a une symétrie $SU(2)$. Cette symétrie (interne) s'appelle l'*isospin*. Sous l'isospin, $p = |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle$, $n = |\frac{1}{2} -\frac{1}{2}\rangle$.

Remarque: $p = uud$, $n = udd$, ce qui implique que (u, d) est aussi un doublet d'isospin.

D'autres particules possèdent l'isospin. Par exemple,

$$\begin{aligned} \pi : I = 1 & : \pi^+ = |1\ 1\rangle , \quad \pi^0 = |1\ 0\rangle , \quad \pi^- = |1\ -1\rangle , \\ K : I = \frac{1}{2} & : K^+ = \left| \frac{1}{2}\ \frac{1}{2} \right\rangle , \quad K^0 = \left| \frac{1}{2}\ -\frac{1}{2} \right\rangle , \\ \Delta : I = \frac{3}{2} & : \Delta^{++} = \left| \frac{3}{2}\ \frac{3}{2} \right\rangle , \quad \Delta^+ = \left| \frac{3}{2}\ \frac{1}{2} \right\rangle , \\ & \Delta^0 = \left| \frac{3}{2}\ -\frac{1}{2} \right\rangle , \quad \Delta^- = \left| \frac{3}{2}\ -\frac{3}{2} \right\rangle . \end{aligned}$$

La formule Gell-mann–Nishijima: $Q = I_3 + \frac{1}{2}(A + S)$, où A est le nombre baryonique et S l'étrangeté. Elle s'applique au hadrons et au quarks. E.g.,

$$\begin{aligned} \pi^+ & : I_3 = 1 , \quad A = 0 , \quad S = 0 \implies Q = 1 , \\ \Delta^0 & : I_3 = -\frac{1}{2} , \quad A = 1 , \quad S = 0 \implies Q = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0 , \\ s & : I_3 = 0 , \quad A = \frac{1}{3} , \quad S = -1 \implies Q = \frac{1}{6} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{3} . \end{aligned}$$

Évidemment, l'isospin n'est pas une symétrie exacte – les deux particules n'ont pas la même charge – mais l'interaction forte est invariante sous des rotations dans l'espace d'isospin. Ceci a des conséquences dynamiques.

(1) On n'a pas observé $p\bar{p} \rightarrow nn$. Pourquoi?

$$\bar{N} = \begin{pmatrix} \bar{n} \\ \bar{p} \end{pmatrix} .$$

Donc $p\bar{p} \rightarrow nn$ ne conserve pas I_3 total. (Ça ne conserve pas le nombre baryonique non plus.)

(2) Le deuteron est un état lié d'un proton et un neutron. Quel est son isospin? Dans l'espace d'isospin,

$$\begin{aligned}pp &= \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle = |++\rangle = |11\rangle , \\pn &= \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle = |+-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|10\rangle + |00\rangle] , \\nn &= \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle = |--\rangle = |1-1\rangle .\end{aligned}$$

Donc le deuteron est soit l'état $|10\rangle$, soit $|00\rangle$. Mais s'il était $|10\rangle$, il devrait y avoir aussi les états $|11\rangle$ et $|1-1\rangle$. C'est-à-dire, on devrait trouver des états liés de pp et nn .

Ces états ne sont pas observés \implies le deuteron est l'état $|00\rangle$.

(3) On considère la diffusion de deux nucléons en un deuteron et un pion:

$$(a) : p + p \rightarrow d + \pi^+ ,$$

$$(b) : p + n \rightarrow d + \pi^0 ,$$

$$(c) : n + n \rightarrow d + \pi^- .$$

Quel est le rapport des sections efficaces?

Les états d'isospin à gauche sont: (a) $|11\rangle$, (b) $(1/\sqrt{2})[|10\rangle + |00\rangle]$, (c) $|1-1\rangle$. Comme le deuteron a $I = 0$, les états d'isospin à droite sont: (a) $|11\rangle$, (b) $|10\rangle$, (c) $|1-1\rangle$.

Donc

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_a : \mathcal{M}_b : \mathcal{M}_c &= 1 : \frac{1}{\sqrt{2}} : 1 \\ \implies \sigma_a : \sigma_b : \sigma_c &= 2 : 1 : 2 . \end{aligned}$$

Vérifié expérimentalement.

(4) Le π a $l = 1$; son spin = 0. Le ρ est un état excité du π avec spin = 1. Son isospin est aussi $l = 1$, donc il y a 3 états: ρ^+ , ρ^0 , ρ^- . On observe $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ (interaction forte). L'isospin est-il conservé?

Sous l'isospin, le π^+ et le π^- sont des particules identiques, sauf pour un nombre quantique interne différent (I_3). Le π est un boson \implies l'état total de $\pi^+\pi^-$ doit être symétrique sous l'échange $\pi^+ \leftrightarrow \pi^-$. Cet état est le produit d'un état spatial et un état d'isospin.

L'état spatial: le ρ a spin 1, tandis que le π a spin 0 \implies pour conserver le moment angulaire total, le π^+ et le π^- doivent avoir un moment angulaire orbital relatif $\ell = 1$. Mais il y a un facteur $(-1)^\ell$ sous l'échange des deux pions. Donc, l'état spatial est antisymétrique sous $\pi^+ \leftrightarrow \pi^- \implies$ l'état d'isospin doit aussi être antisymétrique.

L'état d'isospin:

$$\begin{aligned}\pi^+ \pi^- &= |11\rangle |1 - 1\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} |20\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |10\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |00\rangle , \\ \pi^- \pi^+ &= |11\rangle |1 - 1\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} |20\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |10\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |00\rangle , \\ \implies \frac{1}{\sqrt{2}} (\pi^+ \pi^- - \pi^- \pi^+) &= |10\rangle .\end{aligned}$$

État initial: $\rho^0 = |1 0\rangle$. Donc l'isospin est conservé.

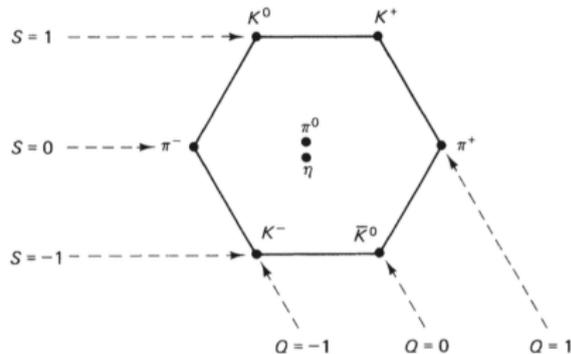
$SU(3)$ de Saveur

Ch. 1.7: La voie octuple: baryons et mésons dans des patrons géométriques: octet et décuplet de baryons, octet de mésons, etc.

Ch. 1.8: le modèle des quarks: les trois quarks u , d , s forment aussi un patron du type de la voie octuple – un triangle. On peut reproduire les patrons des hadrons en formant des mésons ($q\bar{q}$) et baryons (qqq).

Est-ce qu'on peut comprendre ceci du point de vue de symétrie? **Oui!**
L'octet des mésons:

Remarque: l'étrangeté S est sur l'axe vertical et la charge sur un axe diagonal. Quelle propriété des mésons est sur l'axe horizontal?



L'axe horizontal = l'isospin \implies l'octet est une représentation d'un plus grand groupe contenant le $SU(2)$ d'isospin comme sous-groupe. Donc: on étend le $SU(2)$ d'isospin au $SU(3)$ de saveur. (u, d, s) est un triplet de $SU(3)$. Ce triplet comprend un doublet $[(u, d)]$ et un singulet $[s]$ d'isospin.

L'isospin est une excellente symétrie parce que $m_u \simeq m_d$ (les deux sont 5-10 MeV/ c^2 , ce qui est \ll 250 MeV, l'échelle typique d'énergie de l'interaction forte). $SU(3)$ de saveur est une symétrie approximative parce que $m_s \sim 150$ MeV, ce qui est différent de $m_{u,d}$, mais encore plus petit que 250 MeV.

Rappel: (u, d) est un doublet d'isospin $[SU(2)]$. Comme $\mathbf{2} \times \mathbf{2} = \mathbf{1} + \mathbf{3}$, les mésons formés de u, d ont un isospin 1 (π, ρ) ou 0 (ω). Les baryons formés de u, d ont un isospin $\mathbf{2} \times \mathbf{2} \times \mathbf{2} = \mathbf{2} + \mathbf{2} + \mathbf{4}$. Un de ces $\mathbf{2}$ est (p, n) ; le $\mathbf{4}$ est $\Delta^{++,+,0,-}$

On peut faire pareil avec $SU(3)$ de saveur. Mésons formés de u, d, s sont dans des représentations $\mathbf{3} \times \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{1} + \mathbf{8}$ de $SU(3)$. Le $\mathbf{8}$ contient (π^+, π^0, π^-) , (K^+, K^0) , (\bar{K}^0, K^-) , η . Le $\mathbf{1}$ est le η' . Ces neuf particules forment le nonet de mésons discuté dans le Ch. 1.8.

Les baryons formés de u, d, s sont dans des représentations $\mathbf{3} \times \mathbf{3} \times \mathbf{3} = \mathbf{1} + \mathbf{8} + \mathbf{8} + \mathbf{10}$ de $SU(3)$. Un des $\mathbf{8}$ s est l'octet de baryons de spin $\frac{1}{2}$; le $\mathbf{10}$ est le décuplet de baryons de spin $\frac{3}{2}$.

Conclusion: la voie octuple est reliée au $SU(3)$ de saveur.

\exists d'autres saveurs – c, b, t – mais ces quarks sont trop lourds pour être inclus dans une symétrie de saveur. Donc on a $SU(2)$ (l'isospin – une excellente symétrie) ou $SU(3)$ (une symétrie approximative pas mal).

Dans ma recherche, j'utilise $SU(3)$ de saveur très souvent, par exemple pour relier les désintégrations $B \rightarrow \pi\pi$ et $B \rightarrow \pi K$.

Parité: P

La parité, P, est l'opération qui inverse les coordonnées: $x \rightarrow -x$, $y \rightarrow -y$, $z \rightarrow -z$. Sous P, les vecteurs changent de signe: $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$, $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$, etc. Par contre, $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ ne change pas de signe – il est un *pseudovecteur* (ou *vecteur axial*). Également, un scalaire ($= \vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2$) ne change pas de signe sous P. Mais un *pseudoscalaire* ($= \vec{V}_1 \cdot \overrightarrow{PV}_2$) change de signe.

Avant 1950, on croyait que les lois de la physique sont invariantes sous P. Par exemple, les forces électrique et gravitationnelle $\propto 1/|\vec{r}|^2$, ce qui ne change pas sous P. (La force forte est aussi invariante.) Mais les interactions faibles n'avaient pas été testées.

Lee et Yang ont proposé un test qui a été effectué par Wu. La désintégration β $^{60}\text{Co} \rightarrow ^{60}\text{Ni} e^- \bar{\nu}$ a été examinée. Les spins des ^{60}Co étaient alignés – ils pointaient tous dans la même direction. Ce qui a été observé: les e^- étaient émis dans la direction opposée aux spins.

Ceci brise la symétrie de parité. Dans l'univers transformé par P, l'impulsion des e^- et le spin pointe dans la même direction (parce que le spin est un pseudovecteur), ce qui n'est pas observé.

Pour les fermions, on choisit la direction de l'impulsion de la particule pour l'axe de quantification du spin. Si le spin est antiparallèle (parallèle) à la direction du mouvement, la particule est gauchère [L] (droitière [R]). C'est *l'hélicité* de la particule.

Mais on peut changer $L \leftrightarrow R$ si on fait une transformation de Lorentz qui change la direction de l'impulsion. Par contre, on ne peut pas faire ceci pour les neutrinos sans masse \implies leur hélicité est une propriété fondamentale.

Comment mesurer l'hélicité d'un neutrino? On considère $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}$. Dans le référentiel au repos du π^- , les impulsions des μ^- et $\bar{\nu}$ sont opposés. Et comme le π^- a spin 0, les spins des μ^- et $\bar{\nu}$ sont aussi opposés \implies ces particules ont la même hélicité. Mesuré:



Fig. 4.10 Decay of π^- at rest.

Donc, le μ^- est R \implies résultat expérimental:

Neutrinos: L , Antineutrinos: R .

Pourquoi est-ce important? Les neutrinos ressentent seulement la force faible \implies les interactions faibles ne produisent que les neutrinos L (et antineutrinos R). Donc, la parité est brisée de façon maximale.

Comparer avec $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ (désintégration électromagnétique). Les γ sont polarisés de façon circulaire et doivent avoir la même polarisation. On trouve 50% sens horaire, 50% sens antihoraire \implies la force électromagnétique conserve P.

Le groupe de parité contient deux éléments: $\{1, P\}$, avec $P^2 = 1 \implies$ les valeurs propres de P sont ± 1 . Les hadrons sont formés par la force forte. Comme la force forte conserve P, les hadrons doivent être des états propres de P. On peut prendre la parité des $q = +1$ (convention) et on peut montrer que celle des \bar{q} est donc $= -1 \implies$ la parité des baryons ($qqq - \text{spin } \frac{1}{2}$) est $+1$ et celle des mésons ($q\bar{q} - \text{spin } 0$) est -1 . C'est-à-dire, les π , K , etc., sont des pseudoscalaires.

Question: la désintégration $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ est due à l'interaction forte. Nous avons montré que l'isospin est conservé. La parité devrait aussi être conservée. Mais comme le ρ est un vecteur et le π un pseudoscalaire, $P(\rho) = P(\pi) = -1$. La parité est-elle vraiment conservée?

Réponse: oui. Comme on a vu auparavant, le ρ a spin 1 et le π a spin 0 \implies pour conserver le moment angulaire total, le π^+ et π^- doivent avoir un moment angulaire orbital relatif $\ell = 1$. Mais il y a un facteur $(-1)^\ell$ sous une transformation de parité. Donc la parité de l'état final est $= -1$ et la parité est conservée.

Conjugaison de Charge: C

. L'opérateur de la conjugaison de charge, C , change plus que juste la charge. Il change les signes de tous les nombres quantiques d'une particule – la charge électrique, le nombre baryonique, le nombre leptonique, etc. Donc on peut appliquer C à des particules neutres.

La force électrique est proportionnelle à $Q_1 Q_2$, ce qui est invariant sous C . De plus, C change q en \bar{q} , mais la force forte couple également aux q et \bar{q} . Donc, les forces électromagnétique et forte sont invariantes sous C .

C'est différent pour les interactions faibles. Les $|\nu_L\rangle$ et $|\bar{\nu}_R\rangle$ ressentent la force faible. Mais $C |\nu_L\rangle = |\bar{\nu}_L\rangle$ et ce dernier ne ressent pas la force faible. Donc, les interactions faibles brisent C .

L'hélicité n'est pas bien définie pour une particule massive – on peut changer $L \leftrightarrow R$ avec une transformation de Lorentz. Mais en théorie des champs, on peut définir la *chiralité* L et R d'une particule. La chiralité est bien définie pour toute particule, avec ou sans masse, même au repos.

Il s'avèrent que les interactions faibles n'implique que les particules L et les antiparticules R. Par exemple, e_L^- et e_R^+ ressentent la force faible, mais pas e_R^- et e_L^+ . Appliquons P et C à l'état $|e_L^- \rangle$. $P |e_L^- \rangle = |e_R^- \rangle$, ce qui ne ressent pas la force faible. De façon similaire, $C |e_L^- \rangle = |e_L^+ \rangle$, ce qui ne ressent pas la force faible. Donc, les interactions faibles brisent P et C.

Par contre, $CP |e_L^- \rangle = |e_R^+ \rangle$, ce qui ressent la force faible. Donc, les interactions faibles conservent la symétrie combinée CP.

Kaons: K^0 et \bar{K}^0

La paire de particules "étranges" $K^0\bar{K}^0$ est produite dans des interactions électromagnétique ou forte. Les K^0 et \bar{K}^0 se désintègrent via la force faible en particules non-étranges.

Système des kaons: 2 états observés:

$$K_S : \quad \tau_S \sim 10^{-10} \text{ sec} ,$$

$$K_L : \quad \tau_L \sim 10^{-7} \text{ sec} .$$

Désintégrations:

$$K_S \rightarrow \pi\pi \quad CP = + ,$$

$$K_L \rightarrow \pi\pi\pi \quad CP = - .$$

Donc, K_S est CP +, K_L est CP -, et CP est conservé par la force faible.

La Violation CP

Cependant: 1964: la désintégration $K_L \rightarrow 2\pi$ observée. Petit rapport d'embranchement ($\simeq 10^{-3}$), mais violation de CP.

L'origine de cette violation CP est un mystère.

Le Modèle Standard

Il y a plus de 100 ans, il y avait 2 forces (à part la gravité): l'électricité et le magnétisme. On a pu les unifier, grâce à une symétrie entre elles (équations de Maxwell, relativité restreinte \implies symétrie de Lorentz).

Au milieu du 20^{ième} siècle, on connaissait trois forces: la force électromagnétique (photons, ÉDQ), la force faible (W^\pm), la force forte (gluons, CDQ). Dans les années soixante et soixante-dix, une théorie a été proposée pour unifier les forces électromagnétique et faible en une force *électrofaible*. Cette théorie a prédit l'existence du Z^0 (découvert en 1983) et du boson de Higgs (découvert en 2012).

Ensemble, la théorie électrofaible et la CDQ forment le Modèle Standard (MS) de la physique des particules. Il a fait plusieurs prédictions, presque toutes ont été vérifiées.

Au-delà du Modèle Standard

Il n'y a aucun doute que le MS est correct. Cependant, il y a plusieurs raisons de croire qu'il n'est pas complet (comme les lois de Newton):

- un grand nombre de paramètres arbitraires (masses, etc.),
- des questions sans réponse: pourquoi 3 générations?, Q_{em} , pourquoi est-il quantifié?, l'interaction faible, pourquoi est-ce qu'elle n'implique que les particules L?, etc.,
- les 3 forces ne sont pas unifiées, la gravité n'est pas touchée,
- la violation CP,
- la matière sombre.

Il doit y avoir de la physique au-delà du MS – la “nouvelle physique”.

En physique des particules, le but ultime est de trouver la théorie qui unifie toutes les forces et décrit toutes les particules de l'univers. À cette fin, presque toute la recherche dans ce domaine – expérimentale et théorique – vise la découverte de la nouvelle physique (NP).

Par où commence-t-on la recherche de cette NP? Pourquoi pas avec la violation CP? Après tout, sans la violation CP, nous ne serions pas ici aujourd'hui.

Le Big Bang et l'antimatière

Début de l'univers: le Big Bang a libéré énormément d'énergie, ce qui s'est converti en quantités égales de matière et d'antimatière. Ensuite l'univers s'est refroidi et les étoiles, les galaxies, etc. ont été formées. Cependant, ces choses sont constituées presque exclusivement de matière.

Où est allée toute l'antimatière?

Explication: la symétrie qui relie la matière et l'antimatière est CP. Lorsque l'univers se refroidit, les particules collisionnent entre elles, formant ainsi d'autres particules. Si la symétrie CP est brisée de sorte que les processus produisant la matière sont favorisés par rapport aux processus produisant l'antimatière, à la longue, l'antimatière disparaît.

Quelle est l'origine de cette violation CP?

Nous observons la violation CP à basse énergie, dans des processus impliquant les kaons. Le MS fournit une explication de ce phénomène. Mais l'effet dans le MS est trop faible pour expliquer la violation CP dans l'évolution de l'univers. Donc il doit y avoir de nouvelles contributions à la violation CP – la nouvelle physique.

La violation CP observée avec les kaons n'est pas grande, seulement $O(10^{-3})$. Or, les kaons contiennent le quark s , de charge $-1/3$. Le MS prédit qu'il devrait y avoir de grands signaux de la violation CP dans des processus impliquant les mésons B , contenant le quark b , aussi de charge $-1/3$.

Afin de tester cette prédiction – et de chercher la nouvelle physique – deux B factories ont été construits: BaBar (SLAC, ÉU) et Belle (KEK, Japon). Ils ont fait un grand nombre de mesures dans les années 2000. Et actuellement, au LHC au CERN, l'expérience LHCb poursuit l'étude des mésons B .

Vers la Nouvelle Physique?

La violation CP a maintenant été mesurée dans plusieurs désintégrations des $B_d^0/\overline{B_d^0}$, B^\pm et $B_s^0/\overline{B_s^0}$. Malheureusement, nous n'avons observé aucun désaccord avec le MS.

Est-ce qu'il y a d'autres mesures qu'on pourrait utiliser pour chercher la nouvelle physique?

OUI!

$b \rightarrow s\mu^+\mu^-$

1. $B \rightarrow K^*\mu^+\mu^-$ [LHCb (2013, 2016), Belle (2016), ATLAS (2017), CMS (2017)]: distribution angulaire. \exists un désaccord avec les prédictions du MS qui peut atteindre le niveau de 4σ .

2. $B_s^0 \rightarrow \phi\mu^+\mu^-$ [LHCb (2013, 2015)]: rapport d'embranchement, distribution angulaire. Désaccord avec les prédictions du MS au niveau de 3.5σ .

3. $R_K \equiv BR(B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-)/BR(B^+ \rightarrow K^+e^+e^-)$ [LHCb (2014)]:

$$R_K = 0.745_{-0.074}^{+0.090} \text{ (stat)} \pm 0.036 \text{ (syst)}, \quad 1 \leq q^2 \leq 6.0 \text{ GeV}^2.$$

Prédiction du MS: $R_K = 1 \pm 0.01$. Désaccord au niveau de 2.6σ .

4. $R_{K^*} \equiv BR(B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-) / \mathcal{B}(B^0 \rightarrow K^{*0} e^+ e^-)$ [LHCb (2017)]:

$$R_{K^*} = \begin{cases} 0.660_{-0.070}^{+0.110} \text{ (stat)} \pm 0.024 \text{ (syst)}, & 0.045 \leq q^2 \leq 1.1 \text{ GeV}^2, \\ 0.685_{-0.069}^{+0.113} \text{ (stat)} \pm 0.047 \text{ (syst)}, & 1.1 \leq q^2 \leq 6.0 \text{ GeV}^2. \end{cases}$$

MS: $R_{K^*} \simeq 0.93$ (bas q^2), $R_{K^*} \simeq 1$ (moyen q^2). Désaccord: $2.2\text{-}2.4\sigma$ (bas q^2), $2.4\text{-}2.5\sigma$ (moyen q^2).

\exists plusieurs indices de la NP. Mettant ensemble tous les résultats, le désaccord avec le MS est au niveau de $4\text{-}6\sigma$. 😊

L'explication la plus simple: la NP contribue à $b \rightarrow s \mu^+ \mu^-$.

$b \rightarrow cl^- \bar{\nu}_l$

1. $R_{D^{(*)}} \equiv BR(\bar{B} \rightarrow D^{(*)} \tau^- \bar{\nu}_\tau) / BR(\bar{B} \rightarrow D^{(*)} \ell^- \bar{\nu}_\ell)$ ($\ell = e, \mu$) [BaBar (2012, 2013), Belle (2015, 2016, 2017), LHCb (2015, 2017)]:

$$\begin{aligned} R_D &= 0.407 \pm 0.039 \text{ (stat)} \pm 0.024 \text{ (syst)} , \\ R_{D^*} &= 0.304 \pm 0.013 \text{ (stat)} \pm 0.007 \text{ (syst)} . \end{aligned}$$

Prédictions du MS: $R_D = 0.300 \pm 0.010$, $R_{D^*} = 0.252 \pm 0.005 \implies \exists$ désaccords de 2.3σ (R_D) et 3.4σ (R_{D^*}). Ensemble, désaccord de 4.1σ . ☺

2. sept. 2017, LHCb:

$$R_{J/\psi} \equiv \frac{BR(B_c^- \rightarrow J/\psi \tau^- \bar{\nu}_\tau)}{BR(B_c^- \rightarrow J/\psi \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = 0.71 \pm 0.17 \pm 0.18 .$$

Prédiction du MS: $R_{J/\psi} = 0.29$. Le désaccord est de 1.7σ .

\implies suggestion de la NP dans $b \rightarrow cl^- \bar{\nu}_l$ ($l = e, \mu$ et/ou τ).

Actuellement, \exists beaucoup d'excitement et d'activité à propos de ces indices de la NP.

Théorie:

- Construire des modèles de la NP.
 $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$: Z' , LQ; $b \rightarrow cl^-\bar{\nu}_l$: W' , LQ,
- Trouver des façons de distinguer les différents modèles. E.g., violation CP dans $B \rightarrow K^*\mu^+\mu^-$ ($b \rightarrow s\mu^+\mu^-$) ou $\bar{B} \rightarrow D^*\tau^-\bar{\nu}_\tau$ ($b \rightarrow cl^-\bar{\nu}_l$),
- Construire des modèles de la NP qui pourraient expliquer en même temps les données $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$ et $b \rightarrow cl^-\bar{\nu}_l$.

Expériences: chercher d'autres signaux de la NP, soit direct (production de nouvelles particules) ou indirect (désaccord avec le MS dans d'autres processus).

Est-ce qu'on a finalement trouvé la physique au-delà du MS? Histoire à suivre...