

Université de Montréal

**Mesure du rapport d'embranchement et du facteur de forme de la
désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, et détermination de $|V_{ub}|$ avec une technique
de reconstruction relâchée du neutrino**

par
David Côté

Département de Physique
Faculté des arts et des sciences

Thèse présentée à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de Philosophiæ Doctor (Ph.D.)
en Physique

Avril, 2007

© David Côté, 2007.

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Cette thèse intitulée:

**Mesure du rapport d'embranchement et du facteur de forme de la
désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, et détermination de $|V_{ub}|$ avec une technique
de reconstruction relâchée du neutrino**

présentée par:

David Côté

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes:

Viktor Zacek,	président-rapporteur
Paul Taras,	directeur de recherche
Georges Azuelos,	membre du jury
Alain Bellerive,	examineur externe

Thèse acceptée le:

RÉSUMÉ

Cette thèse présente une mesure du rapport d'embranchement et du facteur de forme de la désintégration semileptonique $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, et une détermination exclusive de la norme de l'élément V_{ub} de la matrice CKM avec une technique de reconstruction relâchée du neutrino. Notre mesure est basée sur un échantillon contenant environ 227 millions de paires de mésons $B\bar{B}$ produites par des collisions e^+e^- à l'énergie de la résonance $\Upsilon(4S)$ et enregistrées avec le détecteur *BABAR*, au *Stanford Linear Accelerator Center*. La mesure de $|V_{ub}|$ est importante puisque sa valeur est un paramètre libre du Modèle Standard. De plus, cette mesure présente un vif intérêt en raison de l'actuelle différence de plus de deux écarts types entre la valeur de la mesure directe de $|V_{ub}|$ et sa valeur prédite par le lissage du Triangle d'Unitarité, dans le cadre du Modèle Standard.

La technique de reconstruction relâchée du neutrino développée dans cette thèse consiste à utiliser l'impulsion manquante des événements pour déduire l'impulsion du neutrino de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, sans toutefois utiliser les sélections dites de "qualité du neutrino". Cette nouvelle méthode permet d'obtenir une très haute efficacité de sélection du signal tout en conservant un rapport signal/bruit acceptable. Nous avons ainsi mesuré les rapports d'embranchement partiels de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ dans 12 intervalles de q^2 , la masse invariante au carré du boson $W \rightarrow \ell \nu$, en évaluant la matrice de covariance complète de ces 12 rapports d'embranchement partiels. Cela nous a permis de déterminer le rapport d'embranchement total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ et les paramètres de la forme du spectre de q^2 : α_{BK} et $|V_{ub}f_+(0)|$. Ces deux derniers paramètres sont reliés au facteur de forme $f_+(q^2)$ de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$.

Nous avons obtenu :

$$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu) = (1.46 \pm 0.07_{stat} \pm 0.08_{syst}) \times 10^{-4},$$

$$\alpha_{BK} = 0.52 \pm 0.05_{stat} \pm 0.03_{syst},$$

$$|V_{ub}f_+(0)| = (9.6 \pm 0.3_{stat} \pm 0.2_{syst}) \times 10^{-4},$$

où les deux incertitudes sont expérimentales, statistique et systématique, respecti-

vement. Ces résultats sont plus précis que ceux de toute autre mesure individuelle et ont été obtenus indépendamment de toute hypothèse théorique.

Enfin, en utilisant un calcul théorique récent du facteur de forme de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, pour $q^2 > 16 \text{ GeV}^2$, nous avons obtenu :

$$|V_{ub}| = (4.1 \pm 0.2_{stat} \pm 0.2_{syst}^{+0.6}_{-0.4FF}) \times 10^{-3},$$

où la dernière incertitude provient du calcul théorique de la norme du facteur de forme.

Mots clés : électrofaible, chromodynamique, quark, méson, semileptonique, CKM, Vub, BaBar, CP, antimatière.

ABSTRACT

We report the results of a study of the exclusive charmless semileptonic decay, $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, undertaken with approximately 227 million $B\bar{B}$ pairs collected at the $\Upsilon(4S)$ resonance with the *BABAR* detector. The analysis uses events in which the signal B decays are reconstructed with an innovative loose neutrino reconstruction technique. We obtain partial branching fractions in 12 bins of q^2 , the momentum transfer squared, from which we extract the $f_+(q^2)$ form-factor shape parameters : $\alpha_{BK} = 0.52 \pm 0.05_{stat} \pm 0.03_{syst}$, $|V_{ub}f_+(0)| = (9.6 \pm 0.3_{stat} \pm 0.2_{syst}) \times 10^{-4}$, and the total branching fraction : $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu) = (1.46 \pm 0.07_{stat} \pm 0.08_{syst}) \times 10^{-4}$. Based on a recent theoretical calculation of the form factor in the range $q^2 > 16 \text{ GeV}^2$, we find the magnitude of the CKM matrix element $|V_{ub}|$ to be $(4.1 \pm 0.2_{stat} \pm 0.2_{syst}^{+0.6}_{-0.4FF}) \times 10^{-3}$, where the last uncertainty is due to the normalization of the form factor.

Key words : electroweak, chromodynamics, quark, meson, semileptonic, CKM, V_{ub} , BaBar, CP, antimatter.

TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ	iv
ABSTRACT	vi
TABLE DES MATIÈRES	vii
LISTE DES ANNEXES	xii
LISTE DES FIGURES	xiii
LISTE DES TABLEAUX	xxi
LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES	xxiv
DÉDICACE	xxvii
REMERCIEMENTS	xxviii
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 : ÉLÉMENTS DE THÉORIE	8
1.1 Survol du Modèle Standard	8
1.2 La matrice CKM	12
1.2.1 Rôle et origine de la matrice CKM	13
1.2.2 Paramétrisation de la matrice CKM	18
1.2.3 La violation CP	20
1.3 Pourquoi étudier la matrice CKM?	21
1.3.1 La disparition de l'anti-matière	23
1.3.2 Le Triangle d'Unitarité	24
1.3.3 Questions ouvertes soulevées par le Triangle d'Unitarité	27

1.4	Détermination de $ V_{ub} $ et étude expérimentale de la CDQ non-perturbative avec la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$	33
1.4.1	Description qualitative de la désintégration $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}$. . .	34
1.4.2	Définition quantitative des observables liées à la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$	36
1.5	Calcul du facteur de forme $f_+(q^2)$ avec la CDQ	50
1.5.1	Couplage des interactions fortes	50
1.5.2	Modèles de quarks	52
1.5.3	Règles de Somme sur le Cône de Lumière (RSCL)	53
1.5.4	CDQ sur réseau	54

CHAPITRE 2 : DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL ET ALGORITHMES		
	DE RECONSTRUCTION	59
2.1	Introduction	59
2.2	Production expérimentale de mésons B au <i>Stanford Linear Accelerator Center</i> (SLAC)	63
2.2.1	L'accélérateur linéaire <i>Linac</i>	63
2.2.2	Le collisionneur <i>PEP-II</i>	68
2.3	Mesure des produits des désintégrations de mésons B avec le détecteur <i>BABAR</i>	70
2.3.1	Détecteur de vertex au silicium (SVT)	74
2.3.2	Chambre à dérive (DCH)	78
2.3.3	Reconstruction de la trajectoire des particules chargées . . .	83
2.3.4	Détecteur de lumière Čerenkov à réflexions internes (DIRC) .	86
2.3.5	Calorimètre électromagnétique (EMC)	88
2.3.6	Retour de flux instrumenté (IFR)	93
2.3.7	Identification des particules (PID)	97
2.3.8	Système de déclenchement	102

CHAPITRE 3 : ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE LA DÉSINTÉGRATION $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ AVEC UNE TECHNIQUE DE	
--	--

RECONSTRUCTION RELÂCHÉE DU NEUTRINO

(*BABAR ANALYSIS DOCUMENT* #1313) 105

3.1	Introduction	109
3.1.1	Physics motives	109
3.1.2	Physics observables measured in this analysis	112
3.1.3	Analysis strategy	112
3.2	Data samples	116
3.3	Method	118
3.3.1	Overview of the analysis steps	118
3.3.2	Event selection	119
3.3.3	Reconstruction of the variable $\tilde{q}^2$	133
3.3.4	Extraction of raw signal yields in $\tilde{q}^2$ bins	135
3.3.5	q^2 -unfolding	137
3.3.6	Partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$	141
3.3.7	Total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$	144
3.3.8	Fits of $ V_{ub}f_+(0) $ and the $f_+(q^2)$ shape parameters	145
3.3.9	Tests of QCD calculations	147
3.3.10	Extraction of $ V_{ub} $	148
3.4	Signal extraction fit technique	150
3.4.1	Brief description of the fit technique	151
3.4.2	Optimization of the fit performance	155
3.5	Simulation of the data	157
3.5.1	Use of the simulation in this analysis	157
3.5.2	Corrections applied to the MC simulation	158
3.6	Systematic uncertainties	168
3.6.1	Detector simulation	169
3.6.2	Physical properties of B and D mesons	173
3.6.3	Modelling of the continuum data	178
3.6.4	Fit bias	181
3.6.5	Signal Monte Carlo statistics	187

3.7	Results	188
3.7.1	Special procedure for MC-based results	188
3.7.2	Results and uncertainties based on MC simulation	191
3.7.3	Procedure for real data results - blind analysis	202
3.7.4	Results and uncertainties obtained in real data	202
3.8	Cross-checks	215
3.8.1	Data/MC comparisons	215
3.8.2	Quality checks	226
3.9	Summary	230
3.10	Appendix – Standard definitions and terminology	231
3.10.1	Charged Tracks Lists	231
3.10.2	Neutrino reconstruction four-vectors	231
3.10.3	Terminology of semileptonic decays	232
3.11	Appendix – Optimization of the fit parameters	232
3.12	Appendix – Miscellaneous	237
3.12.1	Early study of the background fit parameters	237
3.12.2	Illustration of the effect of the $f_+(q^2)$ shape parameter on the $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ spectrum.	241
3.12.3	Gaussian variation of the total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ for the main systematic uncertainties.	241
3.12.4	Additional tests on q^2 -unfolding	241

**CHAPITRE 4 : LA REPENDÉRATION DES FACTEURS DE FORME
DES DÉSINTÉGRATIONS EXCLUSIVES $B \rightarrow X \ell \nu_\ell$
(ARTICLE PUBLIÉ DANS *EUROPEAN PHYSICS
JOURNAL C*) 245**

4.1	Introduction	246
4.2	Technique for form factors reweighting	248
4.2.1	Pseudo-scalar versus vector mesons	248
4.2.2	Kinematics of semileptonic decays	248

4.2.3	Form factors	250
4.2.4	Differential decay rates	252
4.2.5	Reweighting the probabilities of generating events among various form factor models	254
4.3	The form factor reweighting software tool	256
4.3.1	Outline	256
4.3.2	Software architecture	256
4.3.3	How to implement new form factor models	259
4.4	Validation of the reweighting technique and its software tool	259
4.4.1	Properties of the generators FLATQ2, PHSP and ISGW2	260
4.4.2	Reweighting of B to pseudo-scalar meson decays	261
4.4.3	Reweighting of B to vector meson decays	262
4.4.4	Validity of the massless lepton approximation	263
4.5	Improvements in measurements of $ V_{ub} $	263
4.6	Conclusions	267

**CHAPITRE 5 : MESURE DU RAPPORT D'EMBRANCHEMENT
ET DU FACTEUR DE FORME DE LA DÉSIN-
TÉGRATION $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, ET DÉTERMINATION
DE $|V_{UB}|$ AVEC UNE TECHNIQUE DE RECONS-
TRUCTION RELÂCHÉE DU NEUTRINO (ARTICLE
PUBLIÉ DANS *PHYSICAL REVIEW LETTERS*) 268**

5.1	Electronic Physics Auxiliary Publication Service (EPAPS)	285
-----	--	-----

SOMMAIRE, CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES 289

BIBLIOGRAPHIE 300

LISTE DES ANNEXES

Annexe I :	MESURE DE L'EFFICACITÉ DE DÉTECTION	
	DES K_L^0 AVEC LE DÉTECTEUR <i>BABAR</i>	310
I.1	Introduction	312
I.2	K_L^0 reconstruction using $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ events	312
I.2.1	Event reconstruction and selection	313
I.2.2	Signal reconstruction using $\Delta m = m_{D^*} - m_{D^0}$	318
I.3	$K^\pm$ sample from charmed decays	320
I.4	K_L^0 reconstruction using $e^+ e^- \rightarrow \phi(K_S^0 K_L^0) \gamma$ events	320
I.5	Cluster shape variables for EMC	320
I.6	Data/MC comparison for EMC cluster shape variables	320
I.7	K_L^0 PID selectors	320
I.8	K_L^0 interactions in the EMC with the $\frac{D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-}{D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-}$ double-ratio	320
I.8.1	Overview of the K_L^0 MC corrections	320
I.8.2	$D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample	323
I.8.3	$D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ sample	326
I.8.4	PDF choice	327
I.8.5	Extraction of p_{K^0} , θ_{K^0} and E_{cal} spectra	334
I.8.6	Correction method : data/MC ratios and double-ratios	335
I.8.7	Systematic errors	343
I.9	MC corrections results for K_L^0 in the EMC	347
I.9.1	How to use the MC corrections in your analysis	347
I.9.2	Average EMC efficiency correction and Ecal scale factor	348
I.9.3	EMC efficiency corrections vs p_{K^0} and θ_{K^0}	348
I.9.4	K_L^0 MC corrections vs E_{cal}	349
I.10	Appendix – K_L^0 reconstruction efficiencies with the $e^+ e^- \rightarrow \phi(K_S^0 K_L^0) \gamma$ sample	355
I.11	Appendix – K_L^0 momentum bias with the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample	355

LISTE DES FIGURES

1.1	Valeurs et précisions actuelles des éléments de la matrice CKM. . .	19
1.2	Illustration des deux principaux diagrammes de Feynman responsables de la désintégration $\bar{B}^0 \rightarrow \psi K_S$	21
1.3	Illustration du Triangle d'Unitarité.	24
1.4	Illustration des contraintes expérimentales du Triangle d'Unitarité. .	26
1.5	Illustration des diagrammes de Feynman “en arbre” et “pingouin”. .	28
1.6	Moyennes mondiales des mesures de $\sin 2\beta$ provenant de diagrammes en arbre et de divers diagrammes pingouins.	29
1.7	Intervalles de variation de $(\sin 2\beta_{ping} - \sin 2\beta_{c\bar{c}})$ prédit par la CDQ pour différents diagrammes pingouins.	30
1.8	Diagramme de Feynman de l'interaction électrofaible d'une désintégration $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}$	35
1.9	Exemple de diagramme de Feynman de l'interaction électrofaible et des interactions fortes d'une désintégration $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}$	35
1.10	Illustration des angles θ_ℓ , θ_V et χ décrivant la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$	42
1.11	Principales prédictions théoriques du rapport d'embranchement différentiel $d\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)/dq^2$, normalisées par $ V_{ub} ^2$	43
1.12	Mesures expérimentales et lissage théorique de la constante de couplage forte $\alpha_S(\mu)$	51
1.13	Orientation des impulsions du pion et des leptons de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ à q_{min}^2 et q_{max}^2	52
1.14	Illustration de la longueur et de l'espacement caractérisant un réseau en CDQ sur réseau.	55
1.15	Comparaison entre neuf quantités mesurées précisément et leur calcul avec la CDQ sur réseau avec et sans simulation des quarks de la mer.	57

2.1	Section efficace de production hadronique en fonction de l'énergie au centre de masse des collisions e^+e^- , autour des résonances Υ	60
2.2	Schéma des accélérateurs du SLAC.	64
2.3	Schéma d'un segment du Linac.	66
2.4	Illustration de l'effet du champ électrique sur les électrons et positrons dans le Linac.	67
2.5	Coupe longitudinale et vue arrière du détecteur <i>BABAR</i>	71
2.6	Relation entre les angles polaires des référentiels du laboratoire et du $\Upsilon(4S)$	72
2.7	Jonction p-n de polarisation inverse.	75
2.8	Vue transversale schématique du SVT.	75
2.9	Vue longitudinale du SVT.	76
2.10	Résolution en z et ϕ de la mesure des impacts avec le SVT.	77
2.11	Vue longitudinale de la DCH.	79
2.12	Vue schématique des cellules de dérive des quatre supercouches intérieures de la DCH.	80
2.13	Courbes isochrones de cellules de dérive des couches 3 et 4 de la DCH.	81
2.14	Mesure de la perte d'énergie différentielle dE/dx dans la DCH en fonction de l'impulsion.	82
2.15	Illustration du point d'approche maximale sur l'axe z où sont définis les cinq paramètres des traces chargées.	84
2.16	Vue schématique des barres de silice et de l'écran de PMTs du DIRC.	87
2.17	Illustration d'une gerbe électromagnétique.	89
2.18	Vue en coupe longitudinale du EMC.	91
2.19	Schéma d'un cristal de CsI(Tl) du EMC.	92
2.20	Vue d'ensemble du IFR, incluant le barril et les bouchons avant et arrière.	95
2.21	Vue en coupe d'un RPC.	96
2.22	Vue schématique d'un LST.	97

2.23	Efficacité d'identification des électrons en fonction de leur impulsion avec l'algorithme <i>PidLHElectrons</i>	100
2.24	Probabilité de fausse identification des pions en électrons en fonction de leur impulsion, avec l'algorithme <i>PidLHElectrons</i>	100
2.25	Efficacité d'identification des muons en fonction de leur impulsion avec l'algorithme <i>muNNTight</i>	100
2.26	Probabilité de fausse identification des pions en muons en fonction de leur impulsion, avec l'algorithme <i>muNNTight</i>	101
2.27	Efficacité d'identification des pions en fonction de leur impulsion avec l'algorithme <i>piLHLoose</i>	101
2.28	Probabilité de fausse identification des kaons en pions en fonction de leur impulsion, avec l'algorithme <i>piLHLoose</i>	101
3.1	Zoomed constraints in the $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ plane not including the angle measurements but $\sin 2\beta$	110
3.2	Feynman diagram of electroweak interactions in a $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}$ decay.	110
3.3	Feynman diagram of electroweak and QCD interactions in a $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}$ decay.	111
3.4	Illustration of the main analysis cuts after all the other cuts have been applied.	122
3.5	Optimization of the $\cos \theta_{thrust}$, $\cos \theta_\ell$, θ_{miss} and M_{miss}^2 cuts as a function of $\tilde{q}^2$	123
3.6	Pion momentum in the Laboratory frame vs true q^2 , for $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal.	126
3.7	Comparison of off-resonance data with continuum MC for $(\vec{p}_{tot} \cdot \hat{z})/(E_{tot})$ in the electron and positron channels.	129
3.8	Illustration of the Y-average frame approximation.	134
3.9	q^2 resolution of $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal obtained in the Y-average and $\Upsilon(4S)$ frames.	136
3.10	True q^2 vs raw $\tilde{q}^2$ for signal MC.	139

3.11 Validation of the q^2 -unfolding procedure with statistically independent signal MC samples.	139
3.12 Signal efficiency as a function of true q^2	143
3.13 ΔE - m_{ES} distributions for various types of events after all selections.	152
3.14 ΔE - m_{ES} 2D binning used in the nominal fit.	156
3.15 $\tilde{q}^2$ binning used in the nominal fit.	156
3.16 Comparison of the ΔE , m_{ES} and $\tilde{q}^2$ distributions obtained in the off- resonance data and simulated continuum, without MC continuum corrections, separately for electrons and muons.	164
3.17 Continuum yields normalized to an area of one in the R16c and R18b datasets, for electrons and muons.	165
3.18 ΔE distributions for signal and background, in the central configu- ration and with an increased level of tracks' and photons' killing.	172
3.19 m_{ES} distributions for signal and background, in the central configu- ration and with an increased level of tracks' and photons' killing.	173
3.20 Two-dimensional gaussian distributions used to vary the heavy quark parameters used in the simulation of the non-resonant $b \rightarrow u\ell\nu$ decays.	177
3.21 Ratio of off-resonance data to MC continuum yields as a function of $\tilde{q}^2$	180
3.22 Ratio of off-resonance data to MC continuum yields as a function of ΔE	182
3.23 Ratio of off-resonance data to MC continuum yields as a function of m_{ES}	183
3.24 Values of the total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu)$ and α_{BK} obtained from 1000 TOY samples.	184
3.25 Pull distributions of the total $B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$ yield and α_{BK}	184
3.26 Pull distributions of the $B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$ yields in three $\tilde{q}^2$ ranges.	185
3.27 Pull distributions of all the fitted yields.	186
3.28 ΔE yield fit projections obtained in 12 $\tilde{q}^2$ bins from a fit of one TOY MC sample to one TOY MC data sample in the central configuration.	193

3.29	m_{ES} yield fit projections obtained in 12 $\tilde{q}^2$ bins from a fit of one TOY MC sample to one TOY MC data sample in the central configuration.	194
3.30	$\chi^2/ndof$ obtained of fits to TOYs MC DATA and PDFs in the central configuration.	197
3.31	Differential decay rate formula fitted to the partial $\Delta\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu, q^2)$ spectrum obtained in the MC simulation.	201
3.32	ΔE yield fit projections obtained in 12 $\tilde{q}^2$ bins from the nominal fit to the real data.	205
3.33	m_{ES} yield fit projections obtained in 12 $\tilde{q}^2$ bins from the nominal fit to the real data.	206
3.34	Differential decay rate formula fitted to the partial $\Delta\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu, q^2)$ spectrum obtained in the real data.	212
3.35	Comparison of Y variables distributions obtained in the off-resonance data and continuum MC simulation.	218
3.36	Comparison of event variables distributions obtained in the off-resonance data and continuum MC simulation.	219
3.37	Comparison of Y variables distributions obtained in the on-resonance data and MC simulation, in the sidebands of ΔE and m_{ES}	220
3.38	Comparison of event variables distributions obtained in the on-resonance data and MC simulation, in the sidebands of ΔE and m_{ES}	221
3.39	Comparison of Y variables distributions obtained in the on-resonance data and MC simulation, in the ΔE - m_{ES} signal region.	222
3.40	Comparison of event variables distributions obtained in the on-resonance data and MC simulation, in the ΔE - m_{ES} signal region.	223
3.41	Comparison of Y variables distributions obtained in the on-resonance data and MC simulation, in the ΔE - m_{ES} signal region.	224
3.42	p_{lepton}^* spectra of data and MC after all selections.	225
3.43	p_{lepton}^* spectra of signal and backgrounds after all selections.	225
3.44	2D binning of the larger ΔE - m_{ES} plane used for a cross-check signal extraction fit.	226

3.45	2D binning of the smaller ΔE - m_{ES} plane used for a cross-check signal extraction fit.	228
3.46	Alternate ΔE - m_{ES} 2D binning with more bins used for a cross-check signal extraction fit.	229
3.47	Alternate ΔE - m_{ES} 2D binning with less bins used for a cross-check signal extraction fit.	229
3.48	Illustration of Hill's $f_+(q^2)$ parametrization for various values of α and δ	242
3.49	Variation of the total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ for its main systematic uncertainties.	243
3.50	$\Delta\mathcal{B}(q^2)/\mathcal{B}$ spectrum obtained without q^2 -unfolding.	244
4.1	Illustration of θ_ℓ , θ_V and χ	249
4.2	XSLKin class diagram	257
4.3	XSLEvtFFWeight class diagram	258
4.4	Generator properties : q^2 (vectors) and $\cos(\theta_V)$	259
4.5	Reweighting of B to pseudo-scalar decays	261
4.6	reweighting of B to vector meson decays	262
4.7	$B \rightarrow S\ell\nu$ validation : q^2 for muons only	263
4.8	ISGW2 vs Ball01 : q^2 , $\cos\theta_V$, P_ℓ	264
4.9	ISGW2 vs Ball01 : $\cos(\theta_\ell)$	265
5.1	Yield fit projections for m_{ES} and ΔE	281
5.2	Partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ spectrum in 12 bins of q^2	283
5.3	Spectre des rapports d'embranchement partiels $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ dans les 12 intervalles de q^2	297
I.1	K_L^0 computed momentum distribution for signal $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ events	315
I.2	D^0 momentum in CM frame (Monte Carlo); dots are signal, solid histogram is background	316

I.3	Event selection : cosine of the K^* helicity angle(a), K^* mass (b); dots are signal,solid histogram is background	317
I.4	Δm distribution for the whole dataset. Green is background, dashed curve corresponds to background plus wide gaussian component for the signal	319
I.5	K_L^0 true momentum spectrum of the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample after all selections.	321
I.6	K_L^0 true polar angle spectrum of the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample after all selections.	321
I.7	Typical Δm fit for the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample in data.	324
I.8	Typical Δm fit for the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample in MC.	325
I.9	Typical Δm fit for the $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ sample in data.	327
I.10	Typical Δm fit for the MC $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ sample	328
I.11	<i>RooDstD0BG</i> + double Gaussian fit to background events only (runs 1-4 MC).	330
I.12	Discarded <i>UnNamedBkg</i> background function + double Gaussian fit to background events only (runs 1-4 MC).	331
I.13	<i>RooDstD0BG</i> + single Gaussian fit to truth-matched signal candi- dates only (runs 1-4 MC).	332
I.14	<i>RooDstD0BG</i> + single Gaussian fit to truth-matched signal candi- dates only (runs 1-4 MC).	333
I.15	<i>sPlot</i> validation : K_L^0 momentum.	335
I.16	<i>sPlot</i> validation : K_S^0 momentum.	336
I.17	<i>sPlot</i> validation : K_L^0 polar angle.	336
I.18	<i>sPlot</i> validation : K_S^0 polar angle.	337
I.19	<i>sPlot</i> validation : K_L^0 <i>Ecal</i>	337
I.20	<i>sPlot</i> validation : p_{K_L} vs <i>Ecal</i>	338
I.21	Average <i>Ecal</i> vs p_{K^0} in truth-matched and <i>sPlotted</i> MC signal. . . .	345
I.22	EMC efficiency corrections vs unfolded and raw p_{K^0}	346
I.23	Analysis-26 runs 1-4 EMC efficiency corrections vs p_{K^0}	349

I.24	Analysis-30 run 5 EMC efficiency corrections vs p_{K^0}	350
I.25	Analysis-26 runs 1-4 EMC efficiency corrections vs θ_{K^0}	350
I.26	Analysis-30 run 5 EMC efficiency corrections vs θ_{K^0}	351
I.27	Analysis-26 runs 1-4 MC corrections to K_L^0 reconstructed energy in the EMC ($Ecal$)	352
I.28	Analysis-30 run 5 MC corrections to K_L^0 reconstructed energy in the EMC ($Ecal$)	352
I.29	2D $sPlot$ of $Ecal$ vs p_{K_L} for runs 1-4 Data and MC (analysis-26). . .	353
I.30	Mean $Ecal$ vs p_{K_L} for runs 1-4 Data and MC (analysis-26).	354
I.31	Data/MC ratio of average $Ecal$ vs p_{K_L} for runs 1-4 Data and MC (analysis-26).	354
I.32	Two mathematical solutions of computed p_{K_L} minus true p_{K_L} for all candidates with $\Delta m < 0.16$ GeV/ c^2	356
I.33	Test of p_{K^0} unfolding with the $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ sample.	357
I.34	Computed p_{K_L} minus true p_{K_L} for candidates below the Δm signal peak.	357
I.35	Test of p_{K^0} unfolding with the $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ sample.	358

LISTE DES TABLEAUX

1.1	Valeurs des nombres quantiques des quarks.	9
1.2	Valeurs des nombres quantiques des leptons.	10
2.1	Sections efficaces de production à $E_{CM} = M_{Y(4S)}$	61
2.2	Principales caractéristiques des catégories de traces du DCT et de tours du EMT.	103
2.3	Efficacité du système de déclenchement pour divers processus phy- siques.	104
3.1	Summary of all signal candidate selections.	120
3.2	Cut flow table.	121
3.3	Sample composition of the ΔE - m_{ES} fit region.	124
3.4	Sample composition of the ΔE - m_{ES} signal region.	124
3.5	Values of the detector response matrix for the $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal. .	140
3.6	Values of the inverse detector response matrix used to unfold the $\tilde{q}^2$ distribution of the signal.	140
3.7	Statistical uncertainty of the raw and unfolded signal yields in each q^2 bin for the real data.	140
3.8	Signal efficiency for each bin of true q^2	142
3.9	Branching fractions used in the SP5/6 MC simulation and in this analysis.	160
3.10	Correlated systematic uncertainties of the PID and tracking effi- ciency weights	169
3.11	Levels of tracks/neutrals killing and associated uncertainties.	171
3.12	Raw fitted yields and their uncertainties from all sources, obtained from MC simulation.	195
3.13	Partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ and total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ and their uncertainties from all sources, obtained from MC simulation.	196

3.14	Covariance matrix of the partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ statistical uncertainties obtained from the MC simulation.	198
3.15	Covariance matrix of the partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ systematic uncertainties obtained from the MC simulation.	199
3.16	α and δ parameter values and uncertainties obtained from a fit of the differential decay rate formula to the partial $\Delta\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu, q^2)$ spectrum.	200
3.17	Raw fitted yields and their relative uncertainties(%) from all sources, obtained from the real data.	207
3.18	Unfolded yields and their relative uncertainties(%) from all sources, obtained from the real data.	208
3.19	Partial and total BF ($\times 10^7$) obtained from real data and their relative uncertainties (%) from all sources.	210
3.20	Correlation matrix of the partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ statistical uncertainties obtained from the real data.	211
3.21	Correlation matrix of the partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ systematic uncertainties obtained from the real data.	211
3.22	χ^2 values and associated probabilities for various QCD calculations.	213
3.23	Values of $ V_{ub} $ derived from the form-factor calculations.	214
3.24	Summary of the results of all the cross-checked performed on real data.	227
3.25	Summary of the non-trivial cut modifications in the cross-checks.	228
3.26	Summary of the main results.	230
3.27	Subset lists of the <i>ChargedTracks</i> list	231
3.28	$\tilde{q}^2$ binning and fit parameters optimization for the total BF.	236
5.1	Values of $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ and their relative errors (%).	282
5.2	Values of $ V_{ub} $ derived from form-factor calculations.	284
5.3	$B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ yields, efficiency (%), $\Delta\mathcal{B}$ (10^{-7}) and their relative errors (%).	286

5.4	Relative errors (%) of the partial and total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ from all sources.	287
5.5	Correlation matrix of the partial $\Delta\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu, q^2)$ statistical errors.	288
5.6	Correlation matrix of the partial $\Delta\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu, q^2)$ systematic errors.	288
5.7	Résumé des principaux résultats de cette thèse.	296
5.8	Comparaison des mesures récentes de $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ et de $ V_{ub} $	296
I.1	Summary of D^* events selection	317
I.2	Summary of Δm fit : a , b and c refer to shape variables in I.1	319
I.3	Summary of $D^* \rightarrow D^0(K^*(K_L^0\pi)\pi)$ events selections	323
I.4	Summary of $D^* \rightarrow D^0(K^*(K_S^0\pi)\pi)$ events selections	326
I.5	Typical systematic errors size obtained with analysis-26 runs 1-4 data and MC with $E_{cal} > 0.05$ GeV. See text for details.	346
I.6	Analysis-26 runs 1-4 average MC corrections to K_L^0 efficiency and energy deposition for various EMC candidates selections.	348
I.7	Analysis-30 run 5 average MC corrections to K_L^0 efficiency and energy deposition for various EMC candidates selections.	348

LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

analysis-24,26,30,31 : versions des logiciels de *BABAR* utilisés pour la production de ntuples avec les données réelles et simulées. Les versions 24 et 26 font partie de la série R16. Les versions 30 et 31 font partie de la série R18.

BAD : “*BABAR* Analysis Document”, note technique interne à la Collaboration *BABAR*.

CDQ : “ChromoDynamique Quantique”, théorie physique décrivant l’interaction forte (voir Secs. 1.1 et 1.5).

CKM : Acronyme de “Cabbibo-Kobayashi-Maskawa”. Dans le Modèle Standard, la matrice CKM paramétrise les changements de saveur des quarks par l’interaction faible (voir Sec. 1.2).

DCH : “Drift CHamber”, composante du détecteur *BABAR* (voir Sec. 2.3.2).

DCT : “Drift Chamber Trigger”, composante du système de déclenchement du détecteur *BABAR* associée à la DCH (voir Sec. 2.3.8).

DIRC : “Detector of Internally Reflected Cherenkov light”, composante du détecteur *BABAR* (voir Sec. 2.3.4).

DONUT : “Direct Observation of NU Tau”, expérience de détection du neutrino τ tenue à Fermilab aux États-Unis.

EMC : “ElectroMagnetic Calorimeter”, composante du détecteur *BABAR* (voir Sec. 2.3.5).

eMicroTight : algorithme d’identification des électrons basé sur des variables similaires à *PidLHElectrons*, mais utilisant des coupures plutôt que des fonctions de vraisemblance.

EMT : “ElectroMagnetic calorimeter Trigger”, composante du système de déclenchement du détecteur *BABAR* associée au EMC (voir Sec. 2.3.8).

IFR : “Instrumented Flux Return”, composante du détecteur *BABAR* (voir Sec. 2.3.6).

LCSR : “Light-Cone Sum Rules”, voir RSCL.

MIT : “Massachusetts Institute of Technology”, importante université américaine.

MNS : voir PMNS.

muNNTight : algorithme d’identification des muons (voir Sec. 2.3.7).

ntuple : base de données informatiques utilisée par le logiciel *root* (<http://root.cern.ch/>).

PEP : “Positron-Electron Project”, collisionneur électron-positron situé au SLAC.

L’anneau PEP-II présentement utilisé pour l’expérience *BABAR* (voir Sec. 2) est le successeur de PEP, qui fut utilisé dans les années 1980.

PidLHElectrons : algorithme d’identification des électrons (voir Sec. 2.3.7).

piLHLoose : algorithme d’identification des pions (voir Sec. 2.3.7).

PMNS : Acronyme de “Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata”. La matrice PMNS paramétrise les changements de saveur des leptons (voir Secs. 1.2 et 1.3.1).

POCA : “POint of Closest Approach”, point où sont déterminés les cinq paramètres décrivant les traces chargées : d_0 , ϕ_0 , ω , z_0 et $\tan \lambda$ (voir Sec. 2.3.3).

QCD : “Quantum ChromoDynamics”, voir CDQ.

R16(c), R18(b) : “Release 16/18”, versions des logiciels de *BABAR* utilisés pour la simulation et la reconstruction des données. Les *releases* R16 ont été utilisées pour les données des runs 1-4 et les simulations SP5 et SP6. Les *releases* R18 ont été utilisées pour les données du run 5 et la simulation SP8.

RSCL : “Règles de Somme sur le Cône de Lumière”, technique de CDQ non-perturbative notamment utilisée pour le calcul du facteur de forme de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, $f_+(q^2)$, pour $q^2 \lesssim 14 \text{ GeV}^2$ (voir Sec. 1.5.3).

run : échantillon de données réelles ou simulées de *BABAR*. Les runs 1-4 couvrent la période allant d’octobre 1999 à juillet 2004. Le run 5 va de avril 2005 à août 2008 (voir Sec. 3.2).

SLAC : “Stanford Linear Accelerator Center”, laboratoire américain où est située l’expérience *BABAR*.

SP5,6,8 : “Simulation Production 5,6,8”, versions des logiciels de simulation de *BABAR*. SP5 fut utilisée pour la simulation des données des runs 1-3 avec la série R16. SP6 fut utilisée pour la simulation des données du run 4 avec la série R16. SP8 fut utilisée pour la simulation des données des runs 1-5 avec la série R18.

SVT : “Silicon Vertex Detector”, composante du détecteur *BABAR* (voir Sec. 2.3.1).

Awake.

Shake dreams from your hair

My pretty child, my sweet one.

Choose the day and choose the sign of your day

The day's divinity.

First thing you see.

A vast radiant beach in a cool jeweled moon

Couples naked race down by its quiet side

And we laugh like soft, mad children. [...]

The music and voices are all around us.

–Jim Morrison

La connaissance brise les chaînes qui nous clouent au sol,

et fait de nous des êtres libres.

Que l'amour soit notre guide vers les paradis vivants !

REMERCIEMENTS

Les circonstances m'empêchent d'écrire le long hommage que méritent les nombreuses personnes sans qui cette thèse n'aurait jamais vu le jour, ou n'aurait pas été la même. Je tiens néanmoins à les remercier en quelques mots brefs, mais sincères.

Merci à mon directeur de thèse, le professeur Paul Taras, de m'avoir donné l'opportunité de travailler avec la Collaboration *BABAR* et de séjourner au SLAC pendant plus de trois ans. C'est une expérience qui a changé ma vision du monde et de la vie, et que j'ai profondément appréciée. Merci de m'avoir fait confiance et de m'avoir donné une grande liberté intellectuelle, tout au long de la thèse. Merci de votre soutien matériel et autre. Merci de votre aide, de vos conseils et de votre temps, surtout au cours de la dernière année où nous avons efficacement fait front commun pour convaincre la Collaboration d'approuver et de publier les résultats présentés ci-après. Je suis fier d'avoir été votre étudiant.

Maman, merci pour tout. Vraiment. Merci pour tes sacrifices, pour ton amour, pour tes encouragements, pour les valeurs que tu m'as transmises, pour les innombrables choses que tu m'as données... même la vie! Merci de m'avoir transmis ton esprit scientifique. Merci aussi pour l'amour de la musique et l'amour de l'amour. Ils embellissent mes joies et me donnent la force de persévérer et de grandir durant les épreuves. Tu as toujours été là pour moi. Tu es extraordinaire. Je t'aime.

Parlant d'amour, merci à celle qui me l'a fait vivre, le grand amour. Sylvie. Merci d'exister. Merci de rire. Merci de m'avoir fait découvrir toutes ces choses si belles, la logique de l'amour, l'harmonie enivrante, la très très haute voltige... Merci de ton enthousiasme à explorer la vie avec moi, à bâtir notre maison à l'envers. Merci d'être ma femme. Je t'aime d'un amour inconditionnel et infini, et je t'admire énormément. D'ailleurs, merci aussi infiniment pour ton aide on ne peut plus concrète dans cette thèse! Merci pour le *skim*. Merci pour tes conseils judicieux sur l'évaluation des erreurs systématiques, sur le débogage du code de fit, et j'en passe...;-) Merci d'avoir réussi à pogner la job dans *BABAR*, ce qui m'y a éventuellement amené. C'était vraiment un bon moove! Ça a été un plaisir de

tous les instants de vivre l'aventure californienne et SLACienne à tes côtés.

Merci aux professeurs Georges Azuelos et Pierre Depommier de m'avoir donné une première chance en recherche, à l'été 2000. Merci aussi pour votre enseignement.

Je voudrais exprimer un merci très spécial aux collègues et amis Martin Simard et Benoît Viaud pour leurs contributions indispensables au succès de cette thèse. Les résultats présentés dans cette thèse sont aussi les leurs. Martin, ça a été un plaisir de concevoir avec toi notre fameux logiciel *HistoMaker*, dont les lecteurs de cette thèse apprécieront peut-être le bon fonctionnement. Benoît, merci d'avoir introduit les lissages dans l'analyse, et merci d'avoir autant bossé sur *SampleFit*, que nous avons finalement utilisé avec succès. Merci les gars ! (Pour pleins d'autres choses aussi.) Merci à Benoît pour le foie gras et le Champagne...

I would like to express my deepest thanks to Vera Lüth, Bob Kowalewski, Jochen Dingfelder and Masahiro Morii for their constructive feedback and expert review of the analysis, for their help in various aspects, and for being the inspiring scientists that they are.

Merci à la famille Côté. Il semblerait que nous ayons un je-ne-sais-quoi en commun qui serait lié à la recherche, à l'esprit scientifique ou créateur, ou à quelque chose du genre... En tout cas. Je vous remercie pour l'exemple inspirant. Salutations bien basses à ma grande petite soeur Ariane et à son mec Seb, à ma grande soeur (oui oui!) Geneviève et à son grandissant Raphaël, ainsi qu'aux cousins Raphaël et Tristan. Salut à Pierre, François, Cindy et Jean-Sébastien. Salutations aussi aux Brunet : Louise et Daniel, Josée et Michel, Philippe, Nathalie, Ganaëlle et Maélie. Merci à tous de votre gentillesse et de votre intérêt pour ce que je fais et ce que je deviens. Je vous aime !

Salut à toi l'ami Vincent ! Merci pour ton aide d'une générosité infinie durant le Bacc. Salut à Félix des Porcs à Porcs. Salut aux amies Alexandra et Jacinthe. Salut à Marilène, Martin, Hendrick, Marc. Salut chère Sarah-Myriam. Merci pour les intéressantes discussions, mais surtout pour le fun ! :-)

Hello dear Haleh and Amir. You are great generous and inspiring persons. Thanks for the fun and the good advices.

Salut et merci aux vieux chums : Pascal, Jeff, Kawi, Dominique, Groleau, Pep, Dod, Vallée, Bada... Vous avez une place spéciale dans mon coeur.

Merci aux excellents professeurs Patricia Burchat, Viktor Zacek, David London, Louis Lessard, Charles Hébert, Jean-François Harvey, Claude Ménard, Jasmyne Chouinard, Jean-Pierre Roy, Robert Longval et Louise Longval qui, chacun à leur manière, m'ont ouvert de nouveaux horizons tout en m'amenant à me dépasser.

Merci à mon père et ma mère d'avoir souhaité ma naissance dans un élan d'amour.

INTRODUCTION

“Ce qui est incompréhensible, c’est que le monde soit compréhensible.”

–Albert Einstein

Le besoin de comprendre l’Univers pourrait bien être ce qui distingue les humains des autres êtres vivants de la Terre. Motivés par cette curiosité, nos lointains ancêtres ont entrepris un formidable travail de recherche que nous poursuivons aujourd’hui. Si bien que la science et la technologie ont accompli des progrès fabuleux, tandis que la recherche scientifique est devenue une entreprise collective mondiale. Et tout indique que nos connaissances actuelles sembleront dérisoires en regard de ce qui aura été découvert par les futures générations de scientifiques !

Contexte social

On le verra bientôt, la physique des particules actuelle ne manque pas d’énigmes passionnantes ni d’opportunités de recherche excitantes. Au-delà du seul sentiment de curiosité, il est néanmoins légitime de s’interroger sur la pertinence de telles recherches dans une société où les ressources disponibles ne parviennent pas à combler tous les besoins. Je voudrais donc d’abord écrire quelques mots sur ce sujet afin de motiver l’utilité de cette thèse dans un cadre un peu plus élargi.

Il est indéniable que la compréhension graduelle du fonctionnement de la Nature a permis le développement de la technologie en général. Quant à elle, la technologie a considérablement amélioré l’espérance de vie et le bien-être de l’humanité entière, bien que tous n’aient pas la chance d’en profiter également. En ce sens, autant la recherche fondamentale que la recherche appliquée sont nécessaires au progrès social. La recherche fondamentale procure la compréhension essentielle au développement de nouvelles applications technologiques, alors que la recherche appliquée développe des technologies nouvelles qui améliorent entre autres les outils

de la recherche fondamentale. En physique des particules, les grands thèmes de la recherche menée avant 1950 ont tous aujourd'hui des applications technologiques extrêmement utiles. Les progrès de l'électromagnétisme, de la mécanique quantique et du modèle atomique ont fait progresser dramatiquement la chimie et la physique des matériaux, et permis le développement d'une part considérable de toute l'industrie et de la technologie moderne, incluant entre autres l'électronique et les télécommunications. La compréhension de la force faible (radioactivité) a des applications médicales^[1] et permet entre autres la datation^[2] au Carbone-14. Alors qu'une certaine compréhension des forces forte et faible est nécessaire à la production d'énergie nucléaire. Parmi les retombées technologiques récentes de la physique subatomique, on retrouve notamment le *World Wide Web* et les accélérateurs utilisés en radiothérapie.

Quelles seront les applications technologiques à long terme de la recherche fondamentale actuelle en physique des particules? Il est présentement impossible de répondre avec certitude à cette question, même si l'expérience passée suggère que ces applications potentielles auront sans doute un jour un rôle important à jouer. De façon générale, il faut cependant garder à l'esprit que les recherches fondamentales pointues telles que celles qui sont présentées dans cette thèse ne sont pas conçues pour faire avancer directement la technologie, mais tentent plutôt de provoquer un *changement de paradigme*, par exemple en prouvant l'existence de physique nouvelle "au-delà du Modèle Standard". Lorsque cette stratégie fonctionne, l'histoire des sciences montre^[3] que les changements de paradigme engendrent des champs de recherches complètement nouveaux ainsi qu'une nouvelle façon de voir le monde. Le plus souvent, ce sont ces changements de perspectives qui amèneront des progrès technologiques nouveaux.

Par ailleurs, il faut souligner que l'importance des recherches fondamentales visant à décrire correctement l'Univers dans son ensemble ne se limite pas aux seules applications technologiques. En effet, la description de l'Univers a une importance philosophique majeure pour beaucoup de gens. Cette tâche revêt donc aussi un caractère sociologique. Pour s'en convaincre, pensons seulement aux conséquences

du conflit qui avait opposé l'Église Catholique géocentriste aux scientifiques héliocentristes durant la Renaissance. Depuis cette époque, les victoires répétées de la science sur la religion ont conduit à de profonds changements sociaux.

Sur la question des ressources, celles consacrées à la recherche me semblent pleinement justifiées, étant donné les bénéfices durables que les découvertes scientifiques apportent souvent à l'humanité entière. Comme dans les autres industries, les dollars investis dans la recherche scientifique font eux-aussi "rouler l'économie" en créant des emplois divers. Au jeu des comparaisons, les nouvelles découvertes produites par la recherche scientifique ne me semblent certes pas moins utiles que les joujous militaires ou les innombrables biens de (sur)consommation et de divertissement produits par les industries dominantes de notre société occidentale.

Contexte scientifique

À la base de l'édifice scientifique moderne, la physique a beaucoup à dire sur la composition, le fonctionnement et l'histoire de l'Univers. D'une part, l'attraction gravitationnelle de la masse explique les structures à grande échelle de l'Univers par la théorie de la Relativité Générale d'Einstein et prédit l'existence du *Big Bang*^[4]. D'autre part, les trois interactions fondamentales (forte, faible et électromagnétique) entre les particules élémentaires du Modèle Standard expliquent le comportement de la matière à très petite échelle^[4].

Si le concept de particule élémentaire remonte au moins à l'Antiquité (pensons à l'*atome* de Démocrite), la découverte du Modèle Standard s'est faite progressivement au cours des cent dernières années^[5]. L'électron fut découvert en 1898 (Thompson) et le noyau atomique en 1911 (Rutherford). La Mécanique Quantique fut bâtie entre 1900 et 1930 (Planck, Schroedinger, Heisenberg, etc.). L'anti-matière fut découverte en 1932 (Anderson). La force faible fut inventée en 1933 (Fermi), utilisant le neutrino postulé en 1930 (Pauli) mais observé seulement en 1956 (Reines et Cowan). En 1964, on découvre avec surprise que la force faible peut agir différemment sur la matière et l'anti-matière (Cronin et Fitch). Ce phé-

nomène, appelé *violation CP*, ne fut interprété dans le cadre du Modèle Standard qu'en 1973 (Kobayashi et Maskawa^[6]). Quant à eux, les quarks furent découverts en 1968 (SLAC-MIT), suite au perfectionnement des accélérateurs de particules, alors que la ChromoDynamique Quantique (CDQ) décrivant les interactions fortes entre les quarks fut inventée en 1973 (Gross, Politzer, Wilczek). Le Modèle Standard tel que nous le connaissons aujourd'hui est énoncé pour la première fois en 1974 (Iliopoulos), quelques mois avant la découverte du quark c (Richter et Ting), avec seulement deux générations de particules élémentaires. Deux ans plus tard, on découvre la première particule de troisième génération : le lepton τ (Perl, 1976), tandis que le quark b est découvert en 1977 (Lederman). Finalement, pendant que les hypothèses du Modèle Standard se voient confirmées les unes après les autres par de nombreuses expériences, il faut attendre plusieurs années pour que les découvertes du quark top (Fermilab, 1995) et du neutrino τ (DONUT^[7], 2000) viennent finalement compléter le portrait de famille des particules élémentaires prédites par le Modèle Standard.

Les succès spectaculaires du Modèle Standard peuvent donner l'impression à certains que la physique des particules est une science plus ou moins achevée, où il ne reste plus rien d'important à découvrir. Il s'agit là d'une grave erreur ! Tout d'abord, l'incohérence mathématique et conceptuelle de la Relativité Générale "classique" et du Modèle Standard "quantique" prouve d'emblée que notre compréhension des lois de la Nature n'est pas complète^[8]. De plus, les observations cosmologiques du satellite WMAP¹ indiquent^[4] que la matière baryonique décrite par le Modèle Standard ne constitue en fait que 4% du contenu de l'Univers, alors que le reste est constitué de *matière sombre* (22%) et d'*énergie sombre* (74%) inconnues ! Par ailleurs, la quantité de violation CP observée à ce jour est très faible en regard de ce qui est nécessaire pour que l'omniprésence de la matière dans notre Univers actuel puisse être expliquée de façon satisfaisante^[9]. Cela suggère que de

¹Les conclusions de WMAP, obtenues en étudiant le rayonnement de fond cosmologique, sont corroborées par plusieurs observations indépendantes, telles que les supernovae de Type Ia et les amas de galaxies^[4]. De plus, la densité observée de matière baryonique est en accord avec les prédictions théoriques de la nucléosynthèse du Big Bang^[4].

nombreux autres phénomènes encore inconnus doivent aussi violer CP. En ce sens, l’observation de l’oscillation (et donc de la masse) des neutrinos en 1998 (Super-Kamiokande^[10]), qui ne faisait pas partie du Modèle Standard original, a ouvert un tout nouveau champ d’étude qui pourrait notamment contribuer à résoudre le mystère de la disparition de l’anti-matière.

Le Modèle Standard original possède aussi sa part de questions toujours sans réponse. Ainsi, le Modèle Standard prédit que les forces faible et électromagnétique s’unifient à haute énergie pour ne former qu’une seule et unique force (Weinberg et Salam, 1967), et que la brisure de cette *symétrie électrofaible* à basse énergie implique l’existence d’une particule appelée *boson de Higgs* qui serait responsable de la masse des autres particules élémentaires^[4]. Or, en dépit d’intenses recherches, le boson de Higgs n’a toujours pas été observé². Aussi, le Modèle Standard contient une vingtaine de paramètres libres dont les valeurs sont totalement inexplicées. Cela amène plusieurs questions sans réponse. Par exemple, pourquoi la masse du quark *top* est-elle tellement supérieure à celle des autres quarks ? Pourquoi celle des neutrinos est-elle si faible ? Pourquoi y a-t-il trois générations de particules ? Et ainsi de suite. Enfin, certains aspects du Modèle Standard n’ont pas encore été testés avec précision, notamment celui de la CDQ à basse énergie dont le calcul de prédictions théoriques cause des difficultés considérables (voir Sec. 1.5). L’absence de violation CP par la force forte observée en laboratoire ne s’explique pas non plus de façon satisfaisante dans le cadre du Modèle Standard (ce qu’on appelle le *strong CP problem*)^[11,12].

C’est dans ce contexte que les expériences *BABAR*^[15] et *Belle*^[16] ont commencé à opérer en 1999 avec comme but premier d’observer la violation CP par les mésons B^0 , ce qu’elles ont fait^[17] dès l’été 2001. Il s’agissait alors de la première observation de violation CP par d’autres particules que celles étudiées en 1964 (les mésons K^0). Successeurs de l’expérience CLEO^[18] qui étudia les mésons B durant les années 1980-2000, *BABAR* et *Belle* sont souvent appelées “usines à mésons B ” en raison

²La recherche du boson de Higgs continue de plus belle au Fermilab^[13], et bientôt au LHC^[14] !

de l'énorme quantité de mésons B qu'elles produisent³. Comme les mésons B sont les particules les plus légères à contenir un quark b , le Modèle Standard prédit que leurs désintégrations doivent toujours inclure une interaction faible, car cette interaction est la seule capable changer la *saveur* des quarks. Les usines à mésons B sont donc des expériences idéales pour étudier les propriétés du quark b , et tout particulièrement de ses interactions faibles. Ainsi, grâce à leur grande quantité de données, les usines à mésons B mesurent la violation CP précisément et de plusieurs manières différentes. Elles mesurent aussi directement les couplages de l'interaction faible pour les désintégrations $b \rightarrow u$ et $b \rightarrow c$, reliés aux éléments $|V_{ub}|$ et $|V_{cb}|$ de la matrice CKM qui sont des paramètres libres du Modèle Standard, et étudient les propriétés de la CDQ pour ces désintégrations (voir Chap. 1).

En ce sens, l'étude des désintégrations⁴ $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, sujet de la présente thèse, est particulièrement intéressante car elle permet à la fois la mesure directe de $|V_{ub}|$, le test expérimental de nouveaux calculs prometteurs de la CDQ et la vérification indépendante des mesures de $|V_{ub}|$ dites "inclusives" qui donnent présentement une valeur incohérente avec le reste du Modèle Standard par plus de deux écarts types. Par ces différentes mesures⁵, les usines à mésons B sont particulièrement efficaces pour tester la cohérence du Modèle Standard et chercher les signes de phénomènes nouveaux.

Contenu de la thèse

Cette thèse présente une mesure du rapport d'embranchement et du facteur de forme de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, et la détermination de $|V_{ub}|$, avec une technique de reconstruction relâchée du neutrino. Le Chap. 1 expose plus en détail les

³Les luminosités intégrées actuelles de *BABAR* et *Belle* combinées sont environ cent fois supérieures à celle de *CLEO*.

⁴En l'absence d'indication contraire, les leptons $\ell = e$ ou μ et la désintégration conjuguée de charge $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}$ sont implicitement désignés dans ce document.

⁵De nombreuses autres mesures importantes des propriétés des quarks b , mais aussi des quarks c et des leptons τ ont été publiées par les usines à mésons B , bien qu'elles n'aient pas été mentionnées dans cette introduction.

éléments théoriques utiles à la compréhension et à l'interprétation de la mesure. Le Chap. 2 contient une description de l'accélérateur *Linac*, du collisionneur *PEP-II* et du détecteur *BABAR* qui furent les outils utilisés pour faire cette mesure. Le Chap. 3 est une note technique^[19] interne à la Collaboration *BABAR* décrivant en détail le protocole expérimental et les résultats de la mesure. Le Chap. 4 est un article publié^[20] dans *European Physics Journal C* décrivant un logiciel de repondération des facteurs de forme des désintégrations semileptoniques nécessaire au succès de la mesure. Le Chap. 5 est un article publié^[21] dans *Physical Review Letters* résumant en quelques pages le contenu du Chap. 3. Après une conclusion résumant les principaux résultats de cette thèse, accompagnés de quelques remarques finales, le document se termine avec l'annexe I contenant des extraits d'une note technique^[22] interne à la Collaboration *BABAR* décrivant le protocole et les résultats d'une mesure de l'efficacité de détection des K_L^0 réels et simulés avec le détecteur *BABAR*. Les résultats de cette étude des K_L^0 furent utilisés dans cette thèse pour évaluer une erreur systématique liée à la reconstruction du neutrino de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$.

CHAPITRE 1

ÉLÉMENTS DE THÉORIE

Nous exposerons dans ce chapitre les éléments théoriques utiles à la compréhension et à l'appréciation de la mesure présentée dans cette thèse.

1.1 Survol du Modèle Standard

Le Modèle Standard postule^[4, 23, 24] que la matière est composée de particules élémentaires, ponctuelles et indivisibles, obéissant à la fois aux règles de la mécanique quantique et de la relativité restreinte. Les interactions entre ces particules sont déterminées par les trois forces électromagnétique, faible et forte¹.

Les particules élémentaires sont caractérisées par neuf nombres quantiques définissant leurs propriétés intrinsèques : la charge électrique, le spin, l'isospin faible, la couleur, les trois nombres leptoniques, le nombre baryonique et la masse. Les significations de la charge électrique et de la masse (inertielle) ne sont pas différentes de leurs significations classiques bien connues. Le spin est le moment angulaire intrinsèque des particules. L'isospin faible est la charge associée à la force faible, la couleur est la charge associée à la force forte, et les nombres leptoniques et baryonique définissent les règles des interactions élémentaires permises ou interdites par le Modèle Standard. Conformément au théorème de Noether^[23], les lois de conservation de ces nombres quantiques sont la conséquence de symétries fondamentales de la Nature. En particulier, la conservation de la couleur, de l'isospin faible et de la charge électrique découle de la symétrie de jauge $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ du Modèle Standard à haute énergie². Quant à elle, la conservation des nombres leptoniques et baryonique pourrait être la conséquence d'une hypothétique *Grande Unification* des forces, qui n'est toutefois pas incluse dans le Modèle Standard.

¹Comme on le verra bientôt, la force de gravité n'est pas incluse dans le Modèle Standard.

²À notre échelle d'énergie, on verra que la symétrie $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ du Modèle Standard est partiellement brisée pour devenir $SU(3)_C \otimes U(1)_{EM}$.

TAB. 1.1 – Valeurs des nombres quantiques des quarks. Q est la charge électrique. B est le nombre baryonique, commun à tous les quarks. L’isospin fort I , l’étrangeté (*strangeness*) S , le charme C , la beauté $\tilde{B}$ et la vérité (*truth*) T , définissent la *saveur* de chaque quark dans la base des états propres faibles (voir Sec. 1.2.1). Les masses sont approximatives et contiennent des incertitudes données dans la Ref. [4]. Les autres nombres sont exacts, et sont égaux et opposés pour les anti-quarks.

Quark	génération	masse (GeV)	Q	couleur	B	I_Z	S	C	$\tilde{B}$	T
d	1 ^{ere}	0.002	-1/3	r,v,b	1/3	-1/2	0	0	0	0
u	1 ^{ere}	0.005	2/3	r,v,b	1/3	1/2	0	0	0	0
s	2 ^{eme}	0.1	-1/3	r,v,b	1/3	0	-1	0	0	0
c	2 ^{eme}	1.25	2/3	r,v,b	1/3	0	0	1	0	0
b	3 ^{eme}	4.5	-1/3	r,v,b	1/3	0	0	0	-1	0
t	3 ^{eme}	173	2/3	r,v,b	1/3	0	0	0	0	1

Les particules élémentaires qui composent la matière, ayant un spin 1/2, respectent la statistique de Fermi-Dirac^[23]. Elles sont appelées *fermions*. Parmi les fermions, on distingue les *quarks* qui possèdent une couleur et un nombre baryonique, et les *leptons* qui n’en possèdent pas, mais qui ont trois nombres leptoniques. La charge colorée des quarks peut prendre trois valeurs associées aux trois couleurs primaires : rouge, bleu ou vert. Les quarks possèdent en plus une charge électrique fractionnaire de $+\frac{2}{3}e$ ou $-\frac{1}{3}e$, alors que les leptons ont une charge entière de $-e$ ou de zéro. Les leptons qui n’ont pas de charge électrique sont appelés *neutrinos*. Ces derniers interagissent uniquement par la force faible. Par ailleurs, chaque fermion possède un anti-partenaire aux nombres quantiques égaux et opposés, mais de masse identique. Enfin, notons que la charge électrique Q des quarks est reliée à leur *hypercharge* :

$$Y = B + S + C + \tilde{B} + T \quad (1.1)$$

et à la composante longitudinale de leur *isospin fort* I_Z , par la relation :

$$Q = I_Z + \frac{Y}{2}, \quad (1.2)$$

où les valeurs des nombres B , S , C , $\tilde{B}$, T et I_Z de chaque quark sont données

TAB. 1.2 – Valeurs des nombres quantiques des leptons. Q est la charge électrique. L_e , L_μ et L_τ sont les nombres leptoniques associés aux trois générations. Les masses sont approximatives et contiennent des incertitudes données dans la Ref. [4]. Les autres nombres sont exacts, et sont égaux et opposés pour les anti-leptons.

Lepton	génération	masse (GeV)	Q	couleur	L_e	L_μ	L_τ
e	1 ^{ere}	0.0005	1	non	1	0	0
ν_e	1 ^{ere}	$\simeq 0$	0	non	1	0	0
μ	2 ^{eme}	0.1	1	non	0	1	0
ν_μ	2 ^{eme}	$\simeq 0$	0	non	0	1	0
τ	3 ^{eme}	1.8	1	non	0	0	1
ν_τ	3 ^{eme}	$\simeq 0$	0	non	0	0	1

dans le Tableau 1.1.

Les Tableaux 1.1 et 1.2 résument les propriétés des douze quarks et leptons connus. Comme le montrent les Tableaux, les fermions élémentaires possèdent seulement quatre différentes combinaisons de nombres quantiques et sont reproduits en trois *générations* de particules différant par leurs masses croissantes. Exception à la règle, un nombre leptonique distinct est défini pour chacune des trois générations (L_e , L_μ et L_τ). Ces trois nombres leptoniques sont conservés individuellement. Les nombres S , C , $\tilde{B}$, T et I_Z définissent la *saveur* des quarks. Ils sont conservés par les interactions électromagnétique et forte, mais non par les interactions faibles (voir Sec. 1.2.1).

Les interactions entre les fermions élémentaires sont transmises par l'échange de particules de spin 1 déterminant les propriétés différentes de ces forces. Ces transmetteurs de force sont appelés *bosons* car ils obéissent aux statistiques de Bose-Einstein^[23]. Le transmetteur de la force électromagnétique est le *photon*, de masse et de charge nulles. Cette force répulsive ou attractive, selon le signe des charges, se caractérise par sa portée infinie. Les transmetteurs de la force faible sont les bosons massifs $W^\pm$ et Z^0 . La courte portée de la force faible à notre échelle d'énergie s'explique par la masse élevée des bosons $W^\pm$ et Z^0 qui sont autorisés à exister uniquement durant un temps très court, conformément aux principes

d'incertitude^[25] ($\Delta E \Delta t < \hbar$) et de conservation d'énergie. Dans ces conditions, on dit que les $W^\pm$ et Z^0 sont des particules *virtuelles*.

La force faible joue un rôle très important dans le Modèle Standard car elle est la seule capable de changer la *saveur* des fermions (voir Tableau 1.1). Cela se produit par l'émission d'un boson W^+ par un fermion de "type *up*" se transformant en fermion de "type *down*", ou d'un W^- par un fermion de type *down* se transformant en type *up*. Les fermions de type *up* sont : u, c, t, ν_e, ν_μ et ν_τ . Ceux de type *down* sont : d, s, b, e, μ et τ . Des exemples de telles transformations sont $b \rightarrow uW^-$ ou $\mu^- \rightarrow W^- \nu_\mu$. Il a été observé expérimentalement^[26] que ces interactions faibles traitent différemment les composantes droite et gauche de l'hélicité des fermions³, c'est-à-dire qu'elles violent la *parité*. Dans le Modèle Standard, cela est pris en compte^[23] par la symétrie $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ imposée aux bosons $W^\pm$. En conséquence, les interactions des bosons $W^\pm$ ne sont sensibles qu'à la composante d'hélicité gauche des fermions et ne se produisent jamais entre fermions du même type (*up* ou *down*). Par ailleurs, la probabilité des échanges de bosons $W^\pm$ entre les quarks de différentes saveurs dépend de la matrice de Cabbibo-Kobayashi-Maskawa^[6] (CKM), comme on le verra à la Sect. 1.2.

Quant à elle, la force forte, décrite par la ChromoDynamique Quantique^[23,24] (CDQ), agit uniquement entre les quarks. Elle est propagée par huit bosons, appelés *gluons*, correspondant aux huit générateurs du groupe $SU(3)_C$ de la couleur. La force forte est toujours attractive, mais son intensité diminue à courte distance et augmente à grande distance. Cette propriété unique appelée *liberté asymptotique des quarks* provient du fait que les gluons possèdent eux même une couleur non-nulle, de sorte que l'effet d'anti-écranage des gluons domine l'effet d'écranage des quarks^[27]. En conséquence, les particules composées de quarks (*hadrons*) doivent toujours avoir une couleur nette nulle, tandis que les quarks ne peuvent jamais être isolés en laboratoire. C'est ce qu'on appelle le *confinement* des quarks. On distingue

³L'hélicité est le produit scalaire des directions du spin et de l'impulsion. Une particule aux spin et impulsion parallèles (anti-parallèles) est dites "d'hélicité droite (gauche)".

deux différents types de hadrons⁴ : les *baryons* comme le proton ou le neutron qui sont composés de trois quarks aux couleurs différentes, de sorte que rouge + vert + bleu = blanc, et les *mésons* comme les B^0 ou π^- de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ qui sont composés d'un quark et d'un anti-quark de même (anti-)couleur, de sorte que couleur + anti-couleur = blanc. Des détails supplémentaires à propos de la CDQ sont donnés à la Sec. 1.5.

Les intensités relatives des trois forces sont très différentes^[4]. La plus intense est l'interaction forte. L'électromagnétisme est environ 137 fois moins intense que la force forte et la force faible est environ 10^5 fois moins intense que la force forte⁵. Quant à elle, la gravité n'est pas incluse dans le Modèle Standard. Bien que cela constitue un problème conceptuel important^[8], il est presque toujours possible d'ignorer la gravité en pratique car cette dernière est environ 10^{39} fois moins intense que la force forte !

Mentionnons en terminant que les forces faible et électromagnétique ne sont pas indépendantes dans le Modèle Standard, qui prédit l'existence d'au moins une particule élémentaire supplémentaire de spin zéro appelée *boson de Higgs*^[4,23]. Les interactions de chaque particule avec le champ de Higgs sont supposées être à l'origine des différentes masses des particules élémentaires, et on verra que cela a aussi un lien avec la matrice CKM et la violation CP. Le boson de Higgs est la seule particule du Modèle Standard à ne pas encore avoir été observée expérimentalement.

1.2 La matrice CKM

Nous avons vu que la force faible joue un rôle très important car elle est la seule capable de changer la saveur des quarks. Les paramètres de ce mélange des saveurs sont donnés par la matrice CKM. Étant donné son importance cruciale dans la présente thèse, nous allons maintenant exposer plus en détail le rôle et l'origine de

⁴Les recherches entreprises pour observer les *pentaquarks* qui seraient composés de quatre quarks et d'un anti-quark demeurent sans succès jusqu'à présent.

⁵Ces rapports d'intensité sont en fait dépendants de l'échelle d'énergie utilisée à cause de ce qu'on appelle "les constantes de couplages courantes". Cette propriété des interactions fondamentales sera introduite à la Sec. 1.5.1.

la matrice CKM dans le Modèle Standard⁶.

1.2.1 Rôle et origine de la matrice CKM

On verra à la Sect. 1.4 que l'interaction faible est responsable de la transition $\bar{b} \rightarrow \bar{u}W^+$ et donc de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$. De la même manière, la transition $b \rightarrow uW^-$ est responsable de la désintégration $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+\ell^-\bar{\nu}$. Dans le langage de la théorie des champs quantiques^[23] utilisé par le Modèle Standard, ces deux interactions s'écrivent^[29] :

$$b \rightarrow uW^- = \bar{u}_{L,R} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) V_{ub} b_{L,R} W_\mu^- \quad (1.3)$$

$$= \bar{u}_L \gamma^\mu V_{ub} b_L W_\mu^-, \quad (1.4)$$

$$\bar{b} \rightarrow \bar{u}W^+ = u_L \gamma^\mu V_{ub}^* \bar{b}_L W_\mu^+. \quad (1.5)$$

Dans l'Eq. 1.3, V_{ub} est l'élément de la matrice CKM responsable des transitions $b \rightarrow u$, les indices L et R représentent les composantes d'hélicité gauche et droite des quarks u et b , et $\gamma^\mu(1-\gamma^5)$ est l'opérateur vecteur-axialvecteur (V-A) caractéristique de la force faible⁷. En passant à l'Eq. 1.4, on remarque que l'opérateur V-A sélectionne la seule composante gauche des quarks. Dans l'Eq. 1.5, on remarque que l'interaction entre anti-quarks $\bar{b} \rightarrow \bar{u}$ est proportionnelle à V_{ub}^* , le conjugué complexe de V_{ub} .

Ce type d'interaction peut être généralisé⁸ à tous les quarks de type *down* et

⁶En plus du changement de saveur des quarks, il est intéressant de noter que la récente observation de l'oscillation des neutrinos suggère que la force faible change aussi la saveur des leptons. Les paramètres du mélange des saveurs des leptons sont donnés par la matrice (Pontecorvo-)Maki-Nakagawa-Sakata^[4, 28] ((P)MNS).

⁷Les matrices de Dirac γ^μ et γ^5 sont des opérateurs standards en théorie des champs quantiques, tout comme l'indice μ indiquant la composante de l'espace-temps de Minkowski. Pour en savoir plus, voir par exemple Ref. ^[23].

⁸Pour la suite de cette sous-section, nous avons reproduit la démonstration et le formalisme de la Ref. ^[30].

de type up en définissant :

$$D_{L,R} \equiv \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_{L,R}, \quad \overline{D}_{L,R} \equiv \begin{pmatrix} \bar{d} & \bar{s} & \bar{b} \end{pmatrix}_{L,R} \quad (1.6)$$

$$U_{L,R} \equiv \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_{L,R}, \quad \overline{U}_{L,R} \equiv \begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{c} & \bar{t} \end{pmatrix}_{L,R} \quad (1.7)$$

de sorte que l'Eq. 1.4 généralisée s'écrit :

$$D \rightarrow UW^- = \overline{U}_L \gamma^\mu V_{CKM} D_L W_\mu^- \quad (1.8)$$

$$= \begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{c} & \bar{t} \end{pmatrix}_L \gamma^\mu \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L W_\mu^- \quad (1.9)$$

La matrice CKM provient du fait que les interactions faibles opèrent dans une *base d'états propres* différente de celle des interactions avec le champ de Higgs. Ainsi, on distingue la base d'états propres faibles et la base d'états propres de masse. La matrice CKM peut donc être vue comme une matrice de rotation dans l'espace des saveurs permettant de passer d'une base d'états propres à l'autre^[30].

Dans le Modèle Standard, l'explication fondamentale^[30] de ces deux bases d'états propres découle de l'existence de la symétrie électrofaible $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ à très haute énergie, alors que tous les fermions sont sans masse, et de la brisure spontanée de cette symétrie à basse énergie par le *mécanisme de Higgs*, qui donne une masse aux fermions⁹. Avant la brisure de la symétrie électrofaible, la base des états propres faibles est naturelle pour décrire les quarks sans masse d'hypercharge bien définie. Après la brisure de la symétrie électrofaible, la base des états propres de masse devient naturelle pour décrire les quarks “physiques” observés en laboratoire, de masse

⁹Plus précisément, le mécanisme de Higgs donne une masse au boson de Higgs et aux bosons $W^\pm$ et Z^0 , et c'est le couplage du Higgs avec les fermions qui donne une masse à ces derniers.

bien définie mais d'hypercharge indéfinie. Or, l'une des conséquences du mécanisme de Higgs est que les bosons $W^\pm$ continuent de respecter la symétrie $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ même lorsque les fermions sont devenus massifs. Les échanges de bosons $W^\pm$ entre les quarks physiques doivent donc continuer de conserver l'hypercharge, définie dans la base faible où les changements de génération des quarks sont interdits. En revanche, les interactions des quarks massifs avec le boson de Higgs, elles, sont insensibles aux générations. Dans le Modèle Standard, ces deux bases d'états propres sont donc indépendantes. Il n'y a aucune raison *a priori* pour qu'elles coïncident, ni qu'elles ne coïncident pas. Suite aux observations expérimentales^[4], il s'avère toutefois que la base d'états propres de masse est bel et bien différente de la base des états propres faibles puisque la matrice CKM n'est pas diagonale.

Pour écrire les termes de masse des fermions, on utilise des interactions de Yukawa de la forme :

$$m\psi\bar{\psi} = m(\psi_L\bar{\psi}_R + \psi_R\bar{\psi}_L). \quad (1.10)$$

Dans la base des états propres de masse, les termes de masse des quarks de type *up* et de type *down* s'écrivent donc :

$$\bar{U}_L M_u^{diag} U_R + \bar{U}_R M_u^{diag*T} U_L \quad (1.11)$$

$$\bar{D}_L M_d^{diag} D_R + \bar{D}_R M_d^{diag*T} D_L \quad (1.12)$$

où les matrices de masse $M_u^{diag} = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}$ et $M_d^{diag} = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}$ sont diagonales et où les valeurs $m_{u,c,t}$ et $m_{d,s,b}$ sont les masses physiques des quarks correspondant au m du terme de masse $m\psi\bar{\psi}$ (Eq. 1.10).

On peut aussi écrire ces mêmes termes de masse, dans la base des états propres faibles. Pour ce faire, redéfinissons d'abord les quarks de type *down* et de type *up* dans la base faible, comme aux Eq. 1.6 et 1.7 qui les définissaient dans la base des

états propres de masse :

$$D_{L,R}^0 \equiv \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_{L,R}^0, \quad \overline{D}_{L,R}^0 \equiv \begin{pmatrix} \bar{d} & \bar{s} & \bar{b} \end{pmatrix}_{L,R}^0, \quad (1.13)$$

$$U_{L,R}^0 \equiv \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_{L,R}^0, \quad \overline{U}_{L,R}^0 \equiv \begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{c} & \bar{t} \end{pmatrix}_{L,R}^0. \quad (1.14)$$

Dans la base faible, les termes de masses s'écrivent alors :

$$\overline{U}_L^0 M_u U_R^0 + \overline{U}_R^0 M_u^{*T} U_L^0, \quad (1.15)$$

$$\overline{D}_L^0 M_d D_R^0 + \overline{D}_R^0 M_d^{*T} D_L^0, \quad (1.16)$$

où les matrices M_u et M_d sont maintenant des matrices 3×3 quelconques. La masse des quarks n'est donc pas bien définie dans la base des états propres faibles. En revanche, on peut montrer que les matrices de masse de la base faible peuvent être diagonalisées par une transformation bi-unitaire :

$$Z_L^u M_u Z_R^{u*T} = M_u^{diag}, \quad (1.17)$$

$$Z_L^d M_d Z_R^{d*T} = M_d^{diag}. \quad (1.18)$$

Cette même transformation donne aussi la relation entre les expressions des quarks de type *up* et type *down* dans les deux bases d'états propres :

$$U_{L,R}^0 = Z_{L,R}^{u*T} U_{L,R}, \quad \overline{U}_{L,R}^0 = \overline{U}_{L,R} Z_{L,R}^u, \quad (1.19)$$

$$D_{L,R}^0 = Z_{L,R}^{d*T} D_{L,R}, \quad \overline{D}_{L,R}^0 = \overline{D}_{L,R} Z_{L,R}^d. \quad (1.20)$$

Revenant maintenant à l'échange d'un boson W^- entre des quarks de type *down* et de type *up*, nous pouvons réécrire l'Eq. 1.8 dans la base des états propres faibles

ainsi :

$$D \rightarrow UW^- = \overline{U}_L^0 \gamma^\mu D_L^0 W_\mu^- . \quad (1.21)$$

Dans l'Eq. 1.21, on remarque que seuls les éléments de $\overline{U}_L^0$ et D_L^0 appartenant à une même génération peuvent interagir ensemble car aucune matrice non-diagonale n'y permet le mélange des saveurs. En utilisant les Eq. 1.19 et 1.20, nous allons finalement repasser aux états propres de masse et ainsi définir formellement la matrice CKM :

$$D \rightarrow UW^- = \overline{U}_L^0 \gamma^\mu D_L^0 W_\mu^- \quad (1.22)$$

$$= \overline{U}_L Z_L^u \gamma^\mu Z_L^{d^{*T}} D_L W_\mu^- \quad (1.23)$$

$$= \overline{U}_L \gamma^\mu \left(Z_L^u \cdot Z_L^{d^{*T}} \right) D_L W_\mu^- \quad (1.24)$$

$$= \overline{U}_L \gamma^\mu V_{CKM} D_L W_\mu^- . \quad (1.25)$$

Le passage de l'Eq. 1.24 à l'Eq. 1.25 montre que :

$$V_{CKM} \equiv Z_L^u \cdot Z_L^{d^{*T}} . \quad (1.26)$$

Les matrices Z^u et Z^d peuvent prendre n'importe quelles valeurs réelles ou complexes, puisque le Modèle Standard ne fait pas de prédiction quant à la relation entre les bases d'états propres de masse et d'états propres faibles. La matrice CKM étant définie en terme des transformations quelconques Z^u et Z^d , ses éléments sont donc eux aussi des nombres complexes quelconques. Pour cette raison, les éléments de la matrice CKM figurent en fait parmi les paramètres libres du Modèle Standard et doivent être déterminés expérimentalement. Comme on le verra bientôt, l'état actuel des mesures montre clairement que la matrice CKM n'est pas diagonale. Dans ce cas, on voit dans l'Eq. 1.25 que la non-diagonalité de la matrice CKM autorise le mélange des saveurs par l'échange de bosons W^- entre deux quarks massifs. Il en va de même pour l'échange de bosons W^+ . Le rôle de la matrice CKM est donc de contrôler les changements de saveurs des quarks massifs par l'interaction faible.

Par ailleurs, les Eq. 1.22 et Eq. 1.25 expriment la même interaction faible entre deux quarks de type *down* et de type *up*, dans deux différentes bases d'états propres. La base des états propres faibles produit une matrice de mélange de saveur diagonale mais une matrice de masse non-diagonale, conformément au fait que les fermions n'aient pas de masse lorsqu'ils respectent la symétrie $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ à très haute énergie. Au contraire, la base des états propres de masse produit une matrice de masse diagonale mais une matrice de mélange des saveurs non-diagonale, la matrice CKM, conformément au fait que les fermions massifs ne respectent pas la symétrie $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ à notre échelle d'énergie. Dans le Modèle Standard, la masse des fermions et la conservation de la symétrie $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ par les bosons $W^\pm$ à l'origine de la matrice CKM s'expliquent conjointement par le mécanisme de Higgs.

1.2.2 Paramétrisation de la matrice CKM

Les tests expérimentaux des trente dernières années ont montré^[4] qu'il existe trois générations de fermions dans le Modèle Standard¹⁰. C'est pourquoi nous avons vu que la matrice CKM est une matrice 3×3 donnée par :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}. \quad (1.27)$$

En toute généralité, la matrice CKM contiendrait 18 paramètres réels indépendants ($2N^2$ pour N générations de fermions) puisque ses éléments sont des nombres complexes. Certaines considérations physiques imposent toutefois des contraintes sur les propriétés de la matrice, ce qui permet d'en réduire le nombre de paramètres indépendants. En effet, la matrice CKM doit être unitaire pour conserver l'amplitude de probabilité des interactions faibles^[4]. De plus, on peut montrer^[30,31]

¹⁰Le nombre de générations de fermions n'est pas prédit par le Modèle Standard et doit donc être déterminé expérimentalement.

$$\begin{pmatrix} 0.97383_{-0.00023}^{+0.00024} & 0.2272_{-0.0010}^{+0.0010} & (3.96_{-0.09}^{+0.09}) \times 10^{-3} \\ 0.2271_{-0.0010}^{+0.0010} & 0.97296_{-0.00024}^{+0.00024} & (42.21_{-0.80}^{+0.10}) \times 10^{-3} \\ (8.14_{-0.64}^{+0.32}) \times 10^{-3} & (41.61_{-0.78}^{+0.12}) \times 10^{-3} & 0.999100_{-0.000004}^{+0.000034} \end{pmatrix}$$

FIG. 1.1 – Valeurs et précisions actuelles des éléments de la matrice CKM^[4].

que certaines des phases complexes de ses éléments ne sont pas observables physiquement. Pour ces raisons, la matrice CKM contient seulement quatre paramètres observables indépendants^[4, 30, 31] : trois angles de mélange ($N(N - 1)/2$ pour N générations) et une phase complexe ($(N - 1)(N - 2)/2$ pour N générations). Il est intéressant de noter qu'au moins trois générations de quarks sont nécessaires pour que la matrice CKM puisse avoir au moins une phase complexe.

Par ailleurs, la description de la matrice CKM peut être simplifiée d'avantage avec la paramétrisation de Wolfeinstein^[32]. Cette paramétrisation tire profit de la hiérarchie des éléments de la matrice CKM illustrée sur la Fig. 1.1. Les trois angles de mélange y sont représentés par les paramètres λ , A et ρ , et par la phase complexe η . Utilisant le fait que l'élément $|V_{us}|$ est à la fois petit et précisément mesuré^[4], la simplification de Wolfenstein consiste à poser que $\lambda = V_{us}$ et à calculer approximativement les autres éléments de la matrice jusqu'à l'ordre $o(\lambda^4)$. Ainsi, dans la paramétrisation de Wolfenstein, la matrice CKM est donnée par :

$$V_{CKM} \simeq \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + o(\lambda^4). \quad (1.28)$$

1.2.3 La violation CP

Si la découverte de l'anti-matière avait été prédite théoriquement¹¹, la découverte que les particules et anti-particules se comportent parfois différemment, et donc violent la symétrie CP, fut une grande surprise. Cette découverte^[34] fut réalisée en 1964 suite à l'observation de la désintégration $K_L^0 \rightarrow \pi\pi$ par Cronin et Fitch à Brookhaven. L'explication^[6] de ce phénomène dans le cadre du Modèle Standard fut donnée par Kobayashi et Maskawa en 1973, près de dix an plus tard !

Pour expliquer la violation CP, par la force faible, il faut noter que la matrice CKM contient une phase complexe observable. Cette phase complexe correspond au paramètre η de l'Eq. 1.28. Sa présence dans la matrice CKM implique que $V_{CKM} \neq V_{CKM}^*$. C'est cette inégalité de V_{CKM} et V_{CKM}^* qui explique la violation CP dans le Modèle Standard, puisque V_{CKM} s'applique aux quarks et que V_{CKM}^* s'applique aux anti-quarks (voir Eqs. 1.4 et 1.5). Toutefois, en dépit du fait que les amplitudes de probabilité $\mathcal{M}$ d'interaction faible entre les quarks sont proportionnelles aux éléments de la matrice CKM, la plupart d'entre elles ne violent pas CP^[4]. La raison en est que les observables physiques sont proportionnelles au carré de ces amplitudes¹², $\Gamma \sim |\mathcal{M}|^2$, et donc au carré des éléments de la matrice CKM ($|V_{CKM}|^2 = |V_{CKM}^*|^2$).

La phase complexe de la matrice CKM peut néanmoins causer la violation CP dans certaines conditions. Pour que cela se produise, il faut qu'au moins deux diagrammes de Feynman différents contribuent avec une importance semblable à l'amplitude de probabilité $\mathcal{M}$ d'une certaine désintégration^[31], tel qu'illustré sur la Fig. 1.2. Dans ce cas, le terme d'interférence entre les diagrammes est sensible au signe de la phase complexe des éléments de la matrice CKM. Le changement de signe du terme d'interférence, provenant de la différence entre V_{CKM} et V_{CKM}^* , peut amener des différences observables entre une désintégration et sa désintégration

¹¹Dirac réalise en 1931 que son équation de 1928 prédit l'existence d'anti-électrons^[5]. L'année suivante, ces derniers sont observés pour la première fois par Anderson dans les rayons cosmiques^[33].

¹²Voir Sec. 1.4.

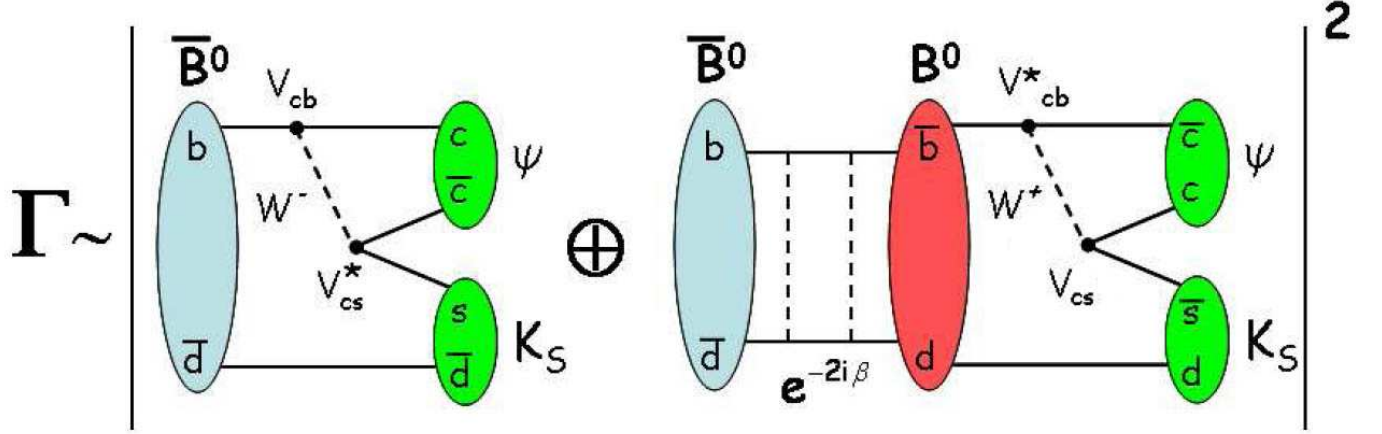


FIG. 1.2 – Illustration des deux principaux diagrammes de Feynman responsables de la désintégration $\bar{B}^0 \rightarrow \psi K_S$. L'interférence des deux diagrammes fait en sorte que le taux de désintégration $\Gamma \sim |\mathcal{M}(\bar{B}^0 \rightarrow \psi K_S)|^2$ est différent de celui de la désintégration $B^0 \rightarrow \psi K_S$, et explique la violation CP par cette désintégration.

CP-conjuguée, c'est-à-dire la violation CP. Par cet effet de la phase complexe de la matrice CKM, la force faible est l'unique interaction autorisant la violation CP dans le Modèle Standard.

Depuis la découverte originale de Cronin et Fitch, plusieurs manifestations différentes de la violation CP ont été observées, principalement grâce aux usines à mésons B . À ce jour, la violation CP a été observée dans les désintégrations : $K \rightarrow \pi\pi$, $K \rightarrow \pi\ell\nu$, $B \rightarrow \psi K_S$, $B \rightarrow K^+K^-K_S$, $B \rightarrow D^{*+}D^{*-}$, $B \rightarrow \eta'K^0$, $B \rightarrow f_0K_S$, $\bar{B}^0 \rightarrow K^-\pi^+$ et $B \rightarrow \rho\pi$ [4], et tout récemment dans les désintégrations $B^0 \rightarrow D^+D^-$ [35] et $B^0 \rightarrow \pi\pi$ [36].

1.3 Pourquoi étudier la matrice CKM ?

Maintenant que les principaux concepts généraux du Modèle Standard ont été introduits, nous pouvons entrer dans le vif du sujet et demander : pourquoi vouloir étudier la matrice CKM ? Pourquoi s'intéresser à la présente thèse qui rapporte une mesure de l'élément V_{ub} de cette matrice ? Nous allons voir que, en fait, il existe plusieurs bonnes raisons d'étudier la matrice CKM, et que la mesure de son élément

V_{ub} est particulièrement importante !

Tout d'abord, nous avons vu que les éléments de la matrice CKM sont des paramètres libres du Modèle Standard. La détermination expérimentale de leurs valeurs est donc importante en soi. À ce chapitre, la détermination de $|V_{ub}|$ revêt une importance particulière puisqu'il s'agit de l'élément le plus petit et le deuxième moins précisément mesuré de la matrice CKM.

Tel que discuté brièvement dans l'introduction du contexte social, le but ultime de cette étude demeure toutefois de contribuer à mettre en évidence des phénomènes physiques nouveaux. Pour ce faire, il est possible de mesurer chacun des éléments de la matrice CKM de plusieurs façons différentes, en s'assurant d'obtenir chaque fois la même valeur. Il est cependant encore plus intéressant de combiner les différentes mesures individuelles reliées à la matrice CKM afin d'étudier la matrice dans son ensemble. En effet, on a vu que la matrice CKM doit être décrite par seulement quatre paramètres : λ , A , ρ et η , alors que chacun des neuf éléments de la matrice peut être mesuré indépendamment. Qui plus est, nous avons vu que onze différentes désintégrations violant CP ont été observées jusqu'à présent, et nous verrons que la disparition de l'anti-matière donne de bonnes raisons de croire que de nombreux autres phénomènes encore inconnus doivent aussi violer CP. Or, le Modèle Standard prédit que la valeur de la seule phase complexe η doit pouvoir expliquer toute violation CP, tout en étant cohérente avec les mesures directes des éléments de la matrice CKM.

Des mesures expérimentales précises et variées de tous les éléments de la matrice CKM et de la violation CP par plusieurs désintégrations différentes constituent donc une manière puissante de *surcontraindre* le Modèle Standard et de rechercher les preuves de l'existence de nouvelle physique. Pour combiner les contraintes provenant de la violation CP et des mesures directes des éléments de la matrice CKM, nous verrons que la construction du *Triangle d'Unitarité*^[4, 31] est particulièrement utile, et que l'amélioration de la mesure de $|V_{ub}|$ y joue un rôle important. Dans son état actuel, nous verrons que le Triangle d'Unitarité montre déjà quelques signes intrigants qui pourraient bien être causés par des phénomènes physiques inconnus.

Enfin, nous verrons que l'étude des désintégrations *semileptoniques* utilisées pour mesurer $|V_{ub}|$ permet aussi l'étude des propriétés encore mal connues de la CDQ à basse énergie.

1.3.1 La disparition de l'anti-matière

Suite à sa découverte en 1964, l'intérêt pour la violation CP a été moussé par Sakharov^[37], qui montra que si l'Univers primordial prédit par la théorie du Big Bang contenait autant de matière que d'anti-matière, alors la violation CP est l'une des trois conditions nécessaires¹³ pour expliquer la prédominance actuelle de la matière sur l'anti-matière.

La quantité égale de matière et d'anti-matière dans l'Univers primordial n'est cependant pas logiquement nécessaire pour expliquer la disparition de l'anti-matière. En effet, il est possible d'ajuster les *conditions initiales* du Big Bang pour qu'il y ait initialement eu un peu plus de matière que d'anti-matière.

Cependant, en se basant sur les estimations astrophysiques des densités des baryons n_B et des photons du rayonnement de fond cosmologique n_γ dans l'Univers, on obtient le ratio :

$$R = \frac{n_B}{n_\gamma} \simeq \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{n_B + n_{\bar{B}}} \simeq 10^{-10}. \quad (1.29)$$

où $n_{\bar{B}}$ représente la densité d'anti-baryons. La valeur de R implique qu'il faudrait que le nombre initial de particules soit précisément 1.0000000001 fois supérieur au nombre initial d'anti-particules. Pour la plupart des physiciens, un tel ajustement hyper-fin des conditions initiales n'est pas satisfaisant. En général, le ratio $R \simeq 10^{-10}$ est donc plutôt interprété comme une mesure de la quantité de violation CP produite depuis le Big Bang.

En revanche, l'ensemble de la violation CP observée jusqu'à maintenant est nettement insuffisante^[9] pour expliquer la disparition de l'anti-matière, par au moins dix ordres de grandeur ! Il s'agit là d'un bon indice qu'il doit fort probablement

¹³Les deux autres conditions de Sakharov sont la non-conservation du nombre baryonique (B) et la rupture de l'équilibre thermique lorsque se produisent les réactions violant CP et B.

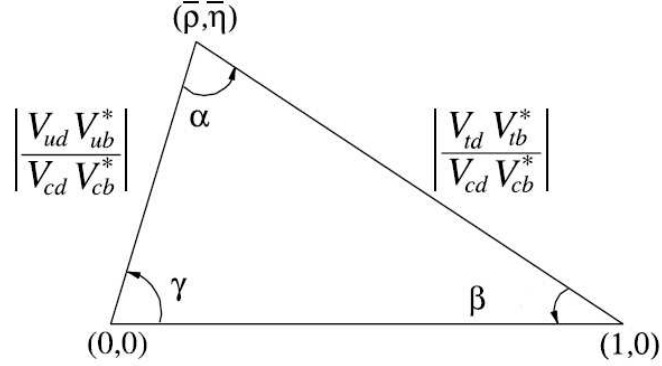


FIG. 1.3 – Illustration du Triangle d'Unitarité.

exister des phénomènes physiques encore inconnus violant fortement la symétrie CP¹⁴. La *Supersymétrie* et la plupart des modèles de physique nouvelle prédisent d'ailleurs l'existence d'importantes sources de violation CP supplémentaire^[31] (un exemple sera présenté à la Sec. 1.3.3.1). L'étude de la violation CP constitue donc une avenue des plus intéressantes pour rechercher des phénomènes physiques nouveaux.

1.3.2 Le Triangle d'Unitarité

Le Triangle d'Unitarité^[4, 31] est un outil particulièrement efficace pour la mise en évidence de phénomènes nouveaux car il permet de combiner de nombreuses mesures provenant à la fois de la violation CP et de la détermination directe des éléments de la matrice CKM, pour les ramener à seulement deux paramètres ($\bar{\rho}$ et $\bar{\eta}$). Comme son nom l'indique, le Triangle d'Unitarité repose sur l'hypothèse de l'unitarité de la matrice CKM, qui doit être vraie si aucune particule inconnue ne contribue aux interactions faibles. Cette unitarité de la matrice CKM impose la

¹⁴En plus de la violation CP dans les transitions entre les quarks, il est intéressant de noter que la récente observation de l'oscillation des neutrinos suggère que les leptons pourraient aussi contribuer à la violation CP. Ce phénomène encore hypothétique serait la conséquence de phases complexes de la matrice de MNS, l'analogue de la matrice CKM pour le changement de saveur des leptons.

condition $\sum_i V_{ij}V_{ik}^* = \delta_{jk}$, permettant notamment de déduire que :

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 \quad (1.30)$$

$$\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} + 1 + \frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{td}V_{tb}^*} = 0. \quad (1.31)$$

L'Eq. 1.31, obtenue en divisant l'Eq. 1.30 par ses éléments les mieux connus, $V_{cd}V_{cb}^*$, définit le Triangle d'Unitarité illustré sur la Fig. 1.3. Ce triangle possède plusieurs propriétés intéressantes. Une valeur non-nulle ($< \pi$) de ses angles β et γ (α) implique la présence de violation CP par les désintégrations des mésons B^0 et $\overline{B}^0$. Le sommet du triangle est donné par les deux paramètres $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$:

$$\bar{\rho} = \rho(1 - \frac{\lambda^2}{2} + o(\lambda^4)) \quad (1.32)$$

$$\bar{\eta} = \eta(1 - \frac{\lambda^2}{2} + o(\lambda^4)), \quad (1.33)$$

où ρ , η et λ sont les paramètres de Wolfenstein définis à la Sec. 1.2.2. Enfin, on peut montrer que les longueurs des côtés du triangle sont données par les expressions écrites sur la Fig. 1.3 et que ses angles sont donnés par les relations :

$$\beta = \arg \left(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*} \right), \quad (1.34)$$

$$\alpha = \arg \left(-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*} \right), \quad (1.35)$$

$$\gamma = \arg \left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right). \quad (1.36)$$

Il est possible de déterminer expérimentalement la valeur de chacun des angles et des côtés du Triangle d'Unitarité par des mesures impliquant les mésons B , B_s et K . L'  tat actuel des contraintes expérimentales sur les paramètres du Triangle d'Unitarité est illustré par la Fig. 1.4. Comme on peut le voir sur la figure, l'angle β est le paramètre le mieux mesuré du triangle, tandis que les autres angles ne sont pas encore déterminés très précisément. Les mesures des côtés du triangle deviennent aussi relativement précises. La longueur du côté opposé à l'angle γ est

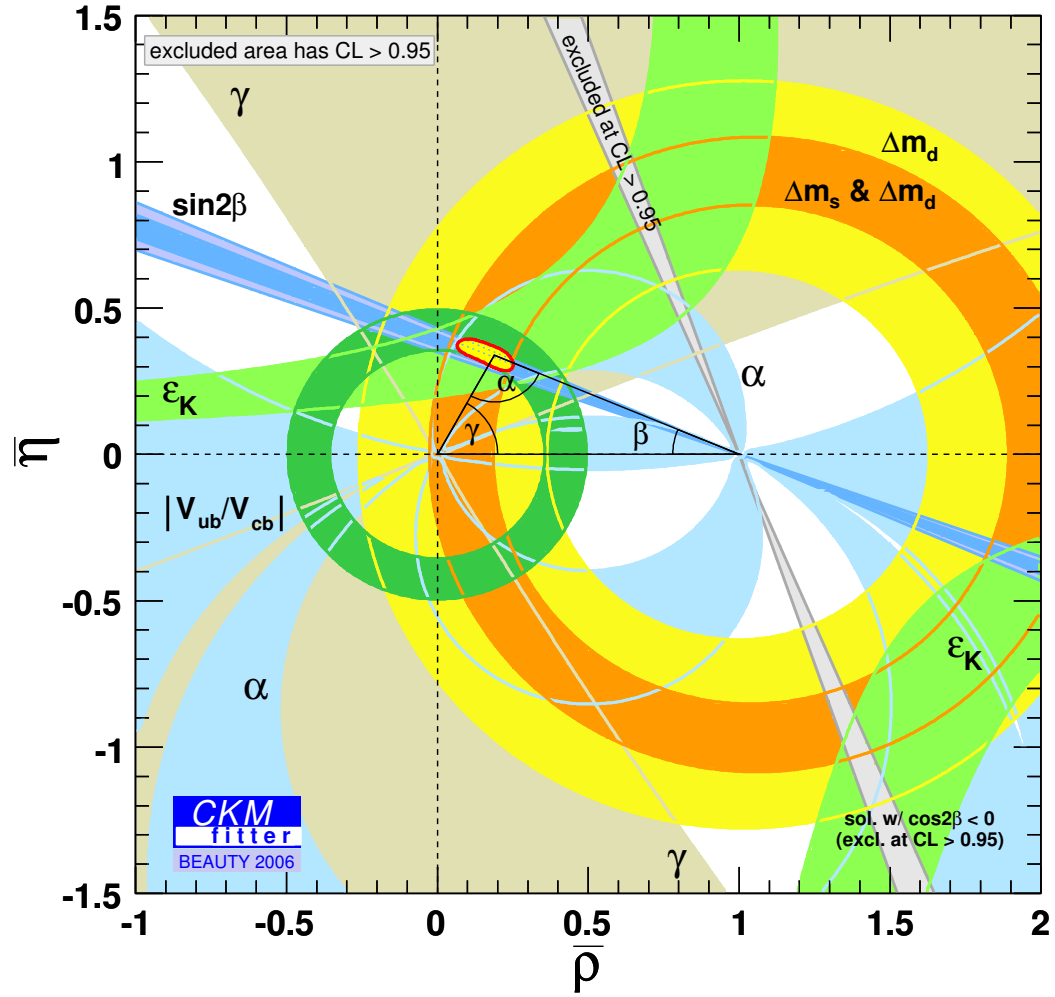


FIG. 1.4 – Illustration des contraintes expérimentales du Triangle d'Unitarité^[38].

déterminé à partir des mesures des fréquences d'oscillation des mésons $B^0 - \overline{B}^0$ et $B_s^0 - \overline{B}_s^0$. La longueur du côté opposé à l'angle β dépend des mesures directes des éléments $\left| \frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right|$, et son incertitude actuelle est dominée par la précision de $|V_{ub}|$. La réduction de l'incertitude de ce côté du triangle est souvent considérée comme la principale motivation de réaliser une mesure plus précise de $|V_{ub}|$. La zone hyperbolique verte indique la contrainte sur les paramètres $\bar{\rho}$ et $\bar{\eta}$ (*i.e.* la position du sommet du triangle) provenant des mesures effectuées sur les kaons. L'incertitude sur ces paramètres, prenant en compte toutes les contraintes, est indiquée par une zone jaune cerclée d'un trait rouge. Dans tous les cas (sauf pour β), une part importante de l'incertitude totale provient des calculs de CDQ nécessaires à l'interprétation des mesures expérimentales.

1.3.3 Questions ouvertes soulevées par le Triangle d'Unitarité

Jusqu'à présent, le Modèle Standard est parvenu à décrire correctement toutes les mesures impliquant le changement de saveur des quarks, notamment celles qui sont reliées au Triangle d'Unitarité. Deux indices suggèrent cependant que les usines à mésons B pourraient être sur le point de mettre en évidence l'existence de phénomènes physiques nouveaux.

1.3.3.1 Mesures de $\sin 2\beta$ avec diagrammes en arbre ou pingouin

Un indice particulièrement intrigant provient de la mesure de l'angle β du Triangle d'Unitarité avec les mésons B . Ce premier indice n'est pas directement lié à la mesure de $|V_{ub}|$. Puisqu'il s'agit d'un exemple concret et intéressant de l'impact que pourrait avoir l'étude de la matrice CKM par les usines à mésons B , nous y consacrons néanmoins la Sect. 1.3.3.1.

La mesure de l'angle β du Triangle d'Unitarité soulève présentement bien des interrogations puisqu'il existe deux manières différentes de mesurer $\sin 2\beta$, et que ces deux types de mesures semblent donner des résultats incohérents. La valeur de référence de $\sin 2\beta$ est mesurée avec des réactions dites "en arbre", avec un état

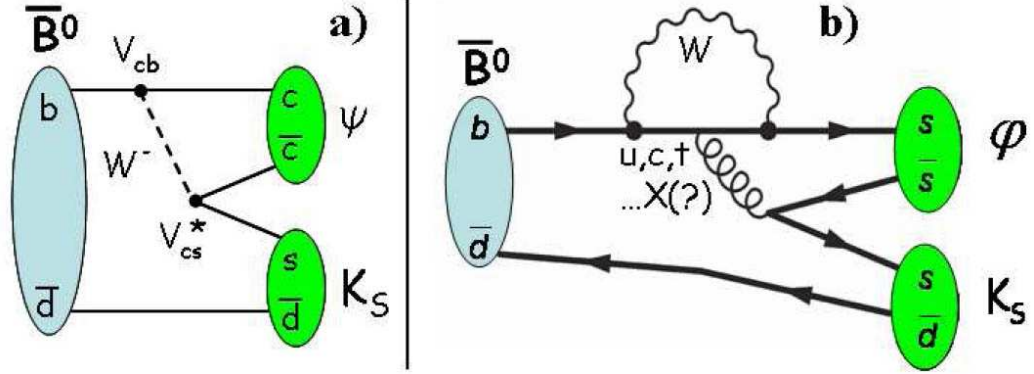


FIG. 1.5 – Illustration des diagrammes de Feynman “en arbre” (a) et “pingouin” (b). Dans le Modèle Standard, les interférences de ces deux diagrammes avec le diagramme ajoutant une oscillation $\overline{B}^0 \rightarrow B^0$ (illustré sur la Fig. 1.2 pour le diagramme en arbre) doivent violer CP et mener à des mesures identiques de $\sin 2\beta$. Le diagramme pingouin contient cependant une boucle qui pourrait être sensible à l’influence de particules inconnues, dénotées “...X(?)” sur la figure (b).

final “charmonium” ($c\bar{c}$), illustrées par la Fig. 1.5 (a). Elles donnent $\sin 2\beta_{c\bar{c}} = 0.675 \pm 0.026$. Par contre, les mesures impliquant des diagrammes dits “pingouins” comme celui illustré sur la Fig. 1.5 (b) donnent plutôt $\sin 2\beta_{ping} = 0.52 \pm 0.05$, en désaccord avec $\sin 2\beta_{c\bar{c}}$ par 2.8 écarts types. L’état actuel de ces mesures est illustré à la Fig. 1.6.

Si la probabilité statistique d’obtenir ces deux différentes valeurs de $\sin 2\beta$ est faible, d’autres considérations rendent leur désaccord encore plus intéressant. Tout d’abord, la présence d’une boucle dans les diagrammes pingouins, mais pas dans les diagrammes en arbre, implique que les pingouins devraient être particulièrement sensibles à l’influence de particules nouvelles. Par exemple, des particules supersymétriques virtuelles pourraient fort bien contribuer significativement à l’interaction en boucle du diagramme pingouin. D’autre part, des estimations théoriques de l’influence de l’interaction forte et de diagrammes électrofaibles supplémentaires sur les valeurs de $\sin 2\beta_{ping}$ et $\sin 2\beta_{c\bar{c}}$ montrent^[40] que ceux-ci devraient avoir un effet relativement faible. Qui plus est, ces estimations théoriques montrent que ces effets devraient faire en sorte que $\sin 2\beta_{ping} > \sin 2\beta_{c\bar{c}}$, tel qu’illustré sur la Fig. 1.7. Il

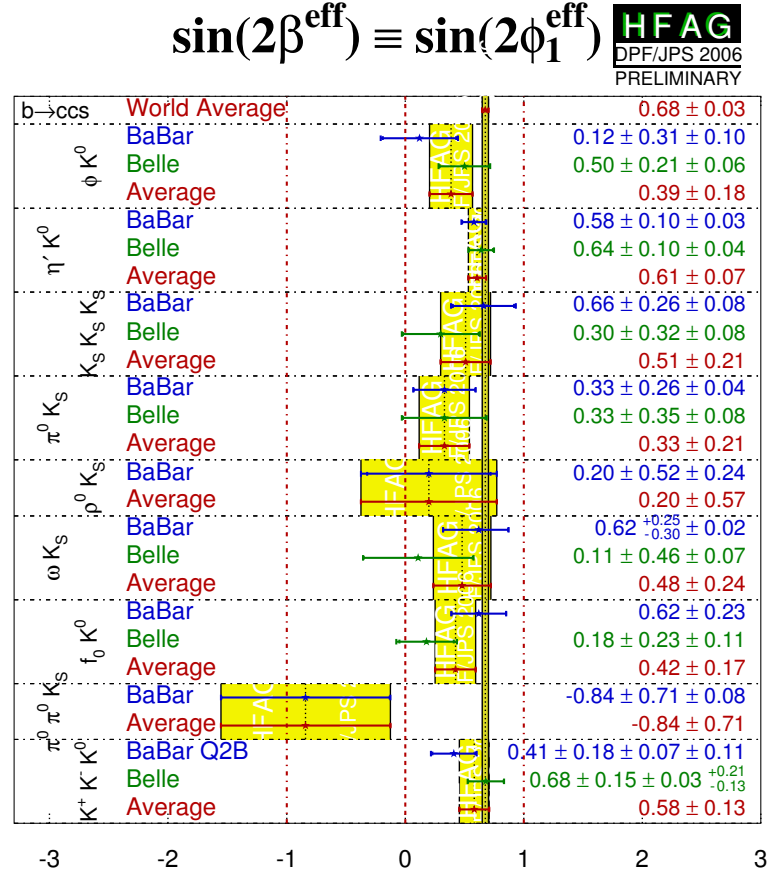


FIG. 1.6 – Moyennes mondiales^[39] des mesures de $\sin 2\beta$ provenant de diagrammes en arbre ($b \rightarrow c\bar{c}s$) et de divers diagrammes pingouins ($b \rightarrow s\bar{s}s$). La mesure de $\sin 2\beta_{c\bar{c}} = 0.68 \pm 0.03$ est indiquée tout en haut de la figure, et son étroite zone d'incertitude est illustrée tout le long de la figure. Les autres mesures indiquées plus bas impliquent toutes des diagrammes pingouins. La moyenne des valeurs obtenues avec tous les diagrammes pingouins est $\sin 2\beta_{ping} = 0.52 \pm 0.05$.

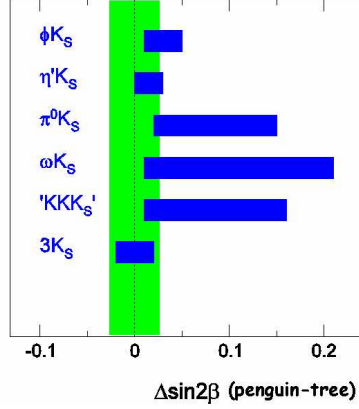


FIG. 1.7 – Intervalles de variation de $(\sin 2\beta_{ping} - \sin 2\beta_{c\bar{c}})$ prédit par la CDQ pour différents diagrammes pingouins^[40].

semble donc très improbable que l'écart observé entre les deux valeurs de $\sin 2\beta$ soit la conséquence des contributions des interactions fortes ou de diagrammes électrofaibles supplémentaires.

Il sera intéressant de surveiller l'évolution des mesures de $\sin 2\beta_{ping}$ et $\sin 2\beta_{c\bar{c}}$ alors que les usines à mésons B continuent d'accumuler de plus en plus de données.

1.3.3.2 Mesures directes et indirectes de $|V_{ub}|$

Le second indice concerne directement la mesure présentée dans cette thèse. Cette fois-ci, on observe une différence de plus de deux écarts types entre la mesure directe de $|V_{ub}|$ et sa valeur donnée par un lissage global des paramètres $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ du Triangle d'Unitarité de la Fig. 1.4, en faisant l'hypothèse que le Modèle Standard soit vrai. En effet, la mesure directe¹⁵ donne $|V_{ub}|_{directe} = (4.52 \pm 0.33) \times 10^{-3}$, alors que les mesures indirectes obtenues par des lissages globaux du Triangle d'Unitarité donnent $|V_{ub}|_{CKMFitter} = (3.59^{+0.17}_{-0.18}) \times 10^{-3}$ et $|V_{ub}|_{UTFit} = (3.47 \pm 0.16) \times 10^{-3}$ selon les groupes *CKMFitter*^[38] et *UTFit*^[41], respectivement.

Une interprétation possible de cette différence serait la présence de physique

¹⁵Cette valeur correspond à la moyenne mondiale^[39] des mesures inclusives utilisant les calculs^[42] de Lange *et al.*

nouvelle dans l'oscillation des mésons $B^0 - \overline{B}^0$ qui affecterait la valeur de $\sin 2\beta_{c\bar{c}}$ [43]. Quant à elles, les mesures directes de $|V_{ub}|$ ne sont pas propices à subir l'influence de phénomènes physiques au-delà du Modèle Standard puisqu'un seul diagramme électrofaible en arbre contribue à leur amplitude de probabilité.

Une autre interprétation de ces différentes valeurs de $|V_{ub}|$, peut-être plus probable à ce stade, pourrait être que l'une des approximations faites dans les difficiles calculs de CDQ nécessaires à la détermination de $|V_{ub}|$ soit inappropriée, ou encore que l'incertitude de ces calculs soit sous-estimée. En effet, la grandeur du couplage α_S de l'interaction forte à l'énergie relativement basse utilisée pour les mesures de $|V_{ub}|$ empêche l'utilisation de la théorie des perturbations dans le calcul de ces interactions. Ces calculs de la CDQ en régime non-perturbatif (i.e. à basse énergie) posent des difficultés techniques considérables, même pour les désintégrations semileptoniques qui sont pourtant relativement simples. L'incertitude provenant de la CDQ contribue donc fortement à l'incertitude actuelle sur $|V_{ub}|_{directe}$, bien que des progrès théoriques significatifs se soient produits depuis quelques années (voir Sec. 1.5).

À ce propos, il faut spécifier que la mesure la plus précise présentement : $|V_{ub}|_{directe} = (4.52 \pm 0.33) \times 10^{-3}$, utilise une méthode dite "inclusive". Les mesures inclusives sont réalisées en étudiant les désintégrations $B \rightarrow X_u \ell \nu$, où X_u représente l'ensemble des mésons composés de quarks u et d . Il existe toutefois une méthode indépendante dite "exclusive" pour mesurer $|V_{ub}|$. Avec les mesure exclusives, un seul des mésons X_u est considéré, par exemple le méson π (ou *pion*). La méthode exclusive est celle qui est utilisée dans la présente thèse étudiant la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$. Le fait que les mesures inclusives et exclusives dépendent de calculs de CDQ différents et indépendants est un avantage car cela leur permet de se vérifier mutuellement.

Les calculs inclusifs^[4] utilisent les techniques de l'*expansion en produits d'opérateurs* et de l'*expansion des quarks lourds*, et sont faits au niveau des quarks. Puisque les quarks isolés ne sont jamais observés expérimentalement (seuls les hadrons le sont), l'application des calculs inclusifs aux mesures expérimentales repose sur l'hy-

pothèse de la “dualité quark-hadron” supposant que les propriétés de l’ensemble des mésons X_u sont similaires aux propriétés des quarks isolés qui les composent. L’expansion en produits d’opérateurs sépare systématiquement les contributions perturbatives et non-perturbatives de la CDQ. En paramétrisant les contributions non-perturbatives des désintégrations $b \rightarrow u\ell\nu$ en termes de paramètres mesurés expérimentalement avec les désintégrations $b \rightarrow c\ell\nu$ et $b \rightarrow s\gamma$, les calculs inclusifs de $|V_{ub}|$ parviennent à obtenir des résultats relativement précis. En revanche, les incertitudes théoriques de ces calculs sont difficiles à estimer, notamment pour ce qui concerne l’influence des sélections expérimentales et la dualité quark-hadron.

D’autre part, les calculs exclusifs^[4] sont effectués directement au niveau des hadrons et cherchent à obtenir les *facteurs de forme* s’appliquant à une réaction particulière, par exemple $B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$. Les facteurs de forme sont des fonctions empiriques reproduisant l’effet des interactions fortes entre les quarks et les gluons. Le rôle des facteurs de forme dans la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$ sera expliqué en détail à la Sect. 1.4, alors que la description des différentes techniques de calcul des facteurs de forme pour cette désintégration sera le sujet de la Sect. 1.5.

Les calculs exclusifs sont présentement moins précis que les calculs inclusifs pour ce qui concerne l’extraction de $|V_{ub}|$. Par contre, les incertitudes expérimentales des mesures exclusives de $|V_{ub}|$ sont inférieures à celles des mesures inclusives, et on verra à la Sec. 1.5.4 que la technique de calcul exclusif de *CDQ sur réseau* pourrait bientôt produire des résultats au moins aussi précis que ceux des calculs inclusifs.

La mesure exclusive de $|V_{ub}|$ présentée dans cette thèse est donc également utile pour vérifier le résultat des mesures inclusives de $|V_{ub}|$ donnant présentement des valeurs différentes de celles prédites par les lissages globaux du Triangle d’Unitarité. À cause de sa plus grande précision expérimentale, elle pourrait même devenir la méthode favorite pour mesurer $|V_{ub}|$, dépendant de l’ampleur des progrès théoriques futurs. Si les présentes valeurs de $|V_{ub}|_{directe} \simeq 4.5 \times 10^{-3}$ et $|V_{ub}|_{UTFit} \simeq 3.5 \times 10^{-3}$ étaient confirmées avec de très petites incertitudes, cela pourrait signifier que des phénomènes physiques nouveaux influencent l’oscillation des mésons $B^0 - \overline{B}^0$. En revanche, si la valeur exclusive de $|V_{ub}|$ s’avère significativement différente de sa

valeur inclusive, cela signifierait plutôt que les calculs utilisés par l'une et/ou l'autre de ces méthodes sont erronés. Parmi les calculs exclusifs, on verra à la Sec. 1.4.2.2 que des mesures expérimentales peuvent aussi permettre de tester les calculs réalisés avec différentes techniques. Les mesures directes de $|V_{ub}|$ permettent donc en plus de mettre à l'épreuve les techniques de calcul de la CDQ en régime non-perturbatif.

De façon générale, il peut être surprenant d'apprendre que les propriétés de base de particules pourtant bien connues, comme le spin et la masse des protons et des neutrons, n'ont pas encore pu être calculées avec la CDQ non-perturbative^[4]. Bien qu'il n'existe pas de raison convaincante de douter de l'habileté de la CDQ à décrire les interactions fortes à basse énergie, on peut néanmoins argumenter que ce secteur du Modèle Standard demeure mal connu, au-delà de quelques prédictions qualitatives comme la liberté asymptotique des quarks.

Jusqu'à présent, les résultats expérimentaux montrent que la CDQ est pour ainsi dire cohérente avec elle-même, c'est-à-dire que différentes mesures indépendantes donnent des résultats compatibles lorsqu'ils sont interprétés dans le contexte de la CDQ (les mesures de la constante de couplage courante $\alpha_S(\mu)$ à divers énergies μ en sont de bons exemples^[4]). Des tests expérimentaux indépendants de toute hypothèse théorique sur l'interaction forte sont toutefois souhaitables afin de mieux mettre à l'épreuve cette théorie. En plus de mesurer $|V_{ub}|$, on verra à la Sect. 1.4 qu'il est possible de réaliser un tel test avec la désintégration exclusive $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$.

1.4 Détermination de $|V_{ub}|$ et étude expérimentale de la CDQ non-perturbative avec la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$

Nous avons mentionné que l'étude de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ permet une mesure exclusive de la norme de l'élément V_{ub} de la matrice CKM, qui peut être comparée aux valeurs données par les mesures inclusives et par les lissages globaux du Triangle d'Unitarité. En plus, nous avons affirmé que l'étude de cette désintégration permet de tester certains calculs de CDQ non-perturbative indépendamment de toute hypothèse théorique.

Nous allons maintenant expliquer comment la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ est décrite par le Modèle Standard, et montrer du même coup comment les relations entre les observables physiques et les paramètres théoriques permettent les mesures que nous venons d'énoncer.

1.4.1 Description qualitative de la désintégration $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}$

Avant de définir quantitativement les observables physiques et les paramètres théoriques liés à la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, voyons d'abord qualitativement ce qui s'y produit.

Le diagramme de Feynman de l'interaction électrofaible de la désintégration $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}$ est illustré sur la Fig. 1.8. Comme on peut le voir sur la figure, cette désintégration est relativement simple, étant décrite au premier ordre par un diagramme “en arbre”. L'état initial¹⁶ de la désintégration est un méson $\bar{B}^0$ composé d'un quark b et d'un anti-quark $\bar{d}$. Après un temps de vie moyen^[4] relativement long de $\tau_{B^0} = (1.530 \pm 0.009) \times 10^{-12}$ sec, le quark b se transforme en un quark u par l'interaction faible : $b \rightarrow u W^-$. Le boson W^- (virtuel) se désintègre quasi-instantanément en une paire de leptons¹⁷ : $W^- \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell$, où $\ell = e$ ou μ . Quant à lui, l'anti-quark $\bar{d}$ ne participe pas à l'interaction faible. On dit que c'est un quark “spectateur”. Suite à la désintégration du quark $b \rightarrow u$, les quarks $\bar{d}$ et u interagissent par la force forte pour former le méson π^+ de l'état final¹⁸. L'intervalle de temps caractéristique nécessaire à la formation du pion est de l'ordre de 10^{-23} sec.

Pour éviter toute confusion, mentionnons dès maintenant que l'appellation “spectateur” donnée au quark $\bar{d}$ ne concerne que l'interaction faible, et non pas l'interaction forte. En effet, le quark $\bar{d}$ interagit constamment par force forte avec

¹⁶Dans le cas de l'expérience *BABAR*, on verra plus loin que ce méson $\bar{B}^0$ est lui-même produit en laboratoire à partir de la réaction : $e^+ e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0$.

¹⁷Les désintégrations $W^- \rightarrow \tau^- \bar{\nu}_\tau$ et $W^- \rightarrow q \bar{q}$ sont aussi possibles, mais ne sont pas l'objet de la présente étude.

¹⁸La désintégration subséquente du pion ne joue aucun rôle dans cette mesure. Le temps de vie moyen^[4] du pion est si long, $\tau_{\pi^\pm} = (2.6033 \pm 0.0005) \times 10^{-8}$ sec, que sa désintégration n'est pas observable à *BABAR*.

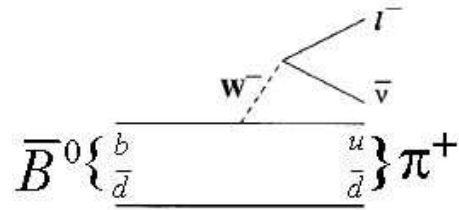


FIG. 1.8 – Diagramme de Feynman de l'interaction électrofaible d'une désintégration $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}$. La transition $b \rightarrow u$ se produit par l'échange d'un boson W .

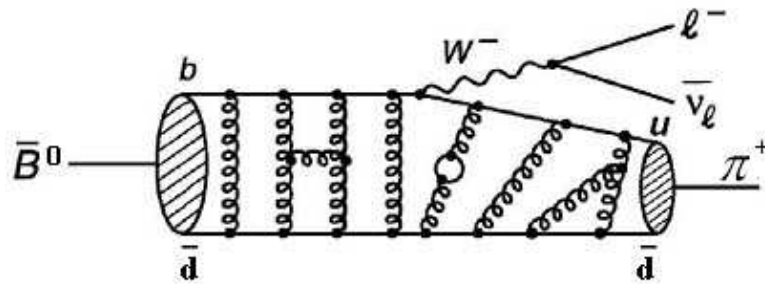


FIG. 1.9 – Exemple de diagramme de Feynman de l'interaction électrofaible et des interactions fortes d'une désintégration $B^0 \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}$. Les interactions fortes entre les quarks sont très difficiles à décrire avec la CDQ non-perturbative.

le quark b initial, le quark u final et les “quarks de la mer”^[44]. Le diagramme de Feynman incluant ces interactions fortes est illustré sur la Fig. 1.9. Comme on le voit en comparant les Fig. 1.8 et 1.9, la description des interactions fortes des quarks est considérablement plus compliquée que celle de l’interaction faible $b \rightarrow uW^-$. Ces interactions fortes ont un effet observable sur la désintégration $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+\ell^-\bar{\nu}$ et occasionnent des incertitudes importantes sur la mesure de $|V_{ub}|$.

En revanche, même sur la Fig. 1.9, la désintégration $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+\ell^-\bar{\nu}$ demeure grandement simplifiée du fait de la désintégration leptonique de son boson, $W^- \rightarrow \ell^-\bar{\nu}_\ell$, puisque les deux leptons ℓ^- et $\bar{\nu}_\ell$ sont insensibles aux interactions fortes. Cela ne serait pas le cas si le boson W s’était désintégré hadroniquement ($W \rightarrow q\bar{q}$). Un grand avantage de la désintégration semileptonique $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+\ell^-\bar{\nu}$ est donc de pouvoir y isoler l’effet des interactions fortes à la seule transition $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+$. En plus de simplifier la détermination de $|V_{ub}|$, l’isolation des interactions fortes dans la désintégration $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+\ell^-\bar{\nu}$ fait en sorte que son effet observable peut être utilisé de manière relativement simple pour tester expérimentalement les prédictions de la CDQ non-perturbative.

1.4.2 Définition quantitative des observables liées à la désintégration

$$B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$$

Malgré la description qualitative qui précède, on devine bien qu’il n’est pas possible, expérimentalement, d’observer un quark b en temps réel, ni sa transformation en quark u , ni ses échanges de gluons avec le quark spectateur. Pour réaliser la mesure présentée dans cette thèse, nous avons utilisé des observables beaucoup plus simples. Tout de même, nous allons voir que ces observables permettent d’apprendre beaucoup de choses.

1.4.2.1 Le rapport d’embranchement total et partiel

L’observable de choix dans cette thèse est le rapport d’embranchement partiel de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$ en fonction de la variable cinématique q^2 , dénoté

$\Delta\mathcal{B}(q^2)$. Nous allons voir que $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ peut être déterminé expérimentalement par l'Eq. 1.73, indépendamment de toute hypothèse théorique, alors que l'Eq. 1.53 permet son interprétation théorique.

La variable q^2 représente la masse invariante au carré du boson $W^\pm$ virtuel réalisant les transformations $b \rightarrow uW^-$ ou $\bar{b} \rightarrow \bar{u}W^+$. Nous y reviendrons plus en détail à la Sect. 1.4.2.2. Le rapport d'embranchement, lui, est défini en termes du taux de désintégration Γ . Pour la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$, le taux de désintégration est défini^[23] par :

$$\Gamma(B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu) \equiv \frac{\text{Nombre de désintégrations } B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu \text{ par unité de temps}}{\text{Nombre de } B^0 \text{ présents}}$$

Si on considère toutes les désintégrations possibles, $B^0 \rightarrow X$, alors le taux de désintégration est égal à l'inverse du temps de vie moyen de la particule père :

$$\Gamma(B^0 \rightarrow X) = 1/\tau_{B^0}. \quad (1.37)$$

On remarque que Γ a des unités de temps inverse¹⁹ et est invariant de Lorentz, bien que, dans l'Eq. 1.37, le temps de vie τ_{B^0} soit défini dans le référentiel du B^0 au repos. Γ peut aussi être mesuré en unités d'énergie (GeV) et représente la largeur (partielle ou totale) de la distribution de masse du méson B . Finalement, le rapport d'embranchement $\mathcal{B}$ est donné par le ratio des taux de désintégration :

$$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu) = \frac{\Gamma(B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu)}{\Gamma(B^0 \rightarrow X)} \quad (1.38)$$

$$= \tau_{B^0} \cdot \Gamma(B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu). \quad (1.39)$$

Le rapport d'embranchement $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu)$ représente la fraction des mésons B^0 se désintégrant vers l'état final spécifique $\pi^-\ell^+\nu$. On verra que la valeur de ce rapport d'embranchement est d'environ 10^{-4} . Pour l'ensemble des désintégrations semileptoniques, le rapport d'embranchement $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow X^-\ell^+\nu)$ est d'environ 10%.

¹⁹Nous utilisons la convention $\hbar c \equiv 1$.

À l'expérience *BABAR*, le rapport d'embranchement est mesuré en comptant le nombre total de mésons B^0 , n_{B^0} , et le nombre de désintégrations $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, N_0 , contenues dans un même échantillon de données. Pour mesurer le nombre de désintégrations $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ dans un échantillon, il est nécessaire d'appliquer certaines sélections expérimentales²⁰. L'effet de ces sélections est la perte d'une certaine fraction f des désintégrations $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ de l'échantillon. Cette fraction définit l'efficacité :

$$\epsilon = (1 - f) = \frac{N}{N_0}, \quad (1.40)$$

où N est le nombre de désintégrations $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ contenues dans l'échantillon *après* les sélections expérimentales. En déterminant expérimentalement n_{B^0} , ϵ et N , le rapport d'embranchement est donné par la relation :

$$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu) = \frac{N_0}{n_{B^0}} = \frac{N}{\epsilon \cdot n_{B^0}}. \quad (1.41)$$

On peut aussi étudier le rapport d'embranchement différentiel $d\mathcal{B}$, que la théorie des champs quantique définit^[23] ainsi :

$$d\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi \ell \nu) = \frac{\tau_{B^0}}{2m_{B^0}} \left(\prod_{r=\pi, \ell, \nu} \int \frac{d^3 p_r}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_r} \right) |\mathcal{M}(B^0 \rightarrow \pi \ell \nu)|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)} \left(P_{B^0} - \sum P_r \right). \quad (1.42)$$

Dans l'Eq. 1.42, $\mathcal{M}(B^0 \rightarrow \pi \ell \nu)$ est l'amplitude de probabilité de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, m_{B^0} est la masse du méson B^0 , E est l'énergie, P est la quadri-impulsion, l'indice r indique les particules π^-, ℓ^+, ν de l'état final et $\delta^{(4)}$ est la fonction delta de Dirac imposant la conservation de la quadri-impulsion.

L'amplitude de probabilité $\mathcal{M}(B^0 \rightarrow \pi \ell \nu)$ est représentée par le diagramme de Feynman de la Fig. 1.8. Dans ce diagramme, nous avons déjà mentionné que l'on peut séparer les courants hadronique $b \rightarrow u W^-$ et leptonique $W^- \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell$, puisque le courant hadronique est influencé par les interactions fortes du quark

²⁰Beaucoup plus de détails au sujet des considérations expérimentales de cette mesure seront donnés dans les Chap. 3 et 5.

spectateur $\bar{d}$ et par l'environnement mésonique $\overline{B^0} \rightarrow \pi^+$ en général, mais pas le courant leptonique. Ces concepts apparaissent explicitement dans la définition^[29] de l'amplitude de probabilité :

$$\mathcal{M}(\overline{B^0} \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}) = -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} L^\mu H_\mu \quad (1.43)$$

$$L^\mu = \bar{u}_\ell \gamma^\mu (1 - \gamma^5) v_\nu \quad (1.44)$$

$$H_\mu = \langle \pi^+ | u \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b | \overline{B^0} \rangle \quad (1.45)$$

où G_F est la constante de couplage de l'interaction faible, L^μ est le courant leptonique et H_μ est le courant hadronique placé entre les “bra” et “ket” de l'environnement mésonique $\overline{B^0} \rightarrow \pi^+$.

Ainsi, on peut montrer^[45,46] en combinant les Eqs. 1.42 à 1.45 que :

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi \ell \nu)}{dq^2} &= \tau_{B^0} \cdot \frac{G_F^2 |V_{ub}|^2 (q^2 - m_\ell^2)^2 \sqrt{E_\pi^2 - m_\pi^2}}{24\pi^3 q^4 m_{B^0}^2} \\ &\times \left\{ \left(1 + \frac{m_\ell^2}{2q^2}\right) m_{B^0}^2 (E_\pi^2 - m_\pi^2) |f_+(q^2)|^2 + \frac{3m_\ell^2}{8q^2} (m_{B^0}^2 - m_\pi^2)^2 |f_0(q^2)|^2 \right\} \end{aligned} \quad (1.46)$$

où les fonctions $f_+(q^2)$ et $f_0(q^2)$ sont les deux facteurs de forme nécessaires pour décrire complètement les effets observables de la CDQ sur la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$. La forme de l'Eq. 1.46 est générale, et s'applique à toutes les désintégrations $A_{PS} \rightarrow B_{PS} \ell \nu_\ell$ d'un méson pseudo-scalaire A_{PS} vers un autre méson pseudo-scalaire B_{PS} . Dans le cas qui nous intéresse où $\ell = e$ ou μ , et donc où $m_\ell^2 \ll 1 \text{ GeV}^2$, cette équation peut cependant être simplifiée considérablement. On obtient alors :

$$\frac{d\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi \ell \nu)}{dq^2} = \tau_{B^0} \cdot \frac{G_F^2 |V_{ub}|^2}{24\pi^3} \times \left\{ |\vec{p}_\pi|^3 \cdot |f_+(q^2)|^2 \right\}, \quad (1.47)$$

où $|\vec{p}_\pi|$ est une fonction de q^2 :

$$|\vec{p}_\pi| = \sqrt{E_\pi^2 - m_\pi^2} \quad (1.48)$$

$$= \sqrt{\frac{(m_{B^0}^2 + m_\pi^2 - q^2)^2}{4m_{B^0}^2} - m_\pi^2}. \quad (1.49)$$

Il suffit enfin d'intégrer l'Eq. 1.47 pour obtenir le rapport d'embranchement total :

$$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi \ell \nu) = \tau_{B^0} \cdot \frac{G_F^2 |V_{ub}|^2}{24\pi^3} \cdot \int_{q_{min}^2}^{q_{max}^2} |\vec{p}_\pi|^3 |f_+(q^2)|^2 dq^2 \quad (1.50)$$

d'où on trouve que :

$$|V_{ub}| = \sqrt{\frac{\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi \ell \nu)}{\zeta \cdot \tau_{B^0}}} \quad (1.51)$$

en posant que :

$$\zeta = \frac{G_F^2}{24\pi^3} \cdot \int_{q_{min}^2}^{q_{max}^2} |\vec{p}_\pi|^3 |f_+(q^2)|^2 dq^2. \quad (1.52)$$

Avec l'Eq. 1.51, nous avons établi la manière exclusive de mesurer $|V_{ub}|$, en séparant explicitement les trois ingrédients de cette mesure : $\mathcal{B}$, τ_{B^0} et ζ . D'une part, le rapport d'embranchement $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi \ell \nu)$ et le temps de vie τ_{B^0} peuvent être mesurés expérimentalement²¹. D'autre part, la variable ζ doit être déterminée par des calculs théoriques.

Dans l'Eq. 1.52 définissant ζ , le facteur de forme $f_+(q^2)$ doit être calculé théoriquement avec la CDQ non-perturbative. Le reste de l'équation est toutefois très bien connu. La forme de l'Eq. 1.52 est connue exactement dans le Modèle Standard, tout comme les valeurs de q_{min}^2 et q_{max}^2 (définies dans la Sect. 1.4.2.2), alors que les valeurs de G_F , m_{B^0} , m_π sont mesurées précisément. C'est donc la valeur de l'intégrale de la fonction $f_+(q^2)$ qui est à l'origine de l'incertitude théorique de la variable ζ , se transmettant à $|V_{ub}|$.

Plutôt que de considérer le rapport d'embranchement total, défini pour la plage

²¹Les mesures les plus précises du temps de vie τ_{B^0} sont faites aux usines à mésons B , à partir de la fréquence d'oscillation des mésons $B^0 - \overline{B^0}$ [4].

complète des valeurs de q^2 , (q_{min}^2, q_{max}^2) , il est parfois utile de ne considérer qu'une plage de valeurs réduite (q_i^2, q_j^2) . Dans ce cas, les Eq. 1.50 à 1.52 demeurent valides et s'écrivent simplement :

$$\Delta\mathcal{B}(q^2) = \tau_{B^0} \cdot \frac{G_F^2 |V_{ub}|^2}{24\pi^3} \cdot \int_{q_i^2}^{q_j^2} |\vec{p}_\pi|^3 |f_+(q^2)|^2 dq^2 \quad (1.53)$$

$$\Delta\zeta = \frac{G_F^2}{24\pi^3} \cdot \int_{q_i^2}^{q_j^2} |\vec{p}_\pi|^3 |f_+(q^2)|^2 dq^2 \quad (1.54)$$

$$|V_{ub}| = \sqrt{\frac{\Delta\mathcal{B}(q^2)}{\Delta\zeta \cdot \tau_{B^0}}}. \quad (1.55)$$

On verra maintenant que la forme du facteur de forme $f_+(q^2)$ peut être mesurée expérimentalement, ce qui permet à la fois de réduire l'incertitude sur $|V_{ub}|$ et de tester les calculs de CDQ en régime non-perturbatif. La norme de $f_+(q^2)$ doit cependant toujours être calculée théoriquement.

1.4.2.2 La forme du spectre de q^2 de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$

On a vu que l'observable de choix $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ est donnée par l'Eq. 1.53, où la variable q^2 est la masse invariante au carré du boson W . Pour la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, les limites cinématiques^[29] de q^2 sont :

$$q_{min}^2 = m_\ell^2 \simeq 0 \quad (1.56)$$

$$q_{max}^2 = (m_{B^0} - m_\pi)^2 \simeq 26.4 \text{ GeV}^2 \quad (1.57)$$

Il est possible de mesurer q^2 pour chaque désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ détectée expérimentalement. Pour ce faire, on peut alternativement mesurer les quadri-impulsions des leptons ℓ et ν ou celles des mésons B^0 et π , comme le montrent les relations :

$$q^2 = (P_\ell + P_\nu)^2 \quad (1.58)$$

$$q^2 = (P_B - P_\pi)^2 \quad (1.59)$$

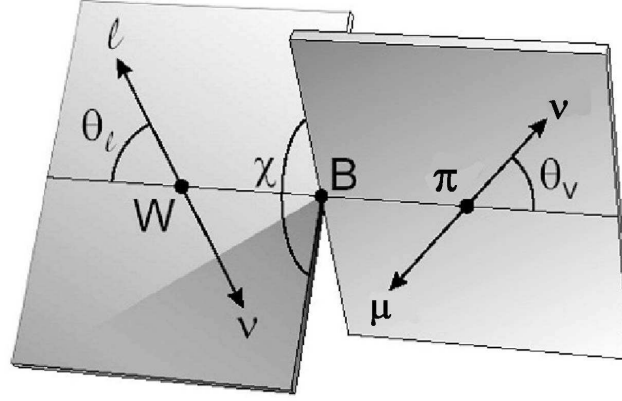


FIG. 1.10 – Illustration des angles θ_ℓ , θ_V et χ décrivant la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$.

Nous verrons aux Chap. 3 et 5 que la relation 1.59 est celle que nous avons choisi d'utiliser dans la mesure présentée dans cette thèse.

Trois autres variables cinématiques sont généralement utilisées pour décrire la cinématique des désintégrations semileptoniques. Ces variables sont illustrées sur la Fig. 1.10. Il s'agit de l'angle θ_ℓ d'hélicité du boson W , de l'angle θ_V de la désintégration du pion, et de l'angle diédral χ formé par les plans de désintégration du W et du π . Les quatres variables q^2 , θ_ℓ , θ_V et χ sont entièrement décorrélées²².

Pour la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, le rapport d'embranchement différentiel en fonction des quatres variables cinématiques est^[45] :

$$\frac{d\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu_\ell)}{dq^2 d \cos \theta_\ell d \cos \theta_V d \chi} = \tau_{B^0} \cdot \frac{G_F^2 |V_{ub}|^2}{128 \pi^4} \cdot \sin^2 \theta_\ell \sin \theta_V \cdot |\vec{p}_\pi|^3 |f_+(q^2)|^2 \quad (1.60)$$

Les deux seuls termes inconnus de l'Eq. 1.60 sont le facteur de forme $f_+(q^2)$ et la constante $|V_{ub}|$. Le reste de l'équation est très bien connu. Afin de simplifier le problème, on peut intégrer la composante angulaire de l'Eq. 1.60 sans introduire d'incertitude théorique puisque cette composante n'est pas couplée à la fonction

²²Notons que les angles θ_V et χ de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ ne sont pas mesurables avec le détecteur BABAR, puisque la désintégration du pion chargé n'y est pas observable.

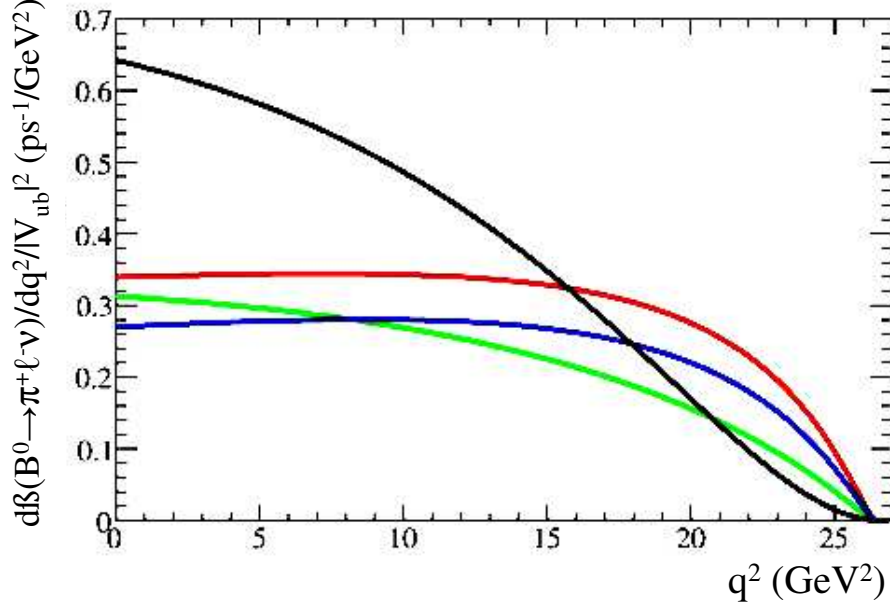


FIG. 1.11 – Principales prédictions théoriques du rapport d'embranchement différentiel $d\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)/dq^2$, normalisées par $|V_{ub}|^2$. Les variations de la forme et de l'intégrale de $d\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)/dq^2$ proviennent des changements du facteur de forme $f_+(q^2)$ prédits par différents calculs définis à la Sec. 1.5. Ce sont : le modèle de quark ISGW2^[47] (noir), les RSCL^[48] (rouge) et les calculs de CDQ sur réseau de HPQCD^[49] (vert) et Fermilab^[50] (bleu).

$f_+(q^2)$ inconnue²³. On retrouve alors l'Eq. 1.47. Pour cette raison, l'incertitude théorique provenant de l'interaction forte, paramétrisée par le facteur de forme $f_+(q^2)$, ne dépend que de la seule variable cinématique q^2 de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$.

Différentes prédictions théoriques du rapport d'embranchement différentiel $d\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)/dq^2$ sont montrées sur la Fig. 1.11. Comme on peut le voir sur la figure, les spectres de q^2 prédits par les différents calculs varient autant par leur forme que par leur intégrale. Ces différences proviennent des variations de la fonction $f_+(q^2)$ prédite par les différents calculs. L'effet de la valeur de $|V_{ub}|$ a été enlevé de la Fig. 1.11 pour faciliter son interprétation en terme du seul facteur de forme. La

²³On verra au Chap. 4 que cette propriété fort utile ne s'applique pas à toutes les désintégrations semileptoniques.

valeur de $|V_{ub}|^2$ affecte linéairement la valeur du rapport d'embranchement mais n'a aucune influence sur la forme du spectre de q^2 .

Ces incertitudes sur la forme et l'intégrale du spectre de q^2 ont plusieurs conséquences importantes. L'incertitude sur la forme du spectre de q^2 peut notamment causer une incertitude importante sur l'efficacité de sélection expérimentale ϵ se traduisant par une incertitude sur le rapport d'embranchement²⁴ (voir Eq. 1.41). Cette incertitude était d'ailleurs dominante lors de la toute première mesure de $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ [51]. Il est cependant possible de la réduire substantiellement par quelques précautions, tel que décrit ci-après.

Pour étudier l'influence de $f_+(q^2)$ sur la mesure de $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$, réexprisons d'abord l'efficacité de sélection expérimentale ϵ (Eq. 1.40) en termes théoriques, comme à l'Eq. 1.47. Pour ce faire, il est utile de séparer les composantes de normalisation f_+^0 et de forme $\tilde{f}_+(q^2)$ du facteur de forme :

$$f_+(q^2) = f_+^0 \cdot \tilde{f}_+(q^2), \quad \int_{q_{min}^2}^{q_{max}^2} \tilde{f}_+(q^2) dq^2 \equiv 1. \quad (1.61)$$

On trouve alors (Eq. 1.41) que :

$$N_0 = n_{B^0} \cdot \mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu_\ell) \quad (1.62)$$

$$= n_{B^0} \cdot \tau_{B^0} \cdot \frac{G_F^2 |V_{ub}|^2}{24\pi^3} \cdot |f_+^0|^2 \cdot \int_{q_{min}^2}^{q_{max}^2} |\vec{p}_\pi|^3 |\tilde{f}_+(q^2)|^2 dq^2 \quad (1.63)$$

$$N = n_{B^0} \cdot \tau_{B^0} \cdot \frac{G_F^2 |V_{ub}|^2}{24\pi^3} \cdot |f_+^0|^2 \cdot \int_{q_{min}^2}^{q_{max}^2} S(q^2) |\vec{p}_\pi|^3 |\tilde{f}_+(q^2)|^2 dq^2 \quad (1.64)$$

d'où l'efficacité est donnée par (Eq. 1.40) :

$$\epsilon = \frac{N}{N_0} = \frac{\int_{q_{min}^2}^{q_{max}^2} S(q^2) |\vec{p}_\pi|^3 |\tilde{f}_+(q^2)|^2 dq^2}{\int_{q_{min}^2}^{q_{max}^2} |\vec{p}_\pi|^3 |\tilde{f}_+(q^2)|^2 dq^2} \quad (1.65)$$

²⁴Ne pas confondre cette incertitude avec celle de $|V_{ub}|$ dont nous avons surtout parlé jusqu'ici. Il s'agit bien ici d'une incertitude supplémentaire s'ajoutant à celle de ζ (voir Eq. 1.51).

où $S(q^2)$ donne la dépendance selon q^2 de l'efficacité intrinsèque des sélections expérimentales. L'efficacité intrinsèque $S(q^2)$ indique la fraction de l'espace des phases conservée par les sélections en fonction de q^2 . Par exemple, la sélection $|\vec{p}_\ell| < 1 \text{ GeV}$ conserve une plus grande fraction des états possibles à haut q^2 qu'à bas q^2 . Cette efficacité intrinsèque diffère de l'efficacité effective ϵ car cette dernière dépend de l'amplitude de probabilité de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ dans la portion conservée de l'espace des phases. Par ailleurs, l'amplitude de probabilité dépend elle-même du facteur de forme $f_+(q^2)$. L'efficacité dépend donc aussi de $f_+(q^2)$. On note cependant que seule la forme $\tilde{f}_+(q^2)$ du facteur de forme contribue à l'efficacité, comme le montre l'Eq. 1.65.

Considérons maintenant l'effet de l'incertitude de $\tilde{f}_+(q^2)$ sur l'efficacité ϵ . Pour ce faire, supposons deux calculs différents G et H produisant les fonctions $\tilde{f}_+^G(q^2)$ et $\tilde{f}_+^H(q^2)$, respectivement. Comme c'est le cas en pratique, supposons aussi que nous utilisions deux simulations différentes faites avec les calculs G et H pour obtenir les efficacités ϵ_G et ϵ_H . Ces efficacités seraient :

$$\epsilon_G = \frac{\int_{q_{min}^2}^{q_{max}^2} S(q^2) |\vec{p}_\pi|^3 |\tilde{f}_+^G(q^2)|^2 dq^2}{\int_{q_{min}^2}^{q_{max}^2} |\vec{p}_\pi|^3 |\tilde{f}_+^G(q^2)|^2 dq^2} \quad (1.66)$$

$$\epsilon_H = \frac{\int_{q_{min}^2}^{q_{max}^2} S(q^2) |\vec{p}_\pi|^3 |\tilde{f}_+^H(q^2)|^2 dq^2}{\int_{q_{min}^2}^{q_{max}^2} |\vec{p}_\pi|^3 |\tilde{f}_+^H(q^2)|^2 dq^2} \quad (1.67)$$

$$\epsilon_H \neq \epsilon_G \quad (1.68)$$

Dans la mesure où nous sommes incapables de déterminer lequel des deux calculs décrit réellement le comportement de la Nature, la différence des efficacités totales ϵ_G et ϵ_H introduit une incertitude systématique. Plus les formes des fonctions $\tilde{f}_+^G(q^2)$ et $\tilde{f}_+^H(q^2)$ diffèrent, plus cette incertitude sera importante.

La situation est toutefois différente si l'on considère l'efficacité différentielle

$d\epsilon/dq^2$. Dans ce cas, on obtient :

$$\frac{d\epsilon_G}{dq^2} = \frac{S(q^2) |\vec{p}_\pi|^3 |\tilde{f}_+^G(q^2)|^2}{|\vec{p}_\pi|^3 |\tilde{f}_+^G(q^2)|^2} = S(q^2) \quad (1.69)$$

$$\frac{d\epsilon_H}{dq^2} = \frac{S(q^2) |\vec{p}_\pi|^3 |\tilde{f}_+^H(q^2)|^2}{|\vec{p}_\pi|^3 |\tilde{f}_+^H(q^2)|^2} = S(q^2) \quad (1.70)$$

$$\frac{d\epsilon_H}{dq^2} = \frac{d\epsilon_G}{dq^2}. \quad (1.71)$$

L'efficacité différentielle $d\epsilon/dq^2$ est identique pour toute fonction $\tilde{f}_+^G(q^2)$ ou $\tilde{f}_+^H(q^2)$. Cette quantité est donc entièrement indépendante des hypothèses théoriques. En principe, son évaluation est un problème purement expérimental.

En pratique, il n'est cependant pas possible d'utiliser la véritable efficacité différentielle dans une mesure expérimentale. En effet, $d\epsilon/dq^2$ est définie pour un intervalle infinitésimal dq^2 alors que le nombre limité de désintégrations observées expérimentalement impose l'utilisation d'intervalles finis $\Delta q^2 = q_j^2 - q_i^2$. Entre l'efficacité totale de l'Eq. 1.65 et l'efficacité différentielle de l'Eq. 1.69, l'*efficacité partielle* $\Delta\epsilon(q^2)$ s'avère un compromis fort utile. Cette quantité est définie pour un intervalle fini (q_j^2, q_i^2) :

$$\Delta\epsilon(q^2) = \frac{\int_{q_i^2}^{q_j^2} S(q^2) |\vec{p}_\pi|^3 |\tilde{f}_+(q^2)|^2 dq^2}{\int_{q_i^2}^{q_j^2} |\vec{p}_\pi|^3 |\tilde{f}_+(q^2)|^2 dq^2}. \quad (1.72)$$

Comme l'efficacité totale, l'efficacité partielle n'est pas rigoureusement indépendante des hypothèses théoriques sur la forme du facteur de forme $\tilde{f}_+(q^2)$. Par contre, sa dépendance sur $\tilde{f}_+(q^2)$ peut être grandement réduite par l'utilisation d'intervalles $\Delta q^2 = q_j^2 - q_i^2$ suffisamment petits. Pour la mesure présentée dans cette thèse, on verra que l'utilisation d'intervalles relativement petits de $\Delta q^2 = 2 \text{ GeV}^2$, combinée aux connaissances actuelles de $\tilde{f}_+(q^2)$ qui excluent les variations extrêmes et à un choix de sélections expérimentales minimisant la variation en q^2 de $S(q^2)$, nous a permis d'obtenir une fonction d'efficacité partielle $\Delta\epsilon(q^2)$ ayant une dépendance négligeable sur les hypothèses théoriques.

Ainsi, comme à l'Eq. 1.41, le rapport d'embranchement partiel $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ est obtenu expérimentalement de $\Delta\epsilon(q^2)$ par la relation :

$$\Delta\mathcal{B}(q^2) = \frac{\Delta N(q^2)}{\Delta\epsilon(q^2) \cdot n_{B^0}} \quad (1.73)$$

où $\Delta N(q^2)$ est le nombre de désintégrations $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ contenues dans l'échantillon après les sélections expérimentales pour un intervalle $\Delta q^2 = q_j^2 - q_i^2$. Si la dépendance de $\Delta\epsilon(q^2)$ sur les hypothèses théoriques est négligeable, alors le rapport d'embranchement partiel $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ peut aussi être mesuré avec une incertitude théorique négligeable.

De plus, en subdivisant le spectre entier de $q^2 \in (q_{min}^2, q_{max}^2)$ en plusieurs petits intervalles (q_i^2, q_j^2) , et en mesurant le rapport d'embranchement partiel $\Delta\mathcal{B}(q_i^2)$ dans chaque intervalle, on peut aussi obtenir le rapport d'embranchement total avec une incertitude théorique négligeable :

$$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu_\ell) = \sum_i \Delta\mathcal{B}(q_i^2). \quad (1.74)$$

En termes théoriques, l'analogue de l'Eq. 1.74 est :

$$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu_\ell) = \frac{G_F^2 \tau_{B^0}}{24\pi^3} \times |V_{ub} f_+^0|^2 \times \sum_i \left(\int_{q_i^2}^{q_j^2} |\vec{p}_\pi|^3 |\tilde{f}_+(q^2)|^2 dq^2 \right). \quad (1.75)$$

Dans l'Eq. 1.75, les termes V_{ub} , f_+^0 et $\tilde{f}_+(q^2)$ sont inconnus, et le reste est très bien connu. La mesure expérimentale de l'Eq. 1.74, comparée à l'équation théorique 1.75, permet de déterminer la valeur des paramètres de normalisation $|V_{ub} f_+^0|$ et de forme $\tilde{f}_+(q^2)$. Les valeurs des constantes $|V_{ub}|$ et f_+^0 ne peuvent cependant pas être déterminées individuellement par cette comparaison.

On a dit que la forme de l'Eq. 1.75 est connue exactement dans le Modèle Standard. Toutefois, la fonction à utiliser pour paramétrer $\tilde{f}_+(q^2)$ n'y est pas prescrite. Plusieurs fonctions ont d'ailleurs été suggérées dans la littérature^[48, 49, 52, 53] pour remplir cette fonction. En principe, les variations de paramétrisation de $\tilde{f}_+(q^2)$

pourraient introduire une incertitude systématique indésirable. Une étude phénoménologique récente^[43] montre toutefois que les valeurs de $|V_{ub}f_+^0|$ obtenues avec différentes paramétrisations sont similaires, tout comme les formes du spectre de q^2 effectivement décrites avec chaque paramétrisation. Le choix de la fonction de paramétrisation de $\tilde{f}_+(q^2)$ a donc peu d'effet sur la mesure de $|V_{ub}f_+^0|$ et de la forme du facteur de forme avec la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$.

Puisque les rapports d'embranchement partiels $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ sont mesurables sans dépendance sur les hypothèses théoriques (Eq. 1.74), que l'interprétation théorique de ces mesures est claire (Eq. 1.75), et que le choix de la fonction de paramétrisation de $\tilde{f}_+(q^2)$ a peu d'effet, nous pouvons donc réaliser un test de la CDQ non-perturbative indépendant de toute hypothèse théorique en comparant le spectre mesuré $\Delta\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu, q^2)$ aux prédictions théoriques illustrées sur la Fig. 1.11.

Par ailleurs, la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ permet aussi de tester un aspect complètement différent de la CDQ non-perturbative. Il s'agit ici de la méthode dite de “factorisation” utilisée en *Soft Collinear Effective Theory*. Cette méthode est très importante pour étudier les désintégrations hadroniques de mésons lourds, notamment pour interpréter la violation CP dans les désintégrations $B \rightarrow \pi\pi$. Elle pourrait être testée^[54,55] en comparant la valeur de $|V_{ub}f_+(0)|$ mesurée avec la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ à celle prédite à partir du ratio $\frac{\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^0 \pi^-)}$ par la factorisation.

1.4.2.3 Extraction de $|V_{ub}|$

On a vu que la mesure du rapport d'embranchement total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ permet d'obtenir $|V_{ub}|$ par l'Eq. 1.51. Historiquement, c'est ainsi que la valeur exclusive de $|V_{ub}|$ fut déterminée en premier. Cependant, nous allons bientôt voir que les calculs théoriques les plus performants ne sont utilisables que pour une portion réduite du spectre de q^2 de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$. L'extrapolation de ces résultats théoriques à l'ensemble du spectre de q^2 affligeait alors la mesure de $|V_{ub}|$ d'une incertitude supplémentaire indésirable.

Cette erreur d'extrapolation fut éliminée lorsque les progrès expérimentaux per-

mirent des mesures du rapport d'embranchement partiel $\Delta\mathcal{B}(q^2)$. Pour ce faire, on utilise l'Eq. 1.55 afin d'extraire $|V_{ub}|$ en considérant seulement les calculs de $f_+(q^2)$ à l'intérieur de leur domaine de validité. On verra aux Chap. 3 et 5 que cette approche est celle que nous avons utilisée dans cette thèse.

Par ailleurs, suite aux progrès expérimentaux récents de la mesure de la forme²⁵ du facteur de forme $\tilde{f}_+(q^2)$, notamment dans cette thèse, certains auteurs ont proposé des méthodes d'extraction de $|V_{ub}|$ plus sophistiquées^[43, 55, 56]. Leur idée est d'utiliser les mesures expérimentales de la forme $\tilde{f}_+(q^2)$ pour contraindre d'avantage les prédictions théoriques de $f_+(q^2)$ et ainsi réduire l'incertitude sur son intégrale. Ainsi, plutôt que d'utiliser une information expérimentale constante, $\Delta\mathcal{B}$, et une prédiction théorique dépendante de q^2 , $\int f_+(q^2)dq^2$, comme dans l'Eq. 1.55, ces auteurs proposent d'utiliser l'information expérimentale dépendante de q^2 , $\tilde{f}_+(q^2)$, et de ne calculer la norme $f_+(q_0^2)$ qu'à un seul point q_0^2 particulièrement favorable^[55]. Cela serait avantageux car l'incertitude théorique de $f_+(q_0^2)$ est inférieure à celle de l'intégrale $\int f_+(q^2)dq^2$. Alternativement, on propose^[43] de déterminer la norme de $f_+(q^2)$ par un lissage des points théoriques les mieux connus où la forme du facteur de forme est fixée par la mesure expérimentale. Grâce à l'amélioration de la mesure de la forme de $f_+(q^2)$, ces nouvelles méthodes devraient donc bientôt réduire d'avantage l'incertitude des mesures exclusives de $|V_{ub}|$.

En terminant, mentionnons que la plus grande incertitude actuelle de la valeur exclusive de $|V_{ub}|$ ne provient pas des incertitudes des calculs individuels de $f_+(q^2)$, mais bien de la variation de $|V_{ub}|$ en utilisant un calcul ou un autre. En déterminant expérimentalement lequel de ces calculs est le bon, une mesure très précise de la forme de $f_+(q^2)$ pourrait réduire encore plus substantiellement l'incertitude des mesures exclusives de $|V_{ub}|$. Nous verrons aux Chap. 3 et 5 que l'actuelle mesure de $\tilde{f}_+(q^2)$ la plus précise, celle exposée dans cette thèse, ne permet pas encore de discriminer entre les plus récents calculs de $f_+(q^2)$. Des progrès en ce sens sont

²⁵Tel que défini à l'Eq. 1.61, $\tilde{f}_+(q^2)$ est la forme du facteur de forme, qui diffère du facteur de forme $f_+(q^2)$ par une constante de normalisation. D'autre part, $f_+(q_0^2)$ est la valeur absolue du facteur de forme $f_+(q^2)$ à une certaine valeur q_0^2 .

cependant attendus dans les années à venir, lorsque des mesures de $\tilde{f}_+(q^2)$ significativement plus précises seront réalisées avec les échantillons de données grandissants des usines à mésons B .

1.5 Calcul du facteur de forme $f_+(q^2)$ avec la CDQ

Nous avons montré comment et pourquoi l'interaction forte influence la mesure exclusive de $|V_{ub}|$ avec la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$. Nous avons aussi montré que tous les effets observables de la CDQ sur la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ peuvent être décrits par une seule fonction relativement simple : le facteur de forme $f_+(q^2)$, dont la forme peut être mesurée expérimentalement, mais non la norme. Il est néanmoins nécessaire de connaître la valeur de l'intégrale du facteur de forme pour déterminer la valeur de $|V_{ub}|$ avec une méthode exclusive. Heureusement, celle-ci peut être calculée théoriquement. Suite à quelques mots sur l'origine des difficultés techniques de la CDQ, nous allons expliquer brièvement comment fonctionnent les différentes méthodes présentement utilisées pour calculer le facteur de forme $f_+(q^2)$.

1.5.1 Couplage des interactions fortes

Si les calculs avec la CDQ sont compliqués et difficiles, l'origine de ces difficultés est simple : c'est parce que la constante de couplage α_S est trop grande pour y utiliser la théorie des perturbations. En effet, on a vu que l'amplitude de probabilité d'une interaction faible au premier ordre est proportionnelle à la constante de couplage G_F . Pour un diagramme d'ordre n , l'amplitude de probabilité est proportionnelle à $(G_F)^n$. Il en va de même pour la force forte. L'amplitude de probabilité d'un diagramme d'interaction forte d'ordre n est proportionnelle à $(\alpha_S)^n$. Sauf que la valeur typique de $\alpha_S \simeq 0.2$ pour une désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ à l'expérience *BABAR* est immensément supérieure à celle de $G_F \simeq 10^{-5}$. Pour cette raison, les diagrammes d'ordres supérieurs peuvent généralement être négligés dans le calcul des interaction faibles, mais non dans le calcul des interactions fortes. Ainsi, le diagramme illustré sur la Fig. 1.9 correspond à un calcul au 10^{eme} ordre, ce qui est

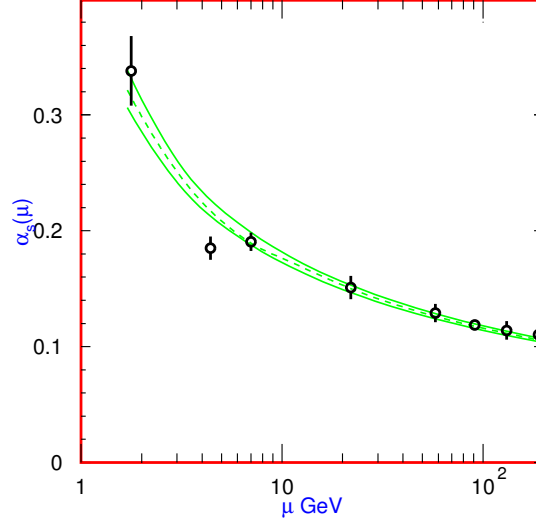


FIG. 1.12 – Mesures expérimentales et lissage théorique de la constante de couplage forte $\alpha_S(\mu)$, pour plusieurs énergies μ [4].

impossible à réaliser avec la méthode des perturbations utilisée pour l'interaction électrofaible. Pour les interactions électrofaibles, ces diagrammes d'ordre très élevé ont une influence totalement négligeable, mais ce n'est pas toujours le cas avec les interactions fortes. C'est pourquoi les calculs avec la CDQ sont si difficiles.

Par ailleurs, une propriété importante des constantes de couplage est que leurs valeurs varient en fonction de l'énergie de l'interaction. Cette propriété est illustrée sur la Fig. 1.12 pour l'interaction forte. Comme on peut le voir sur la figure, la valeur de $\alpha_S(\mu)$ est élevée à basse énergie, mais devient relativement basse pour les interactions de hautes énergies. En conséquence, il est possible d'utiliser la théorie des perturbations pour les interactions fortes de hautes énergies. On parle alors de *CDQ perturbative*. À basse énergie, la valeur de $\alpha_S(\mu)$ peut cependant devenir supérieure à un, et la théorie des perturbations devient clairement inutilisable. On parle alors de *CDQ non-perturbative*.

Dans une désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, les multiples interactions fortes peuvent avoir une gamme d'énergie relativement large couvrant les régimes perturbatif et non-perturbatif de la CDQ. Après la transition $b \rightarrow u$, l'énergie des interactions

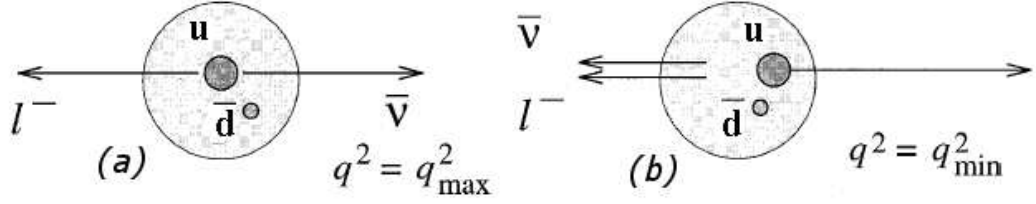


FIG. 1.13 – Orientation des impulsions du pion et des leptons de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ à $q_{\max}^2$ (a) et $q_{\min}^2$ (b) ^[29]. L’impulsion de recul du quark u est minimale à $q_{\max}^2$ et maximale à $q_{\min}^2$.

fortes entre le quark u et le quark spectateur $\bar{d}$ dépend de la valeur q^2 . À $q_{\min}^2$, le quark u possède une impulsion de recul maximale. Une plus grande impulsion doit donc être transférée au quark spectateur si le méson π doit se maintenir dans un état lié. Au contraire, à $q_{\max}^2$, le quark u ne possède aucune impulsion de recul et devrait donc échanger des gluons de faible énergie avec le quark spectateur. Ces situations sont illustrées sur la Fig. 1.13.

On s’attend donc naïvement à ce que la CDQ soit “plutôt non-perturbative” à bas q^2 et “plutôt perturbative” à haut q^2 . D’autres effets viennent cependant compliquer cette situation. Par exemple, il faut considérer les interactions avec les quarks de la mer qui sont constamment créés et annihilés dans le vide quantique ambiant, et qui peuvent avoir une énergie variable. Les interactions entre les gluons doivent aussi être prises en compte.

1.5.2 Modèles de quarks

Historiquement, les premières tentatives de résoudre l’épineux problème de la description des interactions fortes entre les mésons utilisèrent ce qu’on appelle des *modèles de quarks*. Sur ce sujet, il existe une très vaste littérature qu’il n’est pas utile de revoir entièrement dans cette thèse. Une liste des principaux modèles est donnée dans la Ref. ^[29]. Dans cette thèse, nous avons testé les prédictions du modèle de quark ISGW2^[47] et montré que celles-ci sont incohérentes avec nos résultats. Il est aussi intéressant de noter qu’un nouveau modèle de quarks capable de reproduire

les résultats de la présente thèse a récemment été rendu public^[57].

Pour calculer le courant hadronique de l’amplitude de probabilité, les modèles de quarks postulent généralement certaines fonctions d’onde devant décrire les mésons B et π en entier. Typiquement, ces fonctions d’onde sont le résultat d’un potentiel agissant sur les quarks de valence, à la manière de l’équation de Schrödinger pour un atome. Selon la sophistication du modèle, des contraintes comme l’invariance de Lorentz ou la symétrie des quarks lourds sont parfois ajoutées aux équations.

La grande faiblesse des modèles de quarks est la très grande difficulté d’estimer précisément leurs incertitudes. Cette difficulté provient du fait que les modèles de quarks n’utilisent pas explicitement la CDQ pour bâtir leurs équations. Ils reposent plutôt sur des hypothèses *ad hoc* qui peuvent sembler raisonnables, mais dont la déviation par rapport à la *vraie* CDQ est presque impossible à estimer rigoureusement. Pour cette raison, les modèles de quarks sont maintenant considérés comme des approximations raisonnables dans certaines circonstances, mais ne sont plus utilisés pour déterminer rigoureusement la valeur de $|V_{ub}|$.

1.5.3 Règles de Somme sur le Cône de Lumière (RSCL)

Contrairement aux modèles de quarks, les calculs utilisant les Règles de Somme sur le Cône de Lumière (RSCL) sont basés sur le Lagrangien exact de la CDQ, ce qui permet une estimation beaucoup plus rigoureuse de leurs incertitudes^[4]. Qui plus est, les RSCL permettent de calculer $f_+(q^2)$ pour $q^2 \lesssim 14 \text{ GeV}^2$, étant ainsi complémentaires de la CDQ sur réseau qui peut calculer $f_+(q^2)$ pour $q^2 \gtrsim 15 \text{ GeV}^2$ (voir Sec. 1.5.4). Cette méthode est donc fort utile pour estimer $|V_{ub}|$.

La méthode des RSCL est difficile à vulgariser en termes simples et intuitifs. Essentiellement, il s’agit d’exprimer les contributions de la CDQ perturbative et non-perturbative par des séries d’opérateurs convergeant en puissance de α_S et du *twist* $n = d - s$, où s est le spin et d est la dimension des opérateurs. Pour obtenir le facteur de forme $f_+(q^2)$, la quantité de base est une fonction de corrélation reliant le courant faible au courant hadronique. Cette fonction est évaluée “sur le cône de lumière”, à $q^2 = 0$, et est ensuite extrapolée jusqu’à $q^2 \simeq 14 \text{ GeV}^2$ où le pion cesse

d'être ultra-relativiste.

Le calcul le plus précis utilisant cette méthode^[48] inclut les contributions d'ordre $(\alpha_S)^2$ de twist $n=2$ et $n=3$, et les contributions d'ordre α_S de twist $n=4$. Ce calcul obtient une incertitude d'environ 13% sur $f_+(0)$ et d'environ 26% sur $\Delta\zeta$, pour $q^2 < 16 \text{ GeV}^2$. La Ref. ^[48] contient une description détaillée de la méthode des RSCL et une revue de la littérature à ce sujet. Cette méthode est bien établie et permet présentement, avec la CDQ sur réseau, de réaliser les calculs de $f_+(q^2)$ les plus précis. Une erreur irréductible d'environ 10% sur $f_+(0)$ serait toutefois en mesure d'empêcher des progrès majeurs avec cette méthode dans le futur^[58].

1.5.4 CDQ sur réseau

La CDQ sur réseau tente de résoudre numériquement les équations de la CDQ par force de calcul brute. Bien que les résultats obtenus récemment avec cette technique par les groupes HPQCD^[49] et Fermilab^[50] soient d'une précision comparable à ceux obtenus avec les RSCL, cette technique est sans contredit la plus prometteuse en regard de son potentiel d'amélioration future. Une revue de la littérature récente en CDQ sur réseau se trouve dans les Ref. ^[44, 49].

La CDQ sur réseau fut inventée en 1974 par Kenneth G. Wilson, qui l'utilisa pour démontrer le confinement des quarks. Son principe de base consiste à utiliser le Lagrangien exact de la CDQ, et à y discrétiser l'espace-temps continu en un réseau à quatre dimensions contenant un nombre fini de points. La valeur des observables physiques sur les points du réseau est ensuite évaluée numériquement à l'aide de simulations Monte Carlo, tandis que les valeurs entre les points sont extrapolées par des relations analytiques. Tel qu'illustré sur la Fig. 1.14, chaque dimension du réseau est paramétrisée par une longueur L et un espacement a entre les points. La dimension typique des réseaux actuels est $L \simeq 2 \text{ fm}$ et $a \simeq 0.1 \text{ fm}$.

La grande force de cette technique est de ne pas être une approximation de la CDQ, mais bien d'être *exactement* la CDQ, du moins en principe. En effet, la façon de discrétiser l'espace-temps et l'incertitude introduite par cette discrétisation sont données par des relations analytiques exactes dépendantes de l'espacement a et de

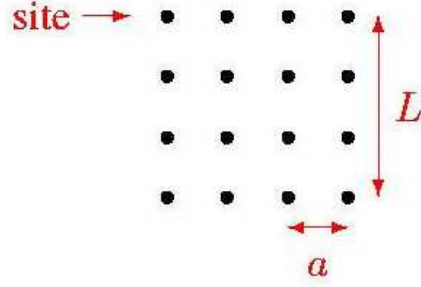


FIG. 1.14 – Illustration de la longueur L et de l'espacement a caractérisant un réseau en CDQ sur réseau.

la statistique des simulations Monte Carlo. Ces relations sont appelées *actions de discrétisation*. De façon générale, le Lagrangien discrétisé utilisé en CDQ sur réseau est relié au Lagrangien de la CDQ exacte par la relation :

$$\mathcal{L}^{\text{réseau}} = \mathcal{L}^{\text{exacte}} + o(a^n). \quad (1.76)$$

Les incertitudes de la CDQ sur réseau sont donc d'autant plus faibles que l'espacement a est petit et que l'exposant n est grand. La valeur de n varie d'une action de discrétisation à l'autre, et tend à augmenter lorsque de nouvelles actions améliorées sont inventées. De plus, la CDQ sur réseau redevient la CDQ exacte dans la limite $a \rightarrow 0$.

Une autre propriété intéressante de la CDQ sur réseau est que l'impulsion des particules y est discrétisée. En effet, la longueur d'onde λ d'une particule d'impulsion $p = \frac{2\pi}{\lambda}$ doit correspondre à un nombre entier de nombre d'espacements a pour pouvoir être décrite sur le réseau. Puisque $\lambda_{\min} = 2a$, cela impose du même coup une limite supérieure $p_{\max} = \frac{2\pi}{\lambda_{\min}} = \frac{\pi}{a}$ à l'impulsion calculable sur le réseau. Pour décrire des particules d'impulsion $p > p_{\max}$, ce qui est nécessaire notamment pour décrire les quarks de la mer, on doit avoir recours à la CDQ analytique. Pour une valeur d'impulsion suffisamment élevée, cela ne pose pas de problème puisque la valeur courante de $\alpha_S(\mu)$ devient faible et qu'on peut alors utiliser la CDQ perturbative. Idéalement, il faut donc choisir l'espacement entre les points du réseau pour

que l'amplitude de probabilité des particules d'impulsion $p > p_{max}$ soit calculable avec la CDQ perturbative, et utilise la CDQ non-perturbative sur réseau pour les particule d'impulsion $p < p_{max}$.

En pratique, le grand problème de la CDQ sur réseau est que le temps de calcul nécessaire à la réalisation de cette situation idéale n'est pas techniquement accessible, même avec les ordinateurs les plus puissants. En effet, le temps de calcul en CDQ sur réseau est proportionnel à $(\frac{L}{a})^6$, et cela oblige les groupes de CDQ sur réseau à utiliser des espacements a trop grands²⁶ et à introduire des approximations supplémentaires. Pour cette raison, la CDQ sur réseau actuelle ne peut se vanter d'être exactement la CDQ.

Pour améliorer les calculs de CDQ sur réseau, le nerf de la guerre consiste à utiliser des actions de discrétisation plus rapides, ce qui permet de réduire a , et de calculer la CDQ perturbative à un ordre plus élevé, ce qui permet de réduire et de mieux contrôler les incertitudes à une grandeur de a donnée.

À ce chapitre, des progrès spectaculaires ont été accomplis depuis l'an 2000. En effet, les meilleurs résultats actuels utilisent une nouvelle action de discrétisation de cinquante à mille fois plus rapide^[44] que celles qui étaient utilisées auparavant. Ce progrès a permis de réaliser les premiers calculs de CDQ sur réseau simulant complètement l'effet des quarks de la mer ("*unquenched*"), éliminant ainsi la principale source d'incertitude incontrôlable des anciens calculs. Cet effet était auparavant négligé en raison du temps de calcul considérable que requiert sa simulation. Comme le montre la Fig. 1.15, cette approximation nuisait significativement au réalisme des prédictions de la CDQ sur réseau et à l'estimation de ses incertitudes. Les nouveaux résultats incluant les quarks de la mer sont par ailleurs en très bon accord avec les mesures expérimentales.

La principale source d'incertitude systématique en CDQ sur réseau incluant les quarks de la mer est maintenant l'utilisation de masses trop élevées pour les quarks de valence et de la mer u et d . Cela force l'extrapolation des résultats pour les

²⁶Des longueurs L trop petites peuvent aussi être problématiques, mais ce n'est pas le cas pour la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$.

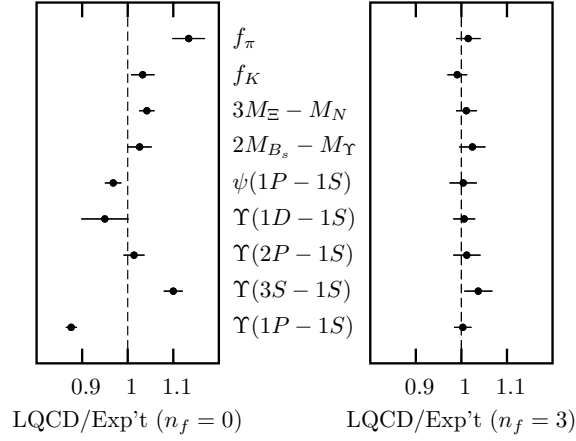


FIG. 1.15 – Comparaison^[44] entre neuf quantités mesurées précisément et leur calcul avec la CDQ sur réseau sans simulation des quarks de la mer (gauche) et avec simulation des quarks de la mer (droite). La CDQ sur réseau incluant les quarks de la mer est en meilleur accord avec les mesures expérimentales et ses incertitudes théoriques sont mieux estimées.

masses réelles des quarks légers. Avec les masses de l'ordre de $m_{u,d} \lesssim m_s/2$ utilisées actuellement, cette approximation est néanmoins contrôlable avec la *théorie des perturbations chirale*^[44]. Une autre limitation importante de cette méthode^[59] est la dépendance en $(pa)^n$ associée aux quarks et gluons d'impulsion p . Bien que cette incertitude soit bien contrôlée, elle limite les calculs de CDQ sur réseau aux seules particules de relativement basse impulsion ($p \lesssim 1 \text{ GeV}$). Enfin, les quarks sont reproduits 16 fois sur le réseau, et certains considèrent que cela introduit aussi une source d'incertitude incontrôlable. Cette duplication est éliminée par de simples facteur $\frac{1}{16}$ placés stratégiquement^[59], et aucune valeur numérique n'est présentement donnée pour quantifier l'incertitude qu'elle pourrait introduire. Pour le moment, rien n'indique cependant que la duplication des quarks soit la source d'une erreur significative.

D'autre part, les calculs de CDQ sur réseau incluant les quarks de la mer sont particulièrement bien adaptés pour étudier la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ parce que cette désintégration ne contient qu'un seul hadron dans l'état final et que ce hadron est "stable"^[44]. Les théoriciens de la CDQ sur réseau disent que cette désintégration

est une “voie d’or” et font du calcul de son facteur de forme une priorité. Les premiers calculs des facteurs de forme $f_+(q^2)$ et $f_0(q^2)$ de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ incluant les quarks de la mer furent publiés en 2005 et 2006 par les groupes Fermilab^[50] et HPQCD^[49], respectivement. En raison de l’incertitude en $(pa)^n$, ces résultats sont valides uniquement pour $q^2 \gtrsim 15 \text{ GeV}^2$. Dans cet intervalle, les deux groupes citent une incertitude d’environ 6 à 10% $f_+(q_0^2)$ et d’environ 25% sur $\Delta\zeta$.

La principale force des calculs de CDQ sur réseau actuels n’est pas tant leur précision en soi, mais plutôt le fait que leur incertitude puisse être estimée rigoureusement. Comparativement aux anciens calculs qui ne simulaient pas les quarks de la mer, ceci constitue déjà un progrès majeur. Pour la prochaine génération de calculs, les groupes de CDQ sur réseau promettent toutefois une réduction significative de l’incertitude. Selon les observateurs^[4], cette incertitude pourrait descendre à $\sigma_{\Delta\zeta} \sim 10\%$. Cela semble plausible, considérant que l’incertitude statistique de 8% des résultats de première génération devrait être réduite facilement^[60]. Pour HPQCD, l’incertitude actuelle de 9% associée à la CDQ perturbative pour $p > p_{max}$ devrait aussi être réduite significativement en passant du premier au second ordre^[60].

Les prochains calculs de CDQ sur réseau pourraient aussi augmenter leur domaine de validité selon q^2 . Pour ce faire, des propositions ont été faites d’effectuer les calculs dans un référentiel en mouvement parallèle à l’impulsion du pion, plutôt que dans le référentiel du B au repos^[59], ou encore d’utiliser un réseau anisotrope^[61].

À plus long terme, certains auteurs^[59] prédisent que $f_+(q^2)$ pourrait éventuellement être calculé avec une précision de $\sim 2\%$. Cela ne serait qu’une question de temps. Selon ce scénario alléchant, la CDQ sur réseau devrait continuer de réduire ses incertitudes en utilisant des réseaux d’espacement de plus en plus petits, à mesure que la puissance de calcul disponible augmentera et que les actions de discrétisation deviendront plus efficaces.

CHAPITRE 2

DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL ET ALGORITHMES DE RECONSTRUCTION

2.1 Introduction

Nous avons vu au chapitre précédent que l'étude expérimentale des mésons B est particulièrement intéressante, notamment pour étudier la violation CP et mesurer plusieurs éléments de la matrice CKM. Dans les années qui ont suivi la découverte^[62] du méson B , en 1977, cette étude semblait hors de portée. Elle devint toutefois envisageable à la suite des découvertes du temps de vie étonnamment long du quark b ^[63] (1983) et de la fréquence d'oscillation $B^0 - \overline{B}^0$ particulièrement grande^[64] (1987). Pour faire ces expériences, il fut déterminé^[65] que l'outil optimal serait un collisionneur électron-positron d'énergies asymétriques et de très grande luminosité, proposé pour la première fois^[66] en 1987. Cet appareil novateur, une "usine à mésons B asymétrique", fut construit simultanément aux laboratoires californiens *Stanford Linear Accelerator Center* (SLAC)^[67] et japonais *Kō Enerugi Kasokuki Kenkyū Kikō* (KEK)^[68] à partir de 1994. Pour étudier les mésons B produits par ces collisionneurs, deux détecteurs furent aussi construits : *BABAR*^[69-71] à SLAC et *Belle*^[72-74] à KEK. Depuis leur mise en marche en 1999, *BABAR* et *Belle* ont mesuré avec grand succès les désintégrations de centaines de millions de mésons B .

Pour réaliser la mesure présentée dans cette thèse, nous avons travaillé au sein de la Collaboration *BABAR* qui regroupe plus de 600 physiciens et ingénieurs de 75 institutions dans 10 pays. Pour produire les mésons B au SLAC, on accélère des électrons de 9 GeV et des positrons de 3.1 GeV jusqu'au coeur du détecteur *BABAR*, où se produit la réaction $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\overline{B}$. La particule $\Upsilon(4S)$, une résonance composée des quarks $b\overline{b}$, se désintègre presque uniquement en paires de mésons $B^0\overline{B}^0$ (50%) et B^+B^- (50%)^[4].

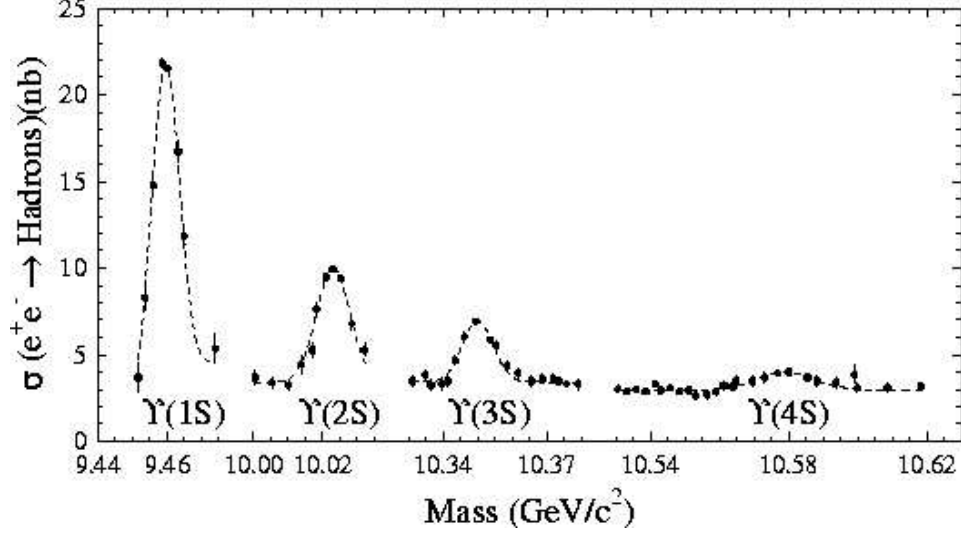


FIG. 2.1 – Section efficace de production hadronique en fonction de l'énergie au centre de masse des collisions e^+e^- . On distingue clairement les résonances $\Upsilon(1S)$ à $\Upsilon(4S)$, formées des quark b et $\bar{b}$, au-dessus du continuum $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$, où $q = u, d, s, c$. La résonance $\Upsilon(4S)$ est cependant la seule qui soit suffisamment massive pour se désintégrer en une paire de mésons B .

Les collisions e^+e^- sont produites à une énergie au centre de masse $E_{CM} = 10.58 \text{ GeV} \simeq M_{\Upsilon(4S)}$, exactement au seuil de production des mésons B . Cela interdit les réactions telles que $e^+e^- \rightarrow B\bar{B}\pi$, et permet l'étude des mésons B dans un environnement expérimental très "propre". En revanche, les réactions $e^+e^- \rightarrow l^+l^-$ et $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$, où l représente les leptons e, μ ou τ et q représente les quarks u, d, s ou c , se produisent fréquemment. Ces réactions dites de "continuum" constituent un bruit de fond pour l'étude des mésons B . Elles ont cependant l'avantage de permettre l'étude d'autres particules telles que les mésons D ou les leptons τ . Les diverses sections efficaces des collisions e^+e^- à $E_{CM} = M_{\Upsilon(4S)}$ sont données dans le Tableau 2.1. Les sections efficaces hadroniques de ces collisions, mesurées dans l'intervalle $9.45 \text{ GeV} < E_{CM} < 10.62 \text{ GeV}$, sont illustrées sur la Fig. 2.1.

Si l'énergie des collisions e^+e^- à l'énergie de production des $\Upsilon(4S)$ permet d'obtenir un environnement expérimental très propre, elle a cependant le désavantage de produire des mésons B de très basse impulsion dans le référentiel du centre de

TAB. 2.1 – Sections efficaces de production^[31] à $E_{CM} = M_{\Upsilon(4S)}$. Le nombre donné pour $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ est la section efficace effective dans l’acceptance du détecteur *BABAR*.

$e^+e^- \rightarrow$	section efficace (nb)
$b\bar{b}$	1.05
$c\bar{c}$	1.30
$s\bar{s}$	0.35
$u\bar{u}$	1.39
$d\bar{d}$	0.35
$\tau^+\tau^-$	0.94
$\mu^+\mu^-$	1.16
e^+e^-	~ 40

masse des collisions e^+e^- . En conséquence, la distance parcourue par les mésons B avant leur désintégration serait trop courte pour être mesurable si les électrons et positrons initiaux avaient des énergies égales. Or, la mesure de cette distance est nécessaire pour l’étude de la *violation CP dépendante du temps*¹. C’est ici qu’intervient l’asymétrie des énergies des électrons et positrons des usines à mésons B asymétriques. En effet, puisque les électrons y sont plus énergétiques que les positrons, les collisions asymétriques e^+e^- donnent une poussée relativiste ($\beta\gamma \simeq 0.56$) au système $\Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$ dans la direction du faisceau d’électrons. Grâce à cette poussée, la séparation moyenne des deux mésons B devient suffisamment grande pour être mesurable^[31].

Par ailleurs, les mésons B produits en laboratoire ne sont pas observables directement à cause de leur instabilité. En effet, les mésons B produits à *BABAR* voyagent en moyenne $260 \mu m$ avant de se désintégrer en particules plus légères^[31]. Les particules issues de la désintégration des B peuvent elles-mêmes être stables ou instables. Éventuellement, chaque (chaîne de) désintégration d’un B produit toutefois un certain nombre de particules “stables”². À l’expérience *BABAR*, ces

¹Bien qu’elle sorte du cadre de cette thèse, l’étude de la violation CP dépendante du temps est très importante aux usines à mésons B . Ce type d’étude permet notamment la mesure des angles α , β et γ du Triangle d’Unitarité.

²Par “stable”, nous entendons toute particule au temps de vie suffisamment long pour parcourir

particules stables sont les hadrons $\pi^\pm$, $K^\pm$, K^0 , $p^\pm$ et n , les leptons $e^\pm$, $\mu^\pm$ et ν , et le photon γ . À l'exception des neutrinos (ν), les interactions de toutes ces particules stables sont observables avec le détecteur *BABAR*. Pour chaque paire de mésons $B\bar{B}$, il s'agit alors d'utiliser le détecteur pour identifier chaque particule stable produite et en mesurer l'impulsion, l'énergie et la position du vertex d'origine. Avec ces informations en main, il devient alors possible d'identifier aussi les particules instables grâce, par exemple, à la masse invariante de leurs produits de désintégration. Lorsque toutes les particules stables sont correctement reconstruites, on peut reconstruire l'entière chaîne de désintégration des mésons B , et ainsi étudier les propriétés de ces derniers.

De façon générale, les usines à mésons B asymétriques sont conçues pour étudier un grand nombre de processus subatomiques différents. En plus de la violation CP, ces machines permettent de mesurer plusieurs autres propriétés des mésons B et D , et des leptons τ [31]. Elles permettent même d'étudier les produits des annihilations e^+e^- sur une large plage d'énergies au centre de masse, en utilisant des réactions avec *radiation de l'état initial* [75] : $e^+e^- \rightarrow \gamma X$. Toutes ces mesures sont rendues possibles par la grande polyvalence des détecteurs *BABAR* et Belle.

Nous allons maintenant décrire le dispositif expérimental utilisé à l'expérience *BABAR*, incluant l'accélérateur linéaire *Linac*, le collisionneur *PEP-II* et le détecteur *BABAR*. Cette description mettra l'emphasis sur les caractéristiques les plus importantes pour l'étude de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ avec "reconstruction du neutrino". Ces caractéristiques sont : une production de mésons B aussi copieuse que possible, une excellente identification des leptons $e^\pm$ et $\mu^\pm$ et une efficacité de reconstruction maximale de toutes les particules stables. Cette dernière caractéristique est exigée par la technique de *reconstruction du neutrino*. En effet, bien que les neutrinos ne soient pas observables directement avec le détecteur *BABAR*, leur impulsion peut néanmoins être déduite de l'impulsion manquante $\vec{p}_{manq}$ par la

quelques mètres avant de se désintégrer, aux énergies typiques de l'expérience *BABAR*.

relation :

$$\vec{p}_\nu \simeq \vec{p}_{manq} = \vec{p}_{faisc} - \vec{p}_{tot} \quad (2.1)$$

où $\vec{p}_{tot}$ est la somme des impulsions de toutes les particules détectées et $\vec{p}_{faisc}$ est l'impulsion connue des faisceaux d'électrons et de positrons de PEP-II.

2.2 Production expérimentale de mésons B au *Stanford Linear Accelerator Center* (SLAC)

La production des collisions $e^+e^- \rightarrow B\bar{B}$ au SLAC nécessite les contributions de deux appareils principaux. D'abord, l'accélération des électrons et positrons jusqu'aux énergies voulues de 9 GeV et 3.1 GeV, respectivement, est faite par l'accélérateur linéaire *Linac*. Ensuite, les faisceaux séparés d'électrons et de positrons doivent être redirigés par le collisionneur circulaire *PEP-II* pour produire les collisions frontales e^+e^- au coeur du détecteur *BABAR*. PEP-II est aussi responsable de l'accumulation de paquets d'électrons et de positrons énergétiques en très grand nombre, de façon à augmenter au maximum le nombre de collisions par unité de temps. Pour cette raison, PEP-II est aussi appelé *anneau de stockage*.

Le principe de base de ces deux appareils est d'utiliser le champ électrique pour augmenter l'énergie des électrons et positrons, et le champ magnétique pour diriger leur trajectoire. En pratique, l'agencement de ces champs électriques et magnétiques est un travail très complexe qui demande énormément de précision et de savoir-faire. Un schéma du Linac, de PEP-II et des autres accélérateurs du SLAC se trouve sur la Fig. 2.2.

2.2.1 L'accélérateur linéaire *Linac*

Le Linac du SLAC mesure 3.1 km de long^[76]. C'est l'accélérateur linéaire le plus long au monde. En accélérant des électrons à 9 GeV pour les besoins de l'expérience *BABAR*, le Linac n'opère pas à sa capacité maximale^[77] de 50 GeV. D'ailleurs, peu de temps après sa construction en 1966, il pouvait déjà accélérer des électrons jusqu'à 21 GeV^[78]. Cela avait permis la première mise en évidence

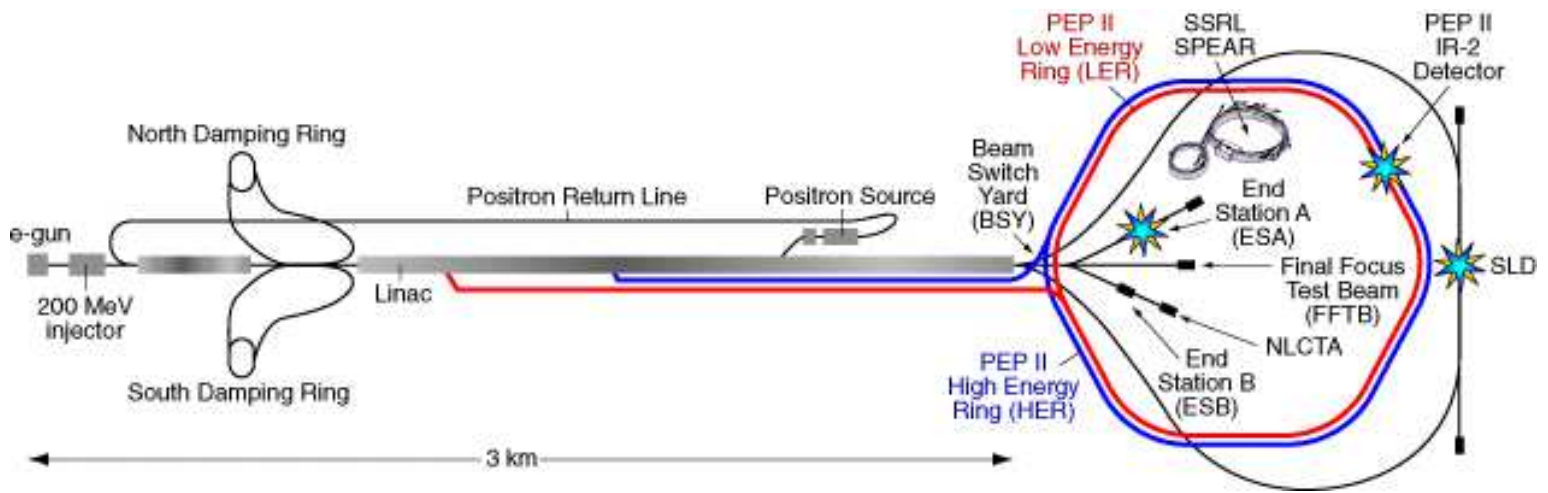


FIG. 2.2 – Schéma des accélérateurs du SLAC. Le pistolet à électrons est à l'extrême gauche de la figure, suivi d'une courte portion du Linac et des deux anneaux d'amortissement. Le long du Linac, on voit ensuite la sortie des positrons de 3.1 GeV, puis celle des électrons de 9 GeV, et enfin la sortie des électrons de 25 GeV servant à produire les positrons. Le collisionneur asymétrique PEP-II est à droite de la figure. Le détecteur *BABAR* est situé à IR-2. La dernière portion du Linac, les cibles fixes (ESA, ESB, NLCTA, FFTB) et le synchrotron SPEAR ne sont pas utilisés pour l'expérience *BABAR*. L'ancien détecteur SLD n'est plus utilisé aujourd'hui.

directe de l'existence des quarks^[78] et valu éventuellement au SLAC l'un de ses prix Nobel (R. E. Taylor, 1990). Nous allons maintenant expliquer comment fonctionne cette formidable machine, en se basant essentiellement sur la Ref. ^[76].

La première composante du Linac est le *pistolet à électrons*. Pour les électrons non-polarisés utilisés à *BABAR*, le pistolet à électrons chauffe simplement un filament métallique placé dans un fort champ électrique. L'agitation thermique éjecte les électrons du filament, tandis que le champ électrique augmente le nombre d'électrons éjectés et les accélèrent vers un *injecteur* situé au commencement de l'accélérateur linéaire principal. Les électrons sortant de l'injecteur ont une énergie d'environ 200 MeV.

Pour accélérer d'avantage les électrons, l'accélérateur linéaire principal utilise des ondes électromagnétiques produites par des appareils appelés *klystrons*. Ces ondes poussent les électrons à la manière de vagues déferlantes poussant des surfeurs. Dans un klystron, les ondes électromagnétiques sont produites par le passage d'un paquet d'électrons dans une cavité résonante³. À la manière d'un tuyau d'orgue vibrant lorsque traversé par un courant d'air, une partie de l'énergie du paquet d'électrons traversant le klystron est transformée en onde électromagnétique. Cette onde est amplifiée par le klystron et propagée avec un guide d'onde jusqu'à un segment du Linac. L'amplitude, la fréquence et la phase de l'onde sont précisément contrôlées.

Par ailleurs, le Linac contient une succession de plus de 80 000 tubes de cuivre séparés par des espaces vides, tel qu'illustré sur la Fig. 2.3. Les ondes électromagnétiques produites par les klystrons produisent un courant alternatif à la surface de ces tubes, résultant en un champ électrique dans l'axe du Linac et un champ magnétique tournant autour des tubes. Dans les espaces vides, les électrons subissent l'influence du champ électrique provenant de la différence de potentiel entre les tubes. Ce n'est pas le cas lorsque les électrons sont à l'intérieur des tubes, qui agissent comme des cages isolantes de Faraday. Pour être accélérés, les électrons

³Notez que le paquet d'électrons provoquant la résonance du klystron n'est pas celui qui est accéléré dans le Linac. Chaque klystron possède son propre pistolet à électrons.

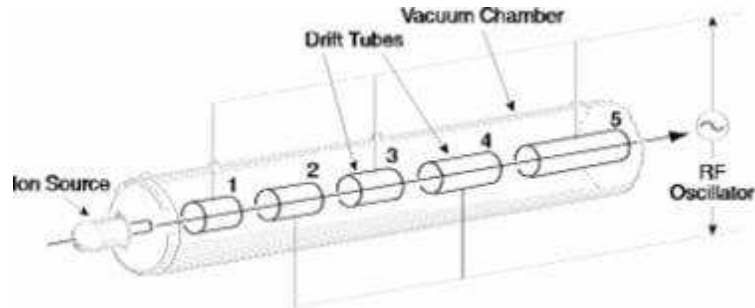


FIG. 2.3 – Schéma d'un segment du Linac. La différence de potentielle entre les tubes de cuivre (*Drift Tubes*) de polarité opposée accélère les électrons et positrons. Les paquets d'électrons (positrons) sont synchronisés de façon à être entre les tubes lorsque le champ électrique y est positif (négatif), et à l'intérieur des tubes lorsque le champ électrique est inversé. En principe, la longueur des tubes augmente avec la vitesse croissante des électrons accélérés. En pratique, la vitesse des électrons et positrons ultra-relativistes demeurent presque constante. La variation de la longueur des tubes 1 à 5 est donc exagérée sur la figure.

sont donc synchronisés de manière à ce que le champ électrique entre les tubes soit positif lorsqu'ils sont dans les zones ouvertes et négatif lorsqu'ils sont isolés à l'intérieur des tubes. C'est exactement le contraire pour les positrons. L'effet du champ électrique sur les électrons et positrons est illustré sur la Fig. 2.4.

Le Linac est composé de 960 sections alimentées par 245 klystrons^[79] de puissances croissantes, produisant des ondes de fréquences de plus en plus élevées qui accélèrent les électrons à des énergies de plus en plus grandes. Les différents klystrons sont très précisément synchronisés afin que les électrons quittant une section du Linac arrivent dans la section suivante au bon moment, avec la bonne vitesse.

En plus d'accélérer les électrons, les "vagues de surf électromagnétiques" ont aussi pour effet de régulariser leur vitesse et de les regrouper en paquets. En effet, les électrons retardataires reçoivent une plus forte poussée que les électrons les plus rapides (voir Fig. 2.4). Toutefois, l'accélération et la régularisation de la vitesse des électrons par les klystrons ne s'opère que dans une seule direction, celle de l'axe du Linac. L'impulsion transversale des électrons n'est pas régularisée par les klystrons du Linac. Cette impulsion transversale est indésirable car elle réduit la luminosité

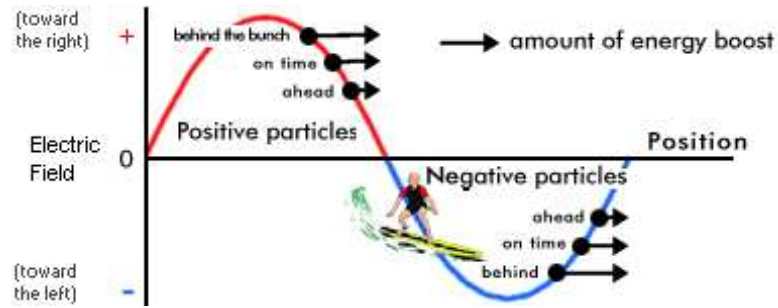


FIG. 2.4 – Illustration de l'effet du champ électrique sur les électrons et positrons dans le Linac. La même onde électromagnétique peut accélérer simultanément électrons et positrons, selon que ces derniers sont synchronisés avec sa composante positive ou négative. L'onde a aussi pour effet de regrouper les électrons ou positrons en paquets monoénergétiques, puisque les retardataires reçoivent la plus forte poussée alors que les plus rapides reçoivent la poussée la plus faible.

des collisions e^+e^- . Une composante du Linac est donc consacrée uniquement à l'éliminer. Ce sont les deux *anneaux d'amortissement* (*damping rings*), un pour les électrons, l'autre pour les positrons, situés de chaque côté de l'accélérateur linéaire principal (voir Fig. 2.2).

Lorsqu'ils atteignent 1.2 GeV^[77], les électrons ou positrons sont redirigés vers leur anneau d'amortissement respectif. En circulant dans l'anneau, les électrons perdent de l'énergie par radiation synchrotron et sont ré-accélérés par un champ électrique. La radiation synchrotron réduit l'impulsion des électrons dans toutes les directions, mais le champ électrique les ré-accélère seulement dans la direction désirée. À mesure qu'ils circulent dans l'anneau d'amortissement, les directions des électrons des paquets deviennent donc de plus en plus parallèles. Éventuellement, les paquets d'électrons sont retournés à l'accélérateur linéaire principal pour y être accélérés d'avantage.

À 9 GeV, les paquets d'électrons peuvent être dirigés vers PEP-II. Une fraction des électrons est toutefois accélérée d'avantage, jusqu'à 25 GeV, pour la production des positrons^[80]. Pour produire les positrons, le faisceau d'électrons de 25 GeV est envoyé sur une cible de tungstène. Cette collision crée une gerbe contenant un grand nombre de paires électron-positron. Les positrons sont alors séparés des électrons

avec un champ magnétique, pré-accélérés à 200 MeV et redirigés vers le début du Linac. Ils sont ensuite accélérés jusqu'à 3.1 GeV et dirigés vers PEP-II, exactement de la même manière que les électrons, si ce n'est qu'ils sont anti-synchronisés avec ces derniers.

2.2.2 Le collisionneur *PEP-II*

D'une circonférence de 2.2 km, le collisionneur circulaire PEP-II se distingue sur deux aspects principaux : ses collisions d'énergies asymétriques, dont nous avons déjà discuté, et sa luminosité élevée. Aux usines à mésons B , les luminosités des collisionneurs PEP-II et KEKB sont présentement les plus élevées au monde^[4]. La luminosité maximale atteinte par PEP-II excède de quatre fois sa valeur initialement prévue^[70,81]. Elle est maintenant de $1.2069 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ^[82]. Celle de KEKB est de $1.7118 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ^[83]. La luminosité est une mesure du nombre de collisions par seconde par unité de surface^[4]. Plus la luminosité de PEP-II est élevée, plus grand sera le nombre de mésons B produits, et plus les mesures de *BABAR* seront précises. Cette caractéristique de PEP-II est donc extrêmement importante.

Le principe de base du fonctionnement de PEP-II est similaire à celui des anneaux d'amortissement décrit à la Sect. 2.2.1. Les paquets d'électrons et de positrons y circulent perpétuellement, dans deux tubes séparés, en émettant de la radiation synchrotron. Les pertes d'énergies par radiation sont compensées par une ré-accélération ajustée pour maintenir l'énergie des électrons à 9 GeV et celle des positrons à 3.1 GeV. Une différence importante de PEP-II avec les anneaux d'amortissement est cependant que les courants d'électrons et de positrons y sont largement supérieurs, atteignant 2995 mA (1900 mA) pour les positrons (électrons)^[82]. Une autre différence majeure est que PEP-II ne se contente pas de stocker les paquets d'électrons et de positrons. Il provoque aussi leurs collisions au coeur du détecteur *BABAR*.

Au point de collision e^+e^- , les paquets d'électrons et de positrons ont tous deux la forme de rubans mesurant 1 cm de longueur, 157 μm de largeur et 4.7 μm d'épaisseur^[4]. Quant à elle, la région d'interaction mesure 11 cm de longueur,

160 μm de largeur et 6.9 μm d'épaisseur^[81]. Plus cette région est compacte, plus la luminosité de PEP-II est élevée. Pour contrôler les faisceaux d'électrons et de positrons, PEP-II utilise 1000 aimants dipôles et quadrupôles^[4]. Les dipôles dévient les trajectoires des faisceaux, alors que les quadrupôles les focalisent.

En plus, grâce à une synchronisation ultra-précise du Linac, de PEP-II et du détecteur *BABAR*, de nouveaux électrons (positrons) sont injectés dans PEP-II, chaque 0.333 sec (0.2 sec)^[81], sans qu'il soit nécessaire d'interrompre la prise de données par le détecteur⁴. Cette injection "continue" de PEP-II par le Linac, depuis novembre 2003, a augmenté la luminosité moyenne d'environ 40% comparativement au mode d'injection initial qui nécessitait un arrêt de la prise de données d'environ 6 minutes par heure^[81]. Ainsi, PEP-II produit des collisions e^+e^- chaque 4.2 nanoseconde^[4], 24 heures par jour, 7 jours par semaine, telle une véritable "usine" !

D'autre part, on a mentionné que les collisions e^+e^- doivent avoir une énergie au centre de masse $E_{CM} = 10.58 \text{ GeV}$ pour que se produise la réaction $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$, et il en est effectivement ainsi pour environ 90% des collisions produites par PEP-II (voir Sec. 3.2). Environ 10% des collisions e^+e^- sont cependant produites à une énergie volontairement plus basse, $E_{CM} \simeq 10.54 \text{ GeV}$. Ces données, dites "hors-résonance", sont utilisées pour étudier le bruit de fond continuum $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ (voir Fig. 2.1) puisqu'aucun méson B ne peut être produit à cette énergie.

Au moment où ces lignes sont écrites, la luminosité intégrée totale produite par PEP-II et enregistré avec le détecteur *BABAR* est de 415 fb^{-1} ^[84]. Cette luminosité intégrée devrait atteindre environ 1 ab^{-1} d'ici 2008^[86]. Dans cette thèse, nous avons utilisé les données enregistrées entre le 22 octobre 1999 et le 31 juillet 2004, correspondant à environ 230 fb^{-1} (voir Sec. 3.2).

⁴L'injection est synchronisée avec le blocage du système de déclenchement de *BABAR* durant environ 2.5 millisecondes^[85].

2.3 Mesure des produits des désintégrations de mésons B avec le détecteur *BABAR*

Nous avons vu en introduction (Sec. 2.1) que le rôle du détecteur *BABAR* est d'identifier les particules "stables" produites par les désintégrations des mésons B , et d'en mesurer les propriétés (énergie, impulsion et position du vertex de production). Ces particules stables sont les hadrons $\pi^\pm$, $K^\pm$, K^0 , $p^\pm$ et n , les leptons $e^\pm$, $\mu^\pm$ et ν , et le photon γ . Le ν n'est pas observable directement avec le détecteur *BABAR*, mais son impulsion peut néanmoins être déduite de l'impulsion manquante $\vec{p}_{manq}$ par la relation 2.1. Les propriétés des autres particules stables sont directement mesurables avec le détecteur *BABAR*.

Dans l'ensemble, les principes de fonctionnement du détecteur *BABAR* sont similaires à ceux des détecteurs précédemment utilisés en physique des particules^[4]. Sa conception ressemble notamment à celle du détecteur CLEO-II^[87]. Ainsi, le détecteur *BABAR* est composé de cinq sous-détecteurs cylindriques emboîtés les uns dans les autres autour de la région d'interaction e^+e^- . En s'éloignant de la région d'interaction, ces cinq sous-détecteurs sont : le détecteur de vertex au silicium (SVT), la chambre à dérive (DCH), le détecteur de lumière Cherenkov à réflexions internes (DIRC), le calorimètre électromagnétique (EMC) et le retour de flux instrumenté (IFR), respectivement. Le SVT et la DCH mesurent l'impulsion et le vertex de production des particules chargées. Le DIRC sert à l'identification des hadrons $\pi^\pm$, $K^\pm$ et $p^\pm$. Le EMC mesure l'énergie et la direction des γ , et sert à l'identification des $e^\pm$. Les SVT, DCH, DIRC et EMC sont entourés d'un solénoïde supraconducteur créant un champ magnétique de 1.5 Tesla dans la direction du faisceau de haute énergie. Enfin, le IFR sert à l'identification $\mu^\pm$ et, dans une moindre mesure, des hadrons neutres K_L^0 .

Une coupe longitudinale et une vue arrière du détecteur *BABAR* sont montrées sur la Fig. 2.5. Comme le montre la figure, le système de coordonnées utilisé dans *BABAR* est le suivant : l'axe horizontal x pointe vers l'extérieur de l'anneau PEP-II, l'axe vertical y pointe vers le ciel californien, l'axe longitudinal z pointe dans la

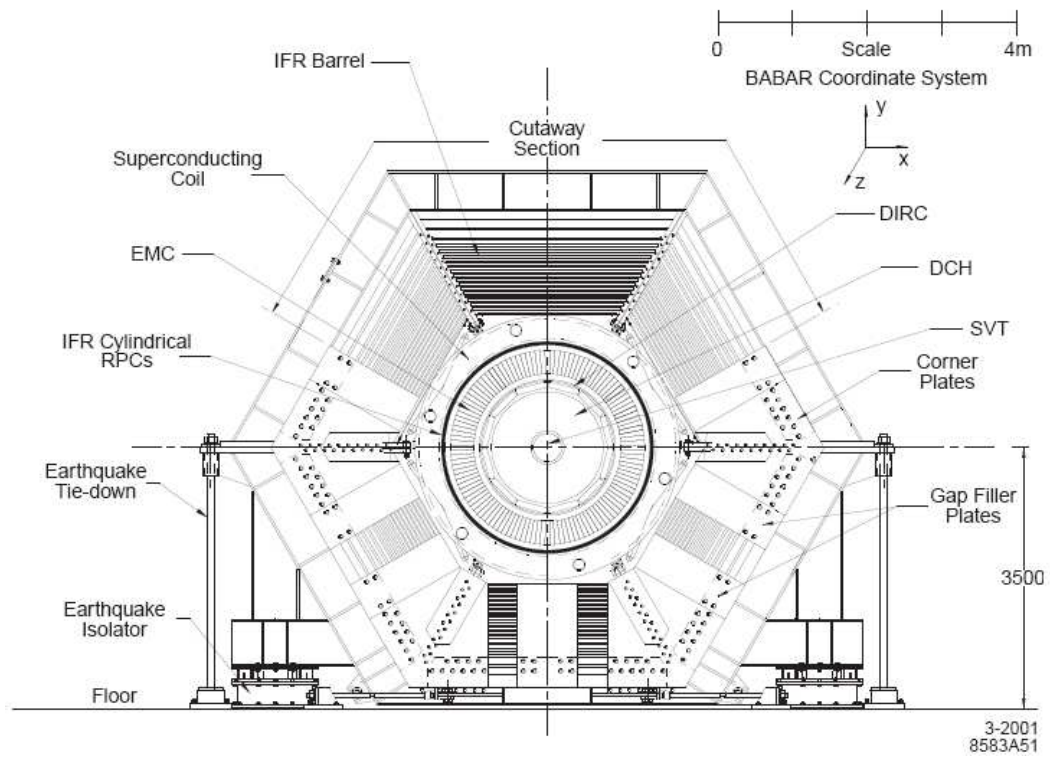
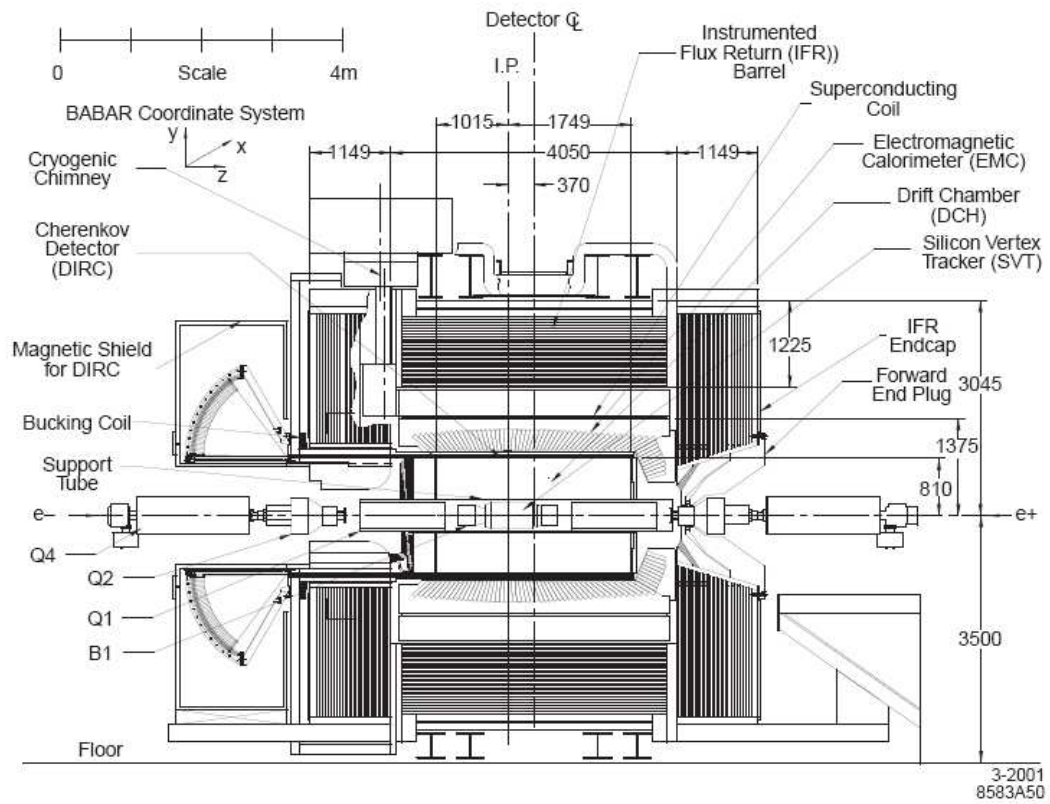


FIG. 2.5 – Coupe longitudinale (haut) et vue arrière (bas) du détecteur *BABAR*.

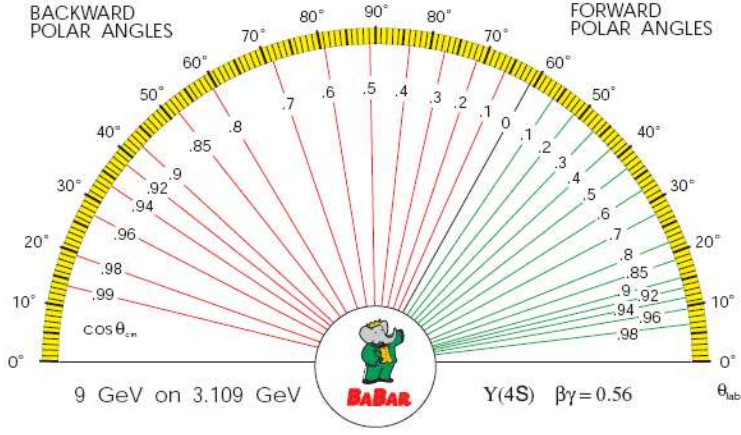


FIG. 2.6 – Relation entre les angles polaires des référentiels du laboratoire et du $\Upsilon(4S)$. Les valeurs de l'angle θ_{lab} du référentiel du laboratoire sont à l'extérieur du demi-cercle et celles du cosinus de l'angle θ_{cm} du référentiel du $\Upsilon(4S)$ sont à l'intérieur.

direction du faisceau d'électrons, et l'origine (0,0,0) est située au point d'interaction e^+e^- .

Le détecteur *BABAR* tout entier est allongé de 37 cm dans la direction $+z$ pour maximiser l'acceptance géométrique des $\Upsilon(4S)$, considérant leur poussée en direction $+z$. Dans le référentiel du laboratoire, l'acceptance géométrique du détecteur va de 20° vers l'avant à 23° vers l'arrière. Dans le référentiel du $\Upsilon(4S)$, où sont produits les mésons B , l'acceptance va plutôt de 33° vers l'avant à 14° vers l'arrière^[70]. Par ailleurs, la section efficace de production des mésons B par la désintégration $\Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$ est proportionnelle^[88] à $\sin^2 \theta^*$, où θ^* est l'angle polaire dans le référentiel du $\Upsilon(4S)$. Dans le référentiel du laboratoire, la production de mésons B est donc maximale pour un angle d'environ 60° en direction $+z$. La relation entre les angles polaires dans les référentiels du laboratoire et du $\Upsilon(4S)$ est illustrée sur la Fig. 2.6.

Le principal facteur limitant l'acceptance géométrique de *BABAR* est la nécessité de placer les aimants de la région d'interaction de PEP-II très près du point de collision e^+e^- . Une acceptance géométrique maximale du détecteur *BABAR* serait

toutefois souhaitable pour les besoins de la reconstruction du neutrino des désintégrations $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$. L'autre principal facteur limitant l'acceptance effective du détecteur *BABAR* est la limite inférieure des impulsions mesurables des particules chargées (~ 50 MeV) et des photons (20 MeV). Ces facteurs limitent la probabilité de détection des particules chargées et des photons à environ 87% [70].

D'autre part, le détecteur *BABAR* est conçu pour mesurer l'impulsion des particules stables avec la meilleure résolution possible. Cette résolution est principalement limitée par la diffusion multiple (*multiple scattering*) des particules chargées et par la création de paires $\gamma \rightarrow e^+ e^-$ des photons[70]. L'impact de la diffusion multiple est d'ailleurs particulièrement important pour les particules de basses énergies (< 1 GeV) qui sont majoritaires à *BABAR*. La déviation moyenne $\Delta\theta$ causée par la diffusion multiple est donnée[4] par la relation :

$$\Delta\theta = \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} Z \sqrt{x/X_0} [1 + 0.038 \ln(x/X_0)] \quad (2.2)$$

où p est l'impulsion d'une particule chargée, Z est son nombre atomique, X_0 est sa longueur de radiation⁵ et x est le nombre de longueurs de radiation franchies par la particule. En conséquence, le détecteur est généralement conçu avec des matériaux au nombre atomique aussi bas que possible, en utilisant le moins de matériau possible entre le point d'interaction $e^+ e^-$ et le commencement du EMC, afin de minimiser le nombre de longueurs de radiation à franchir par les particules "stables". Dans chaque sous-détecteur, ceci est notamment réalisé en installant les composantes électroniques aux extrémités du détecteur.

Une autre considération importante dans la conception du détecteur *BABAR* est bien sûr son coût. Cette considération est à l'origine du volume relativement compact du détecteur *BABAR* puisque le prix du sous-système individuel le plus coûteux, le EMC, augmente considérablement avec le volume. Cependant, la minimisation du volume du EMC implique aussi celle du volume disponible pour la

⁵La longueur de radiation est la distance à parcourir par une particule pour perdre $(1 - 1/e)E_0$ (63.2%) de son énergie initiale E_0 .

reconstruction des traces chargées avec la DCH. Pour réduire le volume au maximum tout en conservant une excellente résolution sur l'impulsion, il faut un champ magnétique très intense, capable de courber suffisamment la trajectoire des particules chargées. C'est la raison pour laquelle le détecteur *BABAR* est muni d'un aimant supraconducteur, refroidi à 4.5 K, produisant un champ de 1.5 Tesla.

Enfin, tous les sous-détecteurs doivent être capables de résister aux fortes doses de radiations produites par PEP-II, pour une période de dix ans. Cette contrainte est particulièrement importante pour le SVT, le sous-système le plus fortement exposé aux radiations.

Nous allons maintenant décrire plus en détail chaque sous-système du détecteur *BABAR*, en se basant principalement sur la Ref. ^[71] (sauf indication contraire).

2.3.1 Détecteur de vertex au silicium (SVT)

Le SVT mesure la trajectoire et la position du vertex de production des particules chargées près du point d'interaction e^+e^- . Il mesure aussi la perte d'énergie différentielle dE/dx de ces particules le long de leur trajectoire. Pour y arriver, le SVT se base sur de minces bandes de silicium semiconducteur dopé, sous tension, formant une "jonction p-n de polarisation inverse" illustrée sur la Fig. 2.7. Dans cette configuration, le passage d'une particule chargée dans le silicium isolant crée des paires électron-trou produisant une impulsion de courant électrique^[4] mesurable par le SVT.

Le SVT est composé de cinq double-couches de bandes de silicium. Tel qu'illustré sur les Fig. 2.8 et 2.9, trois couches se trouvent près du tuyau du faisceau de PEP-II pour maximiser la précision des mesures de la direction et du vertex des particules chargées. Les deux autres couches sont près de la DCH pour faciliter l'extrapolation des traces chargées de la DCH vers le SVT. Au total, le SVT possède une surface active de silicium de 0.96 m^2 et approximativement 150 000 canaux électroniques. Ce qui est légèrement supérieur aux autres détecteur au silicium existants à l'époque de la conception du détecteur *BABAR* ^[70].

Pour mesurer la position des impacts de particules chargées, chaque couche de

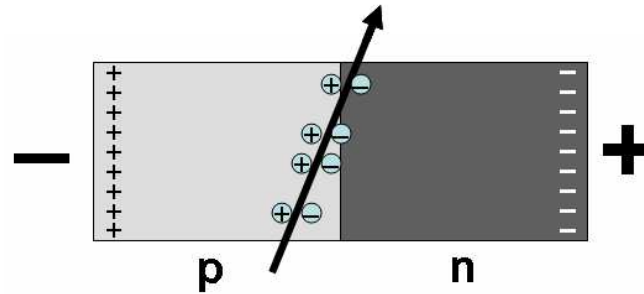


FIG. 2.7 – Jonction p-n de polarisation inverse. La jonction de deux échantillons de silicium semiconducteur dopé positivement (gauche) et négativement (droite) forme une zone neutre non-conductrice. En appliquant une tension de polarité inverse sur la jonction p-n, cette zone neutre s'agrandie jusqu'à former presque tout l'échantillon. Le passage d'une particule chargée dans la zone neutre crée des paires électron-trou. Les électrons sont rapidement attirés jusqu'à la cathode, et les trous jusqu'à l'anode, formant ainsi une impulsion de courant électrique mesurable qui signale le passage de la particule.

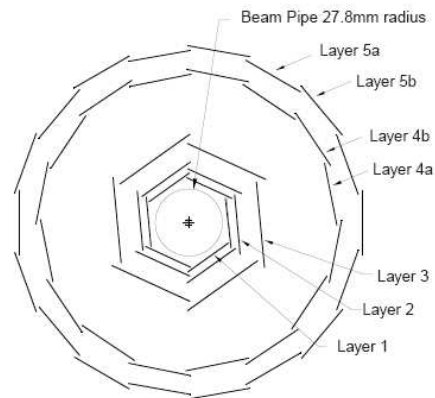


FIG. 2.8 – Vue transversale schématique du SVT. Trois couches se trouvent près du tuyau du faisceau de PEP-II. Les deux autres sont près de la DCH.

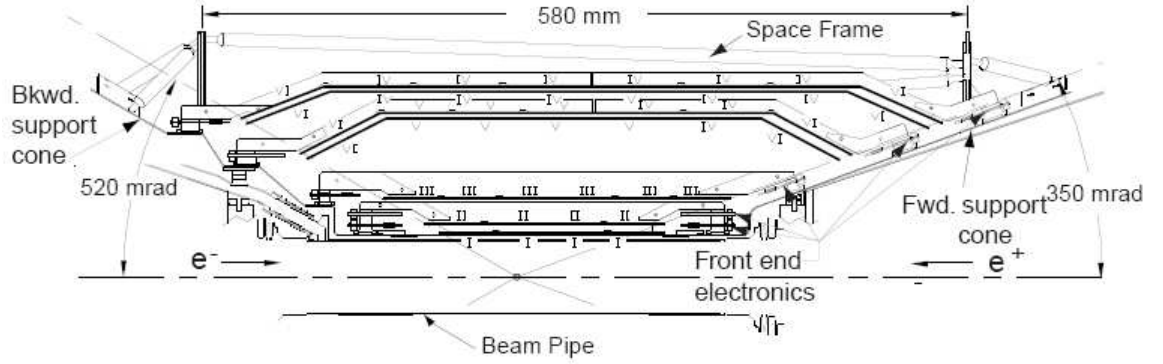


FIG. 2.9 – Vue longitudinale du SVT. Les modules des couches 1 à 3 ont une géométrie droite, alors que ceux des couches 4 et 5 ont une géométrie en arche qui minimise la quantité de silicium traversée par les particules tout en augmentant l’acceptance géométrique du SVT.

bandes comporte deux faces instrumentées. Les bandes d’une face ont une orientation orthogonale à celles de l’autre face. Les bandes orientées selon z mesurent la composante $\phi \equiv \tan^{-1} \frac{x}{y}$ des impacts. Celles orientées selon ϕ en mesurent la composante z . La composante $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ des impacts est donnée par la position de la couche du SVT utilisée pour faire la mesure. Les bandes de silicium ont une longueur de 50 mm, une épaisseur de 300 μm et une largeur variant de 25 à 110 μm . La largeur des bandes détermine la précision en (z, ϕ) de la mesure des impacts. L’épaisseur des bandes domine la quantité de matériau traversé par les particules chargées. Pour le SVT entier, cette quantité de matériau correspond à 0.04 longueurs de radiation (X_0). Les résolutions en z et ϕ de la position des impacts sur chaque couche du SVT sont illustrées sur la Fig. 2.10.

Pour sélectionner les impacts physiquement intéressants, on exige que la charge accumulée par une bande de silicium soit supérieure à 0.95 fC . Lorsque la charge accumulée dépasse ce seuil, on mesure l’intervalle de temps durant lequel la charge est supérieure au seuil : le *Time over Threshold (ToT)*. La relation entre le ToT et la charge totale est prédéterminée par un échantillonnage. Connaissant l’énergie requise pour la création d’une paire électron-trou et le nombre total de paires produites (donné par la charge totale), le SVT mesure l’énergie perdue par les par-

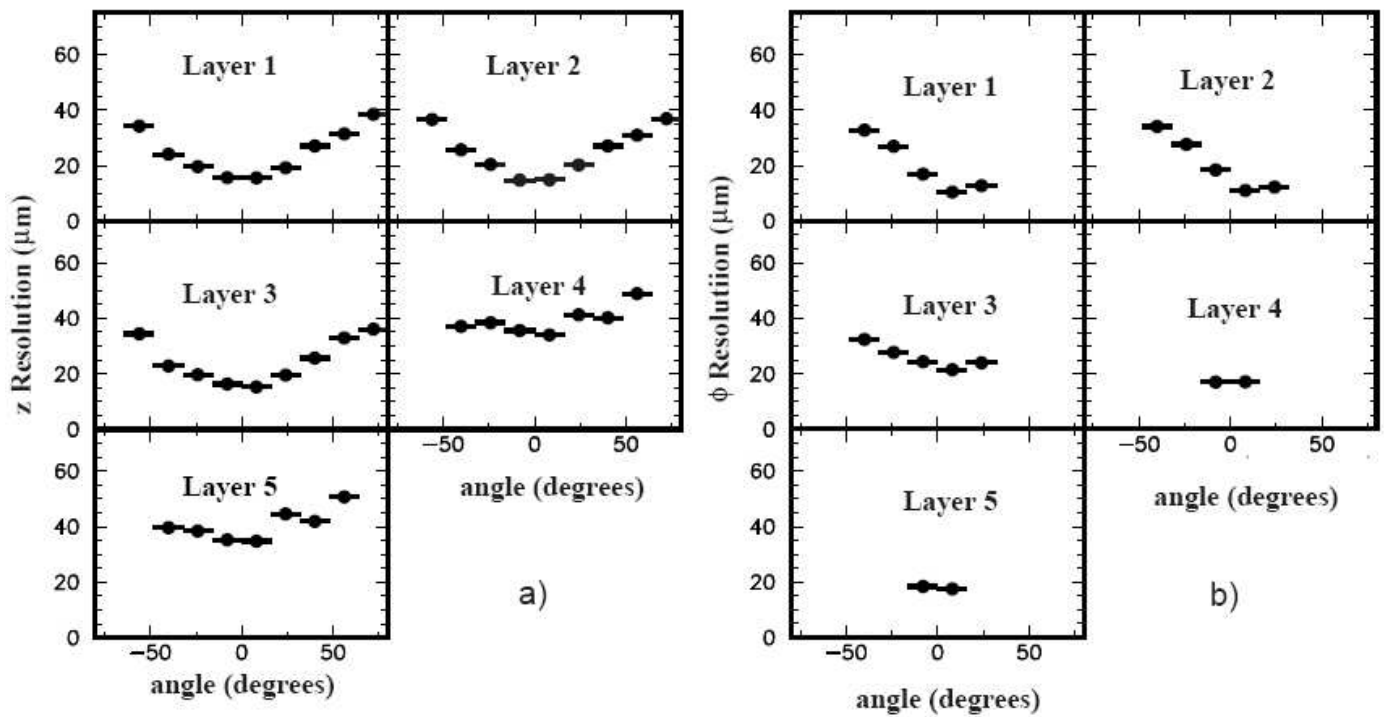


FIG. 2.10 – Résolution en z (a) et ϕ (b) de la mesure des impacts avec le SVT. Les résolutions sont données en fonction de l'angle d'incidence des particules chargées, pour chacune des cinq couches du SVT.

ticules chargées pour chaque impact. Lorsque la trajectoire d'une particule chargée est déterminée (voir Sec. 2.3.3), le SVT peut ainsi déterminer sa perte d'énergie différentielle dE/dx avec une précision d'environ 14%.

2.3.2 Chambre à dérive (DCH)

La DCH mesure la trajectoire et la perte d'énergie des particules chargées d'impulsion transverse supérieure⁶ à 120 MeV. Pour ce faire, la DCH est composée de minces fils parallèles, sous haute tension électrique, plongés dans 5.2 m^3 de gaz. En traversant la DCH, les particules chargées ionisent le gaz ambiant, ce qui produit des électrons libres (parfois appelés *rayons δ*). Ces électrons sont attirés par le champ électrique des fils sous tension. En s'approchant des fils, les électrons sont accélérés par le champ électrique de plus en plus intense ($E \sim 1/r$), si bien qu'ils ionisent eux-mêmes d'autres atomes du gaz ambiant. Cela produit une *avalanche* d'électrons libres qui amplifie le signal mesuré par la DCH. À la tension électrique utilisée par la DCH, le nombre d'électrons des avalanches est proportionnel au nombre d'électron d'ionisation initial et au *gain* du gaz ambiant. Par ailleurs, les atomes excités émettent aussi des photons ultraviolets (UV) pouvant causer des avalanches d'électrons incontrôlables. Pour empêcher ces avalanches indésirables, le mélange de gaz ambiant doit aussi contenir un gaz absorbeur de photon appelé *gaz étouffant* (*quenching gas*)^[4, 89].

Le gaz utilisé dans la DCH est composé de 80% d'hélium et de 20% d'isobutane. L'hélium a été choisi pour son faible Z qui minimise la diffusion multiple. L'isobutane est utilisé comme gaz étouffant et procure en plus la majorité de l'ionisation. Par contre, il cause relativement beaucoup de diffusion multiple à cause de son Z élevé. Les fractions relatives d'hélium et d'isobutane ont donc été optimisées pour maximiser à la fois l'efficacité de détection de la DCH, avec une probabilité d'ionisation élevée, et sa résolution, avec une faible diffusion multiple. L'ensemble de la DCH correspond à 0.01 longueur de radiation (X_0), où le gaz et les fils contribuent

⁶Les particules de $p_T \lesssim 120 \text{ MeV}$ ne peuvent atteindre la DCH car leur trajectoire est trop courbée par le champ magnétique.

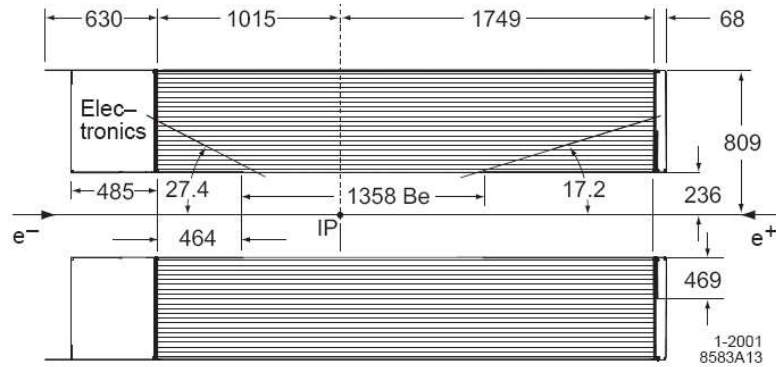


FIG. 2.11 – Vue longitudinale de la DCH. Les longueurs sont données en millimètres et les angles en degrés.

pour environ $0.002 X_0$.

Une vue longitudinale de la DCH est montrée sur la Fig. 2.11. De forme cylindrique, elle mesure environ 3 m de longueur et 80 cm de rayon, et entoure le tube de support du SVT. La paroi entre le SVT et la DCH est très mince, 1 mm, afin de faciliter l’extrapolation des trajectoires entre les deux sous-détecteurs. Les fils électriques de la DCH sont organisés en *cellules de dérive* hexagonales mesurant approximativement $11.9 \times 19.0 \text{ mm}^2$, dans le plan (x, y) . Au centre de chaque cellule se trouve un fil sous tension électrique⁷ de 1930 V. Ce dernier est aussi mince que possible afin de maximiser la force du champ électrique $E \sim 1/r$ très près du fil. Six fils mis à la terre se trouvant aux sommets de l’hexagone viennent compléter la cellule. Les cellules de dérive de la DCH sont organisées en 40 couches, et 10 supercouches, tel qu’illustré sur la Fig. 2.12 (pour les quatre premières supercouches). Les supercouches sont alternativement inclinées de 0 , $+(45 \text{ à } 76) \text{ mrad}$ et $-(45 \text{ à } 76) \text{ mrad}$. Comme nous le verrons bientôt, cette configuration “stéréo” des supercouches permet la mesure de la composante z des trajectoires. Au sein d’une supercouche, toutes les couches ont la même inclinaison.

En traversant la DCH, les particules ionisantes laissent des “traces chargées”.

⁷En 1999-2000, la DCH fut utilisée avec des tensions de 1900V et 1960V, avant d’être stabilisée à 1930V [90].

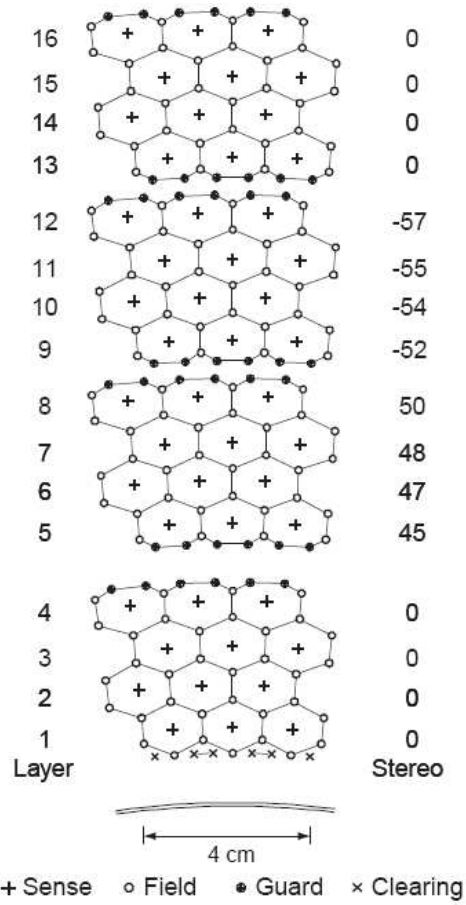


FIG. 2.12 – Vue schématique des cellules de dérive des quatre supercouches intérieures de la DCH. Des traits ont été ajoutés entre les fils mis à la terre pour aider à visualiser les cellules. Les nombres de la colonne de droite donnent les angles d'inclinaison de chaque couche (en mrad).

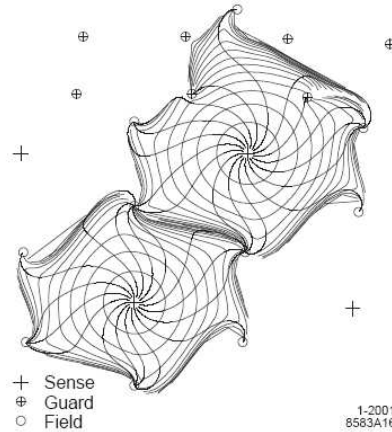


FIG. 2.13 – Courbes isochrones de cellules de dérive des couches 3 et 4 de la DCH. Les courbes isochrones montrent les points de distance minimale d’approche où les avalanches d’électrons prennent un temps égal pour atteindre le fil sous tension. Les différentes courbes isochrones sont séparées de 100 ns. À courte distance minimale d’approche, ces courbes sont de simples cercles. Elles deviennent cependant irrégulières pour les longues distances. Les lignes perpendiculaires aux courbes isochrones représentent le flux du champ électrique. Elles correspondent aussi aux trajectoires suivies par les avalanches d’électrons.

Pour reconstruire ces traces et mesurer leur dE/dx , l’information brute fournie par la DCH est la liste des cellules de dérive ayant détecté une avalanche d’électrons, le nombre d’électrons mesurés dans chaque avalanche et le temps où s’est produit chaque mesure. Partant de ces informations, la sélection des cellules associées à chaque trace, les mesures des points de distance minimale d’approche dans chacune de ces cellules, et la mesure de la trace chargée elle-même sont accomplies simultanément par l’algorithme de reconstruction décrit à la Sec. 2.3.3.

Lorsque l’algorithme de reconstruction détermine un temps t_{pass} associé au passage d’une particule chargée dans une cellule, la DCH calcule l’intervalle de temps $\Delta t \equiv t_{aval} - t_{pass}$ entre le temps de passage de la particule et le temps t_{aval} de détection de l’avalanche. Le Δt permet ensuite de connaître la distance minimale d’approche d_{xy} entre la particule chargée et le fil sous tension, dans le plan (x, y) , grâce à des relations “temps-à-distance” calibrées avec des échantillons de contrôle

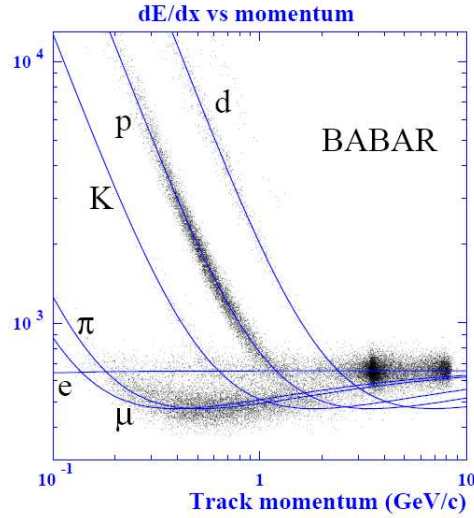


FIG. 2.14 – Mesure de la perte d'énergie différentielle dE/dx dans la DCH en fonction de l'impulsion^[90]. Les courbes montrent les prédictions de la formule de Bethe-Bloch pour différents types de particules. Le dE/dx est utile pour identifier le type des particules de basse impulsion.

$e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ et $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$. Ces relations temps-à-distance sont illustrées par les courbes isochrones de la Fig. 2.13.

Une ambiguïté demeure quant au point de passage précis sur la courbe isochrone. Ce point ne peut être déterminé pour une cellule de dérive isolée. Il peut cependant l'être par l'algorithme de reconstruction en combinant l'information de toutes les cellules (Sec. 2.3.3). Lorsque les composantes (x, y, t) des points de distance minimale d'approche de chaque cellule sont connues, on peut finalement déterminer leur composante z . Pour ce faire, il faut trouver la valeur z permettant d'aligner les segments de points (x, y, t) obtenus par les divers supercouches. La résolution en z des points de distance minimale d'approche de la DCH est d'environ $700 \mu m$ ^[90]. Dans le plan (x, y) , cette résolution est de $125 \mu m$ en moyenne^[90].

Finalement, la perte d'énergie différentielle dE/dx associée aux particules chargées traversant la DCH est déterminée à partir de la charge totale mesurée dans chaque cellule de dérive. L'énergie déposée dans une cellule par la particule chargée est obtenue de la charge totale qui y est mesurée, connaissant la distance minimale

d'approche de la particule, le gain du gaz hélium-isobutane et la perte d'énergie d'ionisation moyenne. On obtient ainsi une résolution sur dE/dx d'environ 7% [90]. Les mesures de dE/dx d'un grand nombre de particules en fonction de leur impulsion sont montrées sur la Fig. 2.14. On trouve aussi sur cette figure les dE/dx prédits par la formule de Bethe-Bloch^[4] pour divers type de particules.

2.3.3 Reconstruction de la trajectoire des particules chargées

Le SVT et la DCH mesurent une série de points d'impact supposés indiquer le passage de particules chargées. Un algorithme sophistiqué est cependant nécessaire pour interpréter cette information brute et en extraire le vecteur d'impulsion de chaque particule chargée à son point (vertex) d'origine. Cette sous-section est consacrée à la description de cet algorithme.

La reconstruction précise et efficace du vertex et de l'impulsion est cruciale pour de nombreuses raisons. Tout d'abord, l'étude de la violation CP dépendante du temps requiert une résolution d'au moins $80\ \mu m$ sur le vertex de désintégration des mésons B . De plus, la reconstruction des mésons $D^* \rightarrow D\pi$ nécessite la détection de pions de très basse impulsion transverse ($50 < p_T < 120 MeV$) par le seul SVT. Les mesures d'impulsion et de vertex doivent demeurer efficaces et précises jusqu'à une impulsion transverse d'au moins 2.5 GeV afin de reconstruire les particules les plus énergétiques provenant des leptons τ . De façon générale, une reconstruction plus précise des traces chargées permet une meilleure discrimination du bruit de fond. Par exemple, en reconstruisant plus précisément la masse invariante des particules instables, ce qui permet d'utiliser des "fenêtre de masse" plus étroites. Enfin, une excellente résolution angulaire est importante pour l'extrapolation des trajectoires vers le DIRC (principalement), le EMC et le IFR. Toutes ces contraintes sont satisfaites par le détecteur *BABAR*.

Quant à elle, l'étude de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ présentée dans cette thèse bénéficie plus d'une efficacité de reconstruction maximale des traces chargées que d'une résolution ultra-précise. En effet, la résolution de la masse invariante du méson B (m_{ES} , voir Chap. 3) est dominée par la résolution du neutrino, et non par

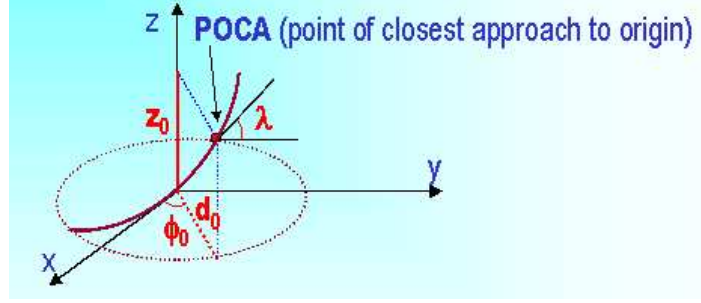


FIG. 2.15 – Illustration^[91] du point d’approche maximale sur l’axe z où sont définis les cinq paramètres des traces chargées : d_0 , ϕ_0 , ω , z_0 et $\tan \lambda$.

celles des $\pi^\mp$ et $\ell^\pm$. Il en va de même pour la reconstruction de $q^2 = (P_B - P_\pi)^2$, dont la résolution est dominée par la connaissance imprécise du référentiel du B , et non par la résolution de l’impulsion du pion (voir Sec. 3.3.5).

Les traces chargées sont décrites par cinq paramètres : d_0 , ϕ_0 , ω , z_0 et $\tan \lambda$, avec leur matrice de covariance. Ces paramètres sont définis au point d’approche maximale sur l’axe z (*POint of Closest Approach* (POCA)), tel qu’illustré sur la Fig. 2.15. d_0 et z_0 sont les distances entre ce point et l’origine, dans le plan (x, y) et sur l’axe z , respectivement. ϕ_0 est l’angle aximutal de la trace, λ est l’angle d’inclinaison par rapport au plan (x, y) à $z = z_0$ et $\omega = 1/p_T$ est l’inverse de l’impulsion transverse. L’impulsion transverse est déterminée à partir du rayon de courbure R des traces chargées dans le champ magnétique B produit par le solénoïde :

$$p_T = 0.3ZBR \quad (2.3)$$

où $Z = \pm 1$ est la charge de la particule.

La reconstruction des traces chargées est faite en deux étapes. D’abord, un algorithme de reconnaissance de forme identifie les impacts associés à chaque (segment de) trace. Ensuite, les valeurs des paramètres de chaque trace sont déterminées par le lissage d’une trajectoire hélicoïdale passant près des impacts pré-identifiés.

La première étape de la reconstruction consiste à déterminer le temps t_0 de la collision e^+e^- ayant produit les particules chargées étudiées, ce qu’on appelle

un *événement*. On recherche ensuite des ensembles de cellules adjacentes dans la DCH, en allant des cellules les plus éloignées du point d'interaction aux cellules les plus rapprochées. Dans le SVT, les bandes adjacentes ayant reçu des impacts sur une même couche sont regroupées, avant de rechercher des groupes adjacents sur les cinq couches. Tous les impacts utilisés doivent être temporellement compatibles entre eux et avec le t_0 de l'événement. Ainsi, dans la DCH, les cellules doivent être mesurées durant un même intervalle de 269 ns pour être considérées par l'algorithme de reconnaissance de forme. Dans le SVT, les impacts utilisés pour la reconstruction doivent être détectés⁸ dans une fenêtre de ± 200 ns autour du t_0 de l'événement.

Le lissage des paramètres de chaque trace est ensuite effectué dans la DCH seule, puis en ajoutant les groupes du SVT. Deux algorithmes de lissage indépendants utilisent finalement les groupes non-utilisés par le premier lissage pour mesurer les paramètres des traces chargées se trouvant uniquement dans le SVT. Ces trois algorithmes de lissage tiennent compte de descriptions détaillées du matériau et du champ magnétique dans le SVT et la DCH pour extrapoler les trajectoires des particules entre les points d'impact mesurés.

L'efficacité de détection des traces chargées est de $(96.4 \pm 0.8)\%$ [92]. Pour $0.5 < p_T < 4 \text{ GeV}$, la résolution de l'impulsion transverse va de $\pm 0.5\%$ à $\pm 1\%$, et est dominée par la DCH. La résolution du POCA et de la direction des traces chargées est dominée par le SVT. Elle est de :

$$\begin{aligned}\sigma_{d_0} &= 23 \mu m & \sigma_{\phi_0} &= 0.43 \text{ mrad} \\ \sigma_{z_0} &= 29 \mu m & \sigma_{\tan_\lambda} &= 0.53 \times 10^{-3}.\end{aligned}$$

⁸Ce temps de détection inclut une correction tenant compte de l'intervalle de temps typique entre la création d'une paire électron-trou par une particule chargée et sa détection par l'algorithme ToT du SVT.

2.3.4 Détecteur de lumière Čerenkov à réflexions internes (DIRC)

Si le SVT et la DCH mesurent l'impulsion et le vertex des particules chargées, ils sont en revanche incapables d'identifier le type de la plupart des particules au-dessus de 700 MeV. Pour jouer ce rôle, le DIRC est un nouveau type d'instrument permettant principalement d'identifier les pions, kaons et protons de haute impulsion, $0.7 < p < 4.2 \text{ GeV}$. Ce sous-détecteur est notamment crucial pour l'étude de la violation CP dépendante du temps avec les désintégrations $B \rightarrow \pi\pi$, $B \rightarrow K\pi$ et $B \rightarrow KK$. Son importance est cependant modeste pour l'analyse de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu^9$.

Si la conception mécanique du DIRC est innovatrice, le principe de base utilisé par ce sous-détecteur, la lumière Čerenkov, a déjà été maintes fois utilisé pour l'identification des particules. Le DIRC contient des barres de verre de silice synthétique qui sont traversées par les particules chargées sortant de la DCH. En traversant la silice, ces particules chargées se déplacent plus rapidement que la lumière dans ce matériau, telles des avions supersoniques. Ainsi, le champ électromagnétique de ces particules chargées se propage moins rapidement que ces dernières dans la silice, et prend la forme d'un cône qui polarise les atomes du matériau. En se dépolarisant, les atomes de silice émettent des photons (dans le visible) qui interfèrent destructivement dans toutes les directions, sauf pour un cône d'angle d'ouverture θ_C . L'angle θ_C est appelé *angle de Čerenkov*, et est défini par la relation :

$$\cos \theta_C = 1/n\beta \quad (2.4)$$

où $n=1.473$ est l'indice de réfraction de la silice et $\beta = v/c$. Le but du DIRC est de mesurer l'angle de Čerenkov produit par les particules chargées sortant de la DCH, ce qui permet de déduire leur vitesse avec l'Eq. 2.4. Connaissant la vitesse et l'impulsion des particules, on peut enfin déduire leur masse, et donc leur identité, puisque $p = \gamma mv$.

⁹Le DIRC est utilisé pour la pré-sélection du pion de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ (voir Chap. 3)

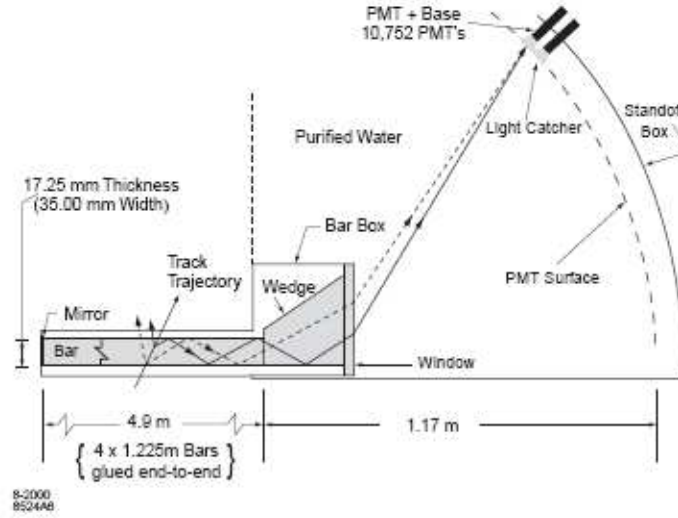


FIG. 2.16 – Vue schématique des barres de silice et de l'écran de PMTs du DIRC.

Une vue schématique du DIRC est montrée sur la Fig. 2.16. Le DIRC contient 144 barres de verre de silice syntétique disposées cylindriquement autour de la DCH. Chaque barre mesure 17 mm d'épaisseur, 35 mm de largeur et 4.9 m de longueur, et est formée de quatre pièces de 1.225 m collées bout à bout¹⁰. L'extrémité avant des barres est terminée par un miroir perpendiculaire à l'axe des barres. À l'extrémité arrière, se trouvent un réservoir de 6000 litres d'eau purifiée et un écran recouvert de 10752 Tubes PhotoMultiplieurs (PMT). L'écran est situé à environ 1.2 m de l'extrémité des barres de silice.

La lumière Čerenkov produite dans les barres est transmise jusqu'à l'extrémité arrière par réflexion totale interne, avant de se propager dans l'eau et d'être mesurée par les PMTs. Le verre de silice a été choisi pour sa résistance aux radiations, sa grande longueur d'atténuation et son indice de réfraction élevé. L'eau purifiée a été choisie en raison de son faible coût et de son indice de réfraction ($n=1.346$) similaire à celui de la silice. Les PMTs couvrent environ 90% de la surface sensible de l'écran et ont la résolution temporelle la plus précise du détecteur *BABAR*.

Sur l'écran de PMTs, les cônes de lumière Čerenkov sont perçus comme des

¹⁰Cette longueur est la plus grande présentement disponible pour des barres de haute qualité.

anneaux. L'algorithme de reconstruction du DIRC cherche à identifier ces anneaux et à mesurer leur rayon. Connaissant la direction et le point de passage d'une particule chargée dans le DIRC, donnés par l'algorithme de reconstruction des traces chargées (Sec. 2.3.3), la mesure du rayon de l'anneau sur l'écran de PMTs permet de connaître l'angle de Čerenkov de la particule. L'algorithme d'identification des anneaux est basé sur le temps de détection des photons et sur la position du centre de l'anneau prédits par les paramètres des traces chargées à l'entrée du DIRC. Une fois confirmée l'association d'un anneau et d'une particule chargée, les mesures des PMTs permettent de déterminer l'angle de Čerenkov avec une résolution de 2.5 mrad et le temps de passage des particules chargées avec une résolution inférieure à une nanoseconde.

2.3.5 Calorimètre électromagnétique (EMC)

Le EMC mesure l'énergie et la direction des photons. Il est aussi responsable de l'identification des électrons et, dans une moindre mesure, des hadrons neutres.

Les événements signaux typiquement considérés dans cette thèse contiennent en moyenne 9.8 photons et 7.6 traces chargées¹¹. Dans cette thèse, l'excellente efficacité de détection des photons avec le EMC est donc cruciale pour la reconstruction du neutrino. L'identification précise des électrons avec le EMC est aussi nécessaire pour l'analyse de la voie $B^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu$.

En général, cette excellente efficacité de détection du EMC doit être combinée à une excellente résolution énergétique et angulaire pour les photons de 20 MeV à 8 GeV. Les photons de plus basse énergie proviennent principalement des désintégrations des mésons B vers de multiples pions, avec $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, mais aussi de la radiation produite par PEP-II. C'est d'ailleurs la surabondance de la radiation de PEP-II, et non une propriété intrinsèque du EMC, qui rend inutilisables les photons de très basse énergie. À très haute énergie, les photons proviennent de processus comme $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ et $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$, qui sont principalement utilisés pour la

¹¹Ces nombres ont été déterminés avec une simulation Monte Carlo, après toutes les sélections décrites à la Sec. 3.3.2. Environ 40% des photons proviennent du bruit de fond de PEP-II.

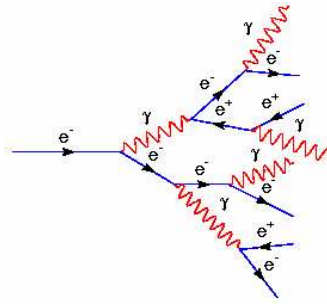


FIG. 2.17 – Illustration d’une gerbe électromagnétique. Les électrons et positrons énergétiques y émettent des photons de *bremsstrahlung*. Les photons énergétiques y créent des paires électron-positron. La gerbe se développe jusqu’à ce que les photons de *bremsstrahlung* aient une énergie inférieure à environ 1 MeV.

calibration du détecteur et la mesure de la luminosité. L’étude de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$, où les π^0 sont très énergétiques, impose les contraintes les plus sévères sur la résolution énergétique ($\sim 2\%$) et angulaire (quelques mrad) du EMC. Meilleure est la résolution, plus étroites sont les fenêtres de masse des $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, et moins grande est la contamination du bruit de fond.

Pour mesurer l’énergie des photons, le EMC utilise un cristal scintillateur d’iodure de césium dopé au thallium, le CsI(Tl). Comme tous les scintillateurs, le CsI(Tl) absorbe les photons énergétiques et relâche rapidement l’énergie absorbée en réémettant des photons à une longueur d’onde caractéristique λ_{max} , dans le visible. Le nombre de photons réémis est proportionnel à l’énergie absorbée. De plus, les cristaux scintillateurs sont transparents à leur longueur d’onde de réémission. Pour le CsI(Tl), cette longueur d’onde caractéristique est $\lambda_{max} = 565 \text{ nm}$. Le EMC mesure donc l’énergie des particules incidentes en les absorbant avec des cristaux scintillateurs de CsI(Tl), et en comptant le nombre de photons réémis par le scintillateur autour de $\lambda \simeq 565 \text{ nm}$.

Par ailleurs, les photons produits par les collisions e^+e^- n’ont généralement pas d’interaction avec la matière avant d’atteindre un des cristaux de CsI(Tl), en raison de la faible quantité de matériau entre la région d’interaction et le EMC. En pénétrant dans un cristal, les photons sont trop énergétiques ($0.02 < E_\gamma < 8 \text{ GeV}$)

pour être directement absorbés par un atome de CsI(Tl). Dans ce régime d'énergie, les photons perdent plutôt leur énergie par *création de paire*^[4], $\gamma \rightarrow e^+e^-$. Quant à eux, les électrons et positrons énergétiques émettent du *rayonnement de freinage*^[4] (*bremsstrahlung*), $e^\pm \rightarrow e^\pm\gamma$. À leur tour, les photons de bremsstrahlung créeront une paire électron-positron. Et les électrons et positrons ainsi créés émettront de nouveaux photons de bremsstrahlung. Ce processus, appelé *gerbe électromagnétique*, est illustré sur la Fig. 2.17. Le développement de la gerbe électromagnétique continue jusqu'à ce que les photons de bremsstrahlung atteignent une énergie insuffisante pour créer une nouvelle paire électron-positron, à $E_\gamma \lesssim 1.022 \text{ MeV}$. Ces photons perdent alors leur énergie par *diffusion Compton* ou par *effet photoélectrique*^[4]. Par ailleurs, les électrons et positrons d'énergies décroissantes perdent éventuellement la majorité de leur énergie par ionisation, plutôt que par bremsstrahlung, et les positrons de basse énergie s'annihilent avec les électrons des atomes ambiants^[4]. Cela termine la gerbe électromagnétique. À ce moment, la particule énergétique initiale s'est transformée en un grand nombre de photons et d'électrons d'énergies beaucoup plus basses, qui peuvent être absorbés par les cristaux de CsI(Tl) du EMC.

Les photons, électrons et positrons pénétrant le EMC produisent donc une gerbe électromagnétique. Dans ces conditions, la quantité d'énergie absorbée par le CsI(Tl) et le nombre de photons de scintillation réémis sont linéairement proportionnels à l'énergie des particules incidentes, ce qui permet de déterminer l'énergie des particules incidentes en mesurant le nombre de photons de scintillation émis autour de $\lambda \simeq 565 \text{ nm}$. Ce mécanisme ne fonctionne cependant pas pour les autres particules détectées par *BABAR* : les muons et les hadrons, puisque ces dernières font très peu de bremsstrahlung. De plus, les hadrons ont des interactions fortes avec les noyaux des atomes ambiants qui produisent des *gerbes hadroniques*. Pour ces particules, la relation entre le nombre de photons de scintillation et l'énergie incidente est fortement non-linéaire et dépendante du type de particule. La création d'une unique gerbe électromagnétique est donc nécessaire à l'exactitude des mesures d'énergie du EMC. C'est pourquoi on dit que c'est un calorimètre *électro-*

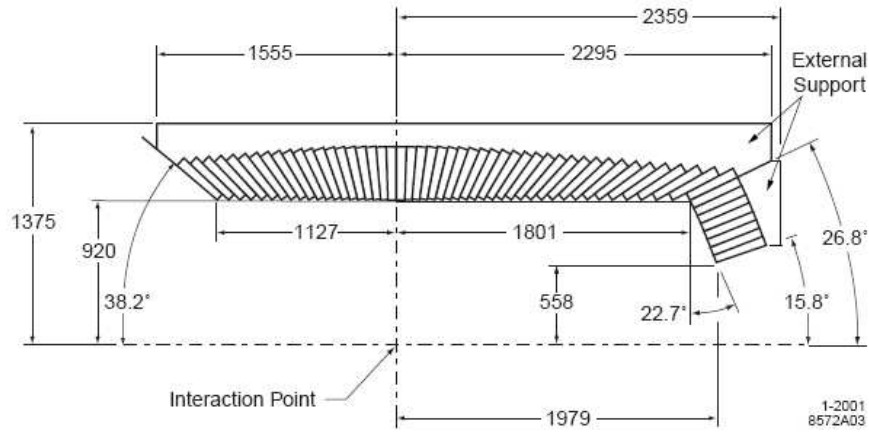


FIG. 2.18 – Vue en coupe longitudinale du EMC. Seule la moitié supérieure est illustrée. On y voit l’arrangement des 56 anneaux de cristaux scintillateurs. Toutes les dimensions sont en millimètres.

magnétique.

Le EMC est constitué d’un “baril” cylindrique centré sur l’axe z et d’un “bouchon” conique à l’avant du détecteur. Une vue longitudinale du EMC est montrée sur la Fig. 2.18. Son acceptance géométrique va de 15.8° à 141.8° dans le laboratoire, et couvre 90% de l’angle solide dans le référentiel des $\Upsilon(4S)$. Le barril contient 48 anneaux ayant chacun 120 cristaux de CsI(Tl). Le bouchon contient 820 cristaux organisés en 8 anneaux, pour un total de 6580 cristaux dans le EMC entier. Afin de minimiser le matériel traversé par les photons incidents, la structure de support est située derrière les cristaux.

Les cristaux individuels ont une surface trapézoïdale illustrée sur la Fig. 2.19. Leur longueur est choisie pour contenir l’entière gerbe électromagnétique des photons les plus énergétiques ($E_\gamma \sim 8 \text{ GeV}$). De l’arrière à l’avant du détecteur, cette longueur passe de 29.6 cm ($16 X_0$) à 32.4 cm ($17.5 X_0$) pour tenir compte de l’énergie croissante des particules. La petite surface transversale des cristaux, $4.7 \times 4.7 \text{ cm}^2$, permet une excellente résolution angulaire. Cette surface est de dimension comparable au rayon de Molière¹² du CsI(Tl). L’arrière des cristaux est

¹²Le rayon de Molière (R_M) donne une bonne approximation de la surface transverse des gerbes

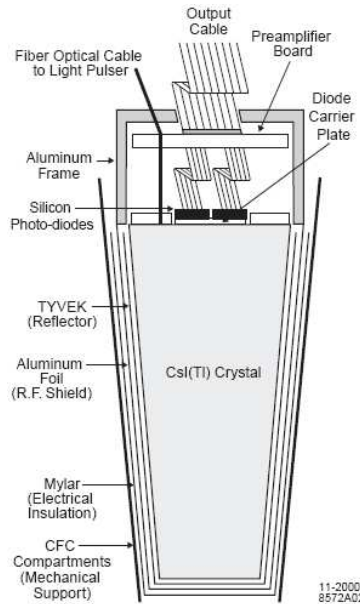


FIG. 2.19 – Schéma d'un cristal de CsI(Tl) du EMC. Le support mécanique (CFC) est ouvert à l'avant du cristal. L'arrière du cristal est instrumenté de deux photodiodes et d'un amplificateur servant à capter les photons de scintillation. Ce schéma n'est pas à l'échelle.

instrumenté avec deux photodiodes et un amplificateur qui captent les photons de scintillation. Les cristaux sont entourés d'un mince matériau réflecteur afin de minimiser la transmission des photons de scintillation hors des cristaux. La quantité de matériau entre les cristaux est cependant réduite au minimum pour maximiser l'herméticité du EMC. Pour distinguer les gerbes électromagnétiques du bruit de fond ambiant dans chaque cristal, le EMC utilise un algorithme de reconnaissance de forme qui recherche des pics d'émission de photons de scintillation en fonction du temps. Le lissage des pics avec une fonction parabolique détermine ensuite le temps et le nombre de photons de scintillation de chaque gerbe, dans chaque cristal.

Puisque la plupart des gerbes déposent de l'énergie dans plusieurs cristaux à la fois, le EMC utilise un algorithme de reconstruction pour regrouper les cristaux associés au passage d'une même particule. Pour former un groupe, cet algorithme

électromagnétiques. Typiquement, 90% de l'énergie d'une gerbe est contenue dans un cylindre de rayon R_M , et 99% est contenue dans un rayon de $3.5 R_M$ ^[4].

requiert la présence d'au moins un cristal contenant plus de 10 MeV. Les cristaux voisins sont ajoutés au groupe s'ils contiennent une énergie d'au moins 1 MeV ou s'ils sont voisins immédiats d'un cristal ayant au moins 3 MeV. L'algorithme cherche ensuite la position des maxima locaux du groupe en identifiant les cristaux ayant une énergie significativement supérieure à celle de leurs voisins. L'algorithme permet plusieurs maxima locaux car il arrive que des photons rapprochés forment des gerbes partiellement superposées. Enfin, l'algorithme compare les positions des maxima locaux du EMC aux trajectoires des particules chargées mesurées par le SVT et la DCH. Les maxima locaux aux positions compatibles avec une trace chargée sont associés à ces traces. Les autres maxima locaux sont supposés provenir de particules neutres.

Les performances du EMC sont conformes aux exigences mentionnées au début de cette sous-section. La résolution énergétique du EMC est donnée par la relation :

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{(2.32 \pm 0.30)\%}{\sqrt[4]{E(\text{GeV})}} \oplus (1.85 \pm 0.12)\% \quad (2.5)$$

où le terme constant devient dominant aux énergies supérieures à 1 GeV. La résolution angulaire du EMC est similaire selon θ et ϕ . Elle est donnée par la relation :

$$\sigma_\theta = \sigma_\phi = \left(\frac{3.87 \pm 0.07}{\sqrt{E(\text{GeV})}} \oplus (0.00 \pm 0.04) \right) \text{ mrad}. \quad (2.6)$$

L'efficacité de détection des photons^[93] du EMC est de $(97.4 \pm 0.7)\%$. Enfin, l'identification des électrons et des hadrons neutres sera discutée à la Sec. 2.3.7.

2.3.6 Retour de flux instrumenté (IFR)

Le IFR sert principalement à l'identification des muons (μ) et, dans une moindre mesure, des hadrons neutres (K_L^0). C'est le sous-détecteur le plus éloigné du point de collision e^+e^- . Il est installé après l'aimant supraconducteur, dans la structure d'acier servant au retour du flux magnétique. Le IFR s'est aussi distingué par la dégradation rapide de ses performances, ce qui a mené à des modifications impor-

tantes de sa conception entre 1999 et 2007.

Le rôle du IFR est de détecter le passage des particules chargées vers l'extérieur du détecteur, alors que la plupart des particules ont été absorbées par le calorimètre ou par le matériau de l'aimant. Puisque les muons n'interagissent pas fortement et sont trop lourds pour émettre du rayonnement de freinage, ce sont les seules particules chargées capables de traverser tout le détecteur *BABAR* pour atteindre le IFR. On identifie donc les muons en montrant que leurs impacts mesurés par le IFR sont compatibles avec l'extrapolation de leurs trajectoires mesurées par le SVT et la DCH. L'identification précise des muons avec le IFR est cruciale pour l'analyse de la voie muonique, $B^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \nu$, dans cette thèse.

En principe, les impacts du IFR qui ne sont pas associés à des traces chargées peuvent être utilisés pour identifier les hadrons neutres¹³. Jusqu'à présent, cette propriété du IFR a cependant été très peu utilisée par la Collaboration *BABAR*, et ne joue aucun rôle dans l'analyse présentée dans cette thèse. Plus de détails à propos de l'identification des muons et des hadrons neutres sont donnés à la Sec. 2.3.7.

Entre 1999 et 2007, trois dispositifs différents ont été utilisés par le IFR : les *Resistive Plate Chambers* (RPC) de première^[71] et seconde^[94] générations, et les *Limited Streamer Tubes*^[95] (LST). Ces trois dispositifs utilisent un principe physique similaire à celui de la DCH. Les particules chargées y ionisent un gaz étouffant plongé dans un fort champ électrique. Les électrons d'ionisation, accélérés par le champ électrique, ionisent à leur tour le gaz ambiant, ce qui amplifie le signal électrique original. Le champ électrique des RPCs (8000 V) et LSTs (5500 V) est cependant beaucoup plus intense que celui de la DCH (1930 V). En conséquence, alors que les électrons d'ionisation de la DCH produisent des *avalanches*, ceux des RPCs et LSTs produisent des *torrents* (*streams*). Les torrents sont des avalanches saturées dont la charge accumulée est telle qu'elle crée un champ électrique interne

¹³Plus précisément, ce sont les particules chargées des gerbes hadroniques produites par l'interaction des hadrons neutres avec les matériaux de l'aimant et du retour de flux qui peuvent être détectées par le IFR.

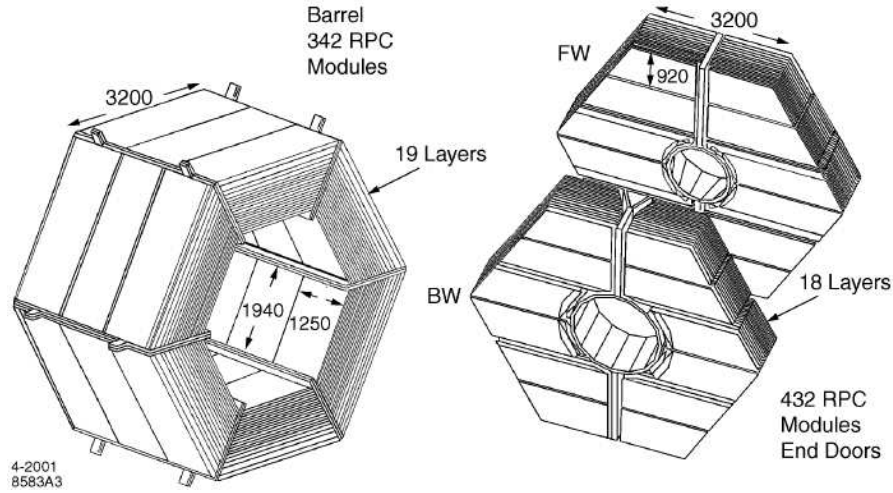


FIG. 2.20 – Vue d’ensemble du IFR, incluant le barril et les bouchons avant et arrière. Les dimensions sont indiquées en millimètres.

qui annule le champ externe^[96]. À cause de cette annulation du champ externe, plusieurs électrons du torrent se recombinaient avec des ions positifs en émettant des photons qui sont absorbés par le gaz étouffant.

L’utilisation des torrents implique deux choses importantes. D’une part, la charge électrique mesurée par les RPCs et LSTs est beaucoup plus grande que dans la DCH, ce qui simplifie l’extraction du signal. D’autre part, la charge mesurée par les RPCs et LSTs n’est pas proportionnelle à la charge d’ionisation originale, ce qui les empêche de mesurer l’énergie déposée par la particule chargée ionisante.

Une vue d’ensemble du IFR est montrée sur la Fig. 2.20. Le IFR entier contient 807 modules RPC/LST de longueurs et largeurs variées (10 cm à 422 cm), tel qu’illustré sur la Fig. 2.20, et d’une épaisseur de 3.2 cm à 3.5 cm. Dans le barril, les RPCs/LSTs sont installés dans 19 tranches séparées par des plaques d’acier d’une épaisseur variant de 2 cm (intérieur) à 10 cm (extérieur). Les bouchons avant et arrière du retour de flux contiennent 18 tranches où sont installés les RPCs/LSTs. De plus, deux couches cylindriques de RPCs/LSTs sont placées entre le EMC et l’aimant supraconducteur¹⁴.

¹⁴Cette configuration exacte du IFR s’applique aux RPCs de première génération. Elle a été

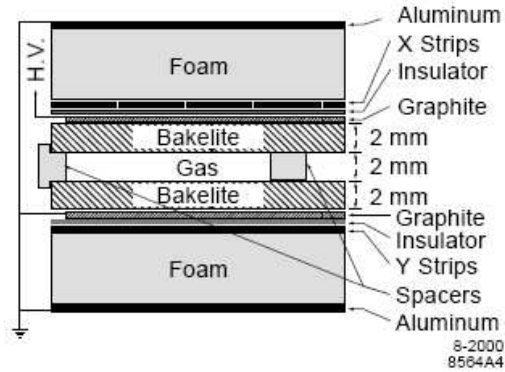


FIG. 2.21 – Vue en coupe d'un RPC, incluant le schéma des connections électriques à haute tension.

Le schéma d'un RPC est montré sur la Fig. 2.21. La zone gazeuse de 2 mm d'épaisseur y est placée entre deux plaques de *Bakelite* (polymère fortement isolant), elles-mêmes placées entre deux plaques de graphite ayant une différence de potentiel de 8000 V. Le gaz utilisé est un mélange d'argon (56.7%), de fréon (38.8%) et d'isobutane (4.5%). Les faces opposées des RPCs sont instrumentées de bandes d'aluminium perpendiculaires détectant l'arrivée des torrents d'électrons. Sur le baril, ces bandes mesurent les composantes z et ϕ des impacts. La composante radiale est déterminée par la position du RPC.

Les RPCs de première génération utilisés par *BABAR* ont été problématiques. Leur efficacité est passée de 90% à 35% entre octobre 1999 et juillet 2004^[4]. En 2002, près de 200 RPCs ont été remplacés par des RPCs de seconde génération^[94]. Les performances de ces nouveaux RPCs ont été de beaucoup supérieures à celles de la première génération. Néanmoins, les RPCs de seconde génération les plus exposés aux radiations ont montré des signes clairs de vieillissement^[94]. En conséquence, la Collaboration *BABAR* a opté pour une technologie différente, et procédé au remplacement de tous les RPCs par des LSTs à la fin de l'été 2004 et à l'automne 2006^[95].

Le schéma d'une plaque de LSTs est montré sur la Fig. 2.22. La plaque est

légèrement modifiée pour les RPCs de seconde génération et les LSTs.

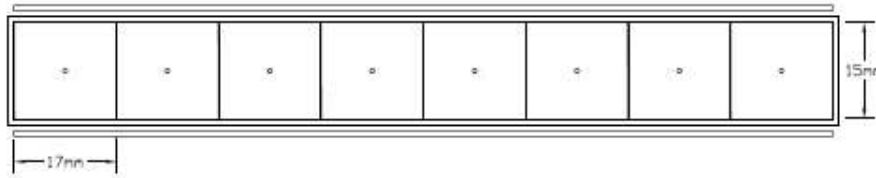


FIG. 2.22 – Vue schématique d’une tranche de LSTs. Les bandes perpendiculaires mesurant la composante longitudinale des impacts sont situées sous les tubes.

composée de 8 LSTs de forme tubulaire côte à côte. Chaque LST est rempli de gaz étouffant et contient au centre un fil sous haute tension (5500 V). Le gaz est un mélange de CO_2 (89%), d’isobutane (8%) et d’argon (3%). Les huit tubes sont instrumentés de bande orientées perpendiculairement à l’axe des tubes. Dans le barril, ces bandes mesurent la composante z des impacts, alors que la position du tube en détermine les composantes ϕ et r . Les LSTs n’étaient pas encore installés durant l’enregistrement des données utilisées dans cette thèse.

2.3.7 Identification des particules (PID)

Après avoir mesuré l’impulsion de chaque particule chargée et l’énergie de chaque particule neutre, il ne reste qu’à identifier leur type pour compléter la reconstruction des particules stables détectables. Dans le cas des particules chargées, cette identification permet de connaître leur masse, et donc leur énergie $E = \sqrt{p^2 + m^2}$. Pour les particules neutres, elle permet au contraire d’identifier les hadrons neutres dont l’énergie est mal mesurée. À moins d’être positivement identifiés comme une particule d’un autre type, les traces chargées sont considérées comme des pions et les maxima locaux du EMC comme des photons, ce qui correspond à leurs types les plus probables *a priori*.

L’identification des particules est aussi très utile pour éliminer le bruit de fond. Dans le cas de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, l’identification des pions, électrons et muons permet d’éliminer 65% du bruit de fond tout en conservant 70% du signal^[97]. Dans cette thèse, l’identification des particules ne joue aucun rôle pour

la reconstruction du neutrino.

L'identification des particules est faite par plusieurs algorithmes différents dans *BABAR*. Avec divers niveaux d'efficacité et de pureté, ces algorithmes permettent d'identifier les particules stables : $e^\pm$, $\mu^\pm$, $\pi^\pm$, $K^\pm$, $p^\pm$ et K_L^0 , en utilisant les informations recueillies par tous les sous-détecteurs. Nous allons maintenant décrire brièvement les algorithmes que nous avons utilisés dans cette thèse.

Pour identifier les électrons, nous avons utilisé l'algorithme *PidLHElectrons*^[98]. Cet algorithme utilise une *fonction de vraisemblance (likelihood)* correspondant au produit des *Fonctions de Densité de Probabilité (PDF)* de sept variables de la DCH, du DIRC et du EMC. Ces variables sont :

- pour la DCH : perte d'énergie différentielle dE/dx ;
- pour le DIRC : nombre de photons détectés et angle de Čerenkov ;
- pour le EMC : ratio de l'énergie mesurée par le calorimètre et de l'impulsion mesurée par le SVT et la DCH ($E/p \simeq 1.0$ pour les électrons), et nombre de cristaux, distribution latérale et distribution longitudinale de la gerbe électromagnétique.

Tel qu'illustré par les Fig. 2.23 et 2.24, l'algorithme *PidLHElectrons* permet d'identifier plus de 90% des électrons de plus de 500 MeV tout en rejetant environ 99.9% des pions.

Pour identifier les muons, nous avons utilisé l'algorithme *muNNTight*^[99]. Cet algorithme utilise un *réseau de neurones* pour optimiser non-linéairement une combinaison de huit variables du EMC, du IFR et de la reconstruction des traces chargées. Ces variables sont :

- l'énergie mesurée par le EMC ;
- λ_{mes} , le nombre de longueurs de radiation de la trace chargée jusqu'au dernier impact mesuré dans le IFR ;
- $\Delta\lambda \equiv \lambda_{préd} - \lambda_{mes}$, où $\lambda_{préd}$ est le nombre de longueurs de radiation prédites pour un muon qui aurait les paramètres de la trace chargée ;
- le χ^2 du lissage des impacts du IFR avec un polynôme de degré trois ;
- le χ^2 de la trace chargée en y ajoutant les impacts du IFR ;

- le nombre d’impacts moyen par tranche du IFR ;
- l’écart-type du nombre d’impacts dans chaque tranche du IFR ;
- la “continuité” de la trace dans le IFR¹⁵.

Tel qu’illustré par les Fig. 2.25 et 2.26, l’algorithme muNNTight permet d’identifier environ 70% des muons de plus de 1 GeV tout en rejetant plus de 96% des pions.

Enfin, pour identifier les pions chargés, nous avons utilisé l’algorithme *piLH-Loose*^[101]. Cet algorithme utilise une fonction de vraisemblance correspondant au produit des PDFs de six variables du SVT, de la DCH, du DIRC et du EMC. Ces variables sont :

- pour le SVT : dE/dx ;
- pour la DCH : dE/dx , numéro de la dernière couche mesurant un impact ;
- pour le DIRC : nombre de photons détectés et angle de Čerenkov ;
- pour le EMC : énergie mesurée par le EMC.

De plus, la trace chargée ne doit pas satisfaire la sélection *PidLHElectrons* décrite plus haut.

Tel qu’illustré par les Fig. 2.27 et 2.28, l’algorithme *piLHLoose* permet d’identifier environ 95% des pions de moins de 3 GeV tout en rejetant plus de 80% des kaons.

D’autres algorithmes d’identification des kaons, protons et K_L^0 sont également utilisés par la Collaboration *BABAR*, mais ne sont pas utiles pour la présente thèse. Les algorithmes d’identification des kaons et protons utilisent les mêmes variables que *piLHLoose*. Les algorithmes d’identification des K_L^0 sont différents. Ils utilisent la forme des gerbes du EMC et la présence d’impacts dans le IFR. Les algorithmes d’identification des K_L^0 sont cependant beaucoup moins discriminants que ceux des particules chargées, et doivent être combinés avec des contraintes cinématiques pour être utiles.

¹⁵La continuité est une relation linéaire entre le nombre de tranches du IFR traversées par la trace chargée et le nombre de tranches ayant détecté au moins un impact^[100].

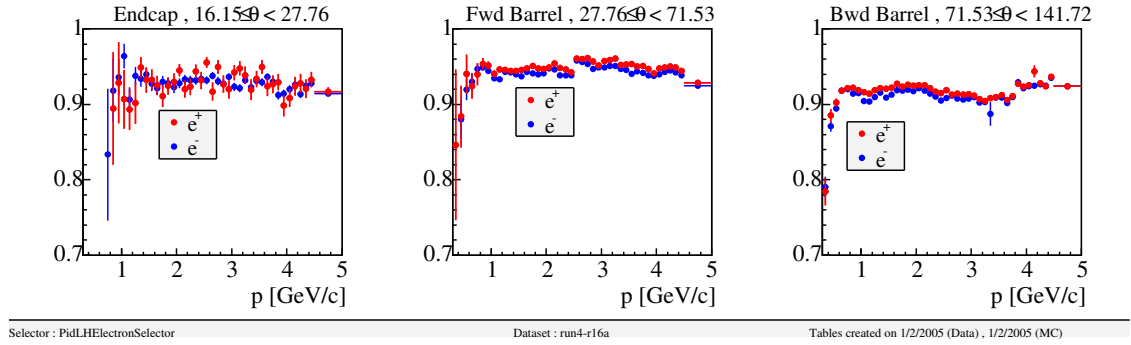


FIG. 2.23 – Efficacité d'identification des électrons en fonction de leur impulsion avec l'algorithme *PidLHElectrons*.

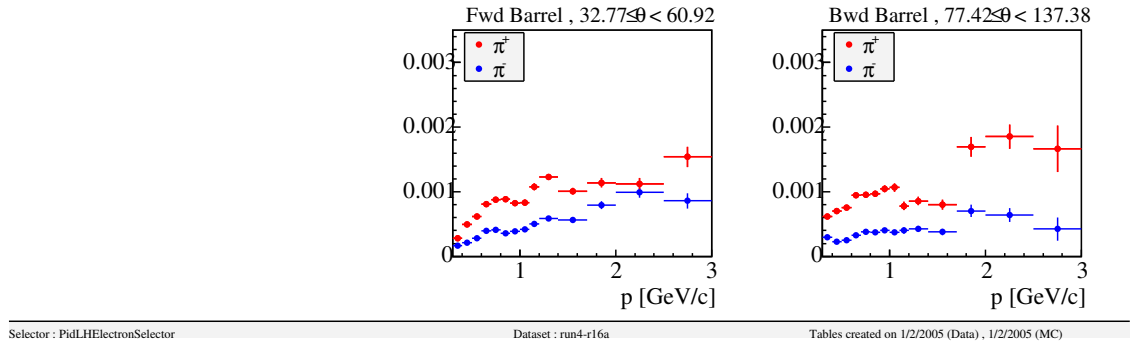


FIG. 2.24 – Probabilité de fausse identification des pions en électrons en fonction de leur impulsion, avec l'algorithme *PidLHElectrons*.

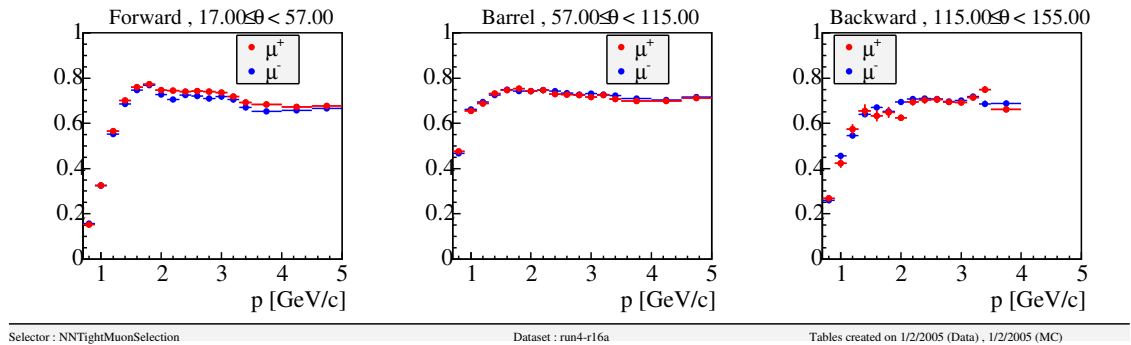


FIG. 2.25 – Efficacité d'identification des muons en fonction de leur impulsion avec l'algorithme *muNNTight*.

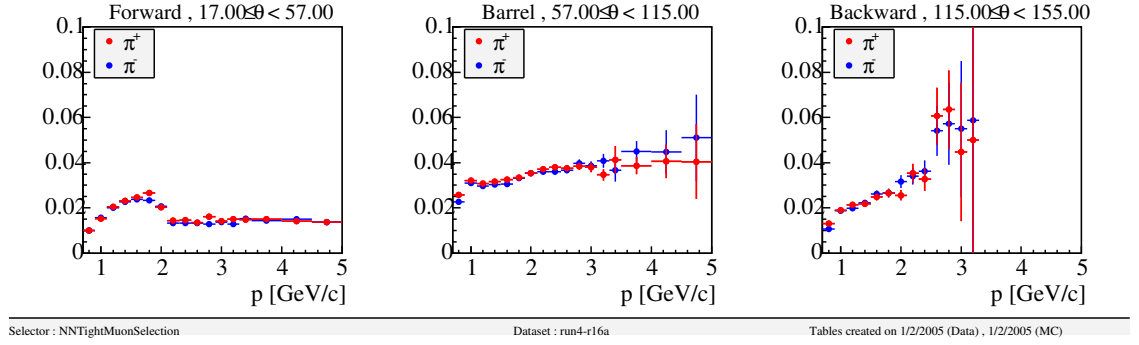


FIG. 2.26 – Probabilité de fausse identification des pions en muons en fonction de leur impulsion, avec l’algorithme *muNNTight*.

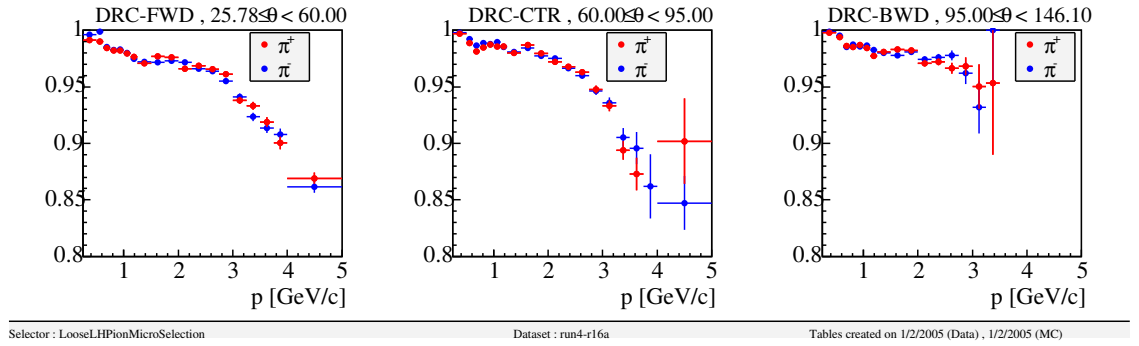


FIG. 2.27 – Efficacité d’identification des pions en fonction de leur impulsion avec l’algorithme *piLHLoose*.

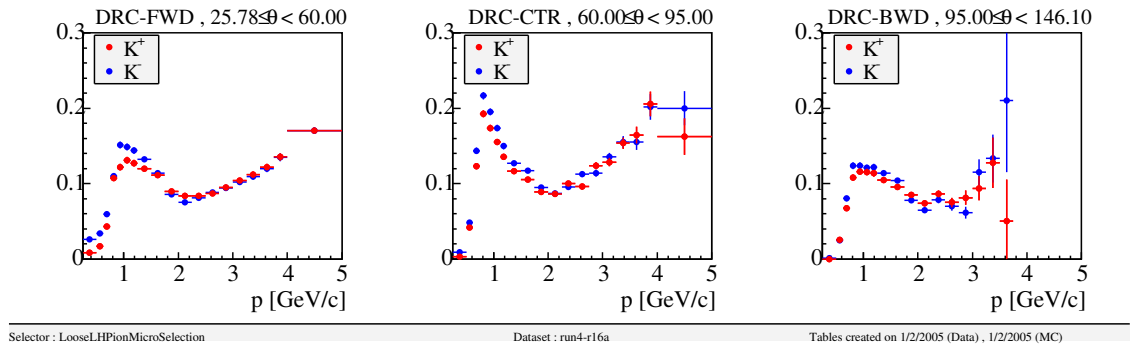


FIG. 2.28 – Probabilité de fausse identification des kaons en pions en fonction de leur impulsion, avec l’algorithme *piLHLoose*.

2.3.8 Système de déclenchement

Nous avons maintenant exposé l’essentiel du dispositif expérimental et des algorithmes de reconstruction utilisés par la Collaboration *BABAR* pour étudier les mésons B et les autres particules produites dans le continuum $e^+e^- \rightarrow X$. Dans le chapitre suivant, nous exposerons les différentes stratégies expérimentales utilisées pour isoler et analyser les événements signaux $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$. Il reste toutefois à définir ce que nous entendons par “événement”. Cette définition est donnée par l’algorithme de sélection du système de déclenchement du détecteur *BABAR*.

Le rôle du système de déclenchement est de sélectionner les collisions e^+e^- produisant des événements intéressants pour les physiciens de la Collaboration *BABAR*. Cette sélection doit être ultra-rapide puisque PEP-II produit des collisions e^+e^- chaque 4.2 ns. En revanche, elle doit aussi être très efficace et très bien comprise puisque les événements rejetés par le système de déclenchement ne sont pas récupérables.

Pour accomplir cette tâche, le système de déclenchement utilise deux algorithmes indépendants, L1 (*hardware*) et L3 (*software*), de complexité croissante¹⁶. Pour être aussi rapides que possible, les deux algorithmes n’utilisent que la DCH et le EMC¹⁷, et exécutent des algorithmes de reconstruction simplifiés. Dans des conditions normales, l’algorithme L1 doit présélectionner environ mille événements candidats par seconde, et dispose de 12.8 μs pour transmettre ses décisions. Parmi ces mille événements, l’algorithme L3 doit en sélectionner environ 120, et dispose d’environ 8.5 ms pour prendre ses décisions. Les événements sélectionnés par l’algorithme L3 sont conservés sur des bandes magnétiques¹⁸ pour être analysés en détails par les physiciens de *BABAR*.

L’algorithme L1 est exécuté par trois microprocesseurs spécialisés situés direc-

¹⁶La conception du système de déclenchement permet l’ajout d’un algorithme intermédiaire L2, en cas de forte hausse du bruit de fond de PEP-II, mais il n’a jamais été nécessaire de l’implanter.

¹⁷Le IFR contribue aussi au système de déclenchement, mais uniquement pour l’enregistrement des rayons cosmiques servant à la calibration du détecteur.

¹⁸Les infrastructures nécessaires au stockage et à la manipulation des données informatiques de *BABAR* sont considérables. Pour en savoir plus à ce sujet, voir les Refs. [102–104].

TAB. 2.2 – Principales caractéristiques des catégories de traces du DCT et de tours du EMT.

	Description	Origine	Seuil
B	Courte trace atteignant la supercouche 5	DCT	120 MeV
A	Longue trace atteignant la supercouche 10	DCT	180 MeV
A'	Trace de haute impulsion transverse	DCT	800 MeV
M	Tout θ , énergie d'ionisation minimale	EMT	100 MeV
G	Tout θ , énergie intermédiaire	EMT	250 MeV
E	Tout θ , énergie élevée	EMT	700 MeV
X	Bouchon avant, énergie d'ionisation minimale	EMT	100 MeV
Y	Arrière du barril, énergie élevée	EMT	1 GeV

tement sur le détecteur *BABAR*. Dans la DCH, le *Drift Chamber Trigger (DCT)* forme des traces chargées rudimentaires en utilisant un algorithme de reconnaissance de forme. Le DCT estime aussi l'impulsion transverse de ces traces, avant de les classer en trois catégories (voir Tableau 2.2) : B, A et A', et de les envoyer au *global trigger (GLT)*. Aucun lissage n'est utilisé par le DCT.

Parallèlement, dans le EMC, le *ElectroMagnetic calorimeter Trigger (EMT)* évalue l'énergie de groupes de 19 à 24 cristaux, appelés *tours*. Seuls les cristaux de plus de 20 MeV sont considérés pour cette évaluation. Selon leur énergie et leur position dans le EMC, les tours sont ensuite classées en cinq catégories (voir Tableau 2.2) : M, G, E, X et Y, et envoyées au GLT.

Recevant les informations du DCT et du EMT, le GLT est l'algorithme qui décide si les événements candidats sont envoyés à l'algorithme L3 ou non. Pour ce faire, le GLT exécute une série de conditions logiques simples telles que : $(A \geq 3 \ \& \ B^* \geq 1)$ ou $(M \geq 3 \ \& \ M^* \geq 1)$ ou $(B \geq 3 \ \& \ A \geq 2 \ \& \ M \geq 2)$ ou Dans les conditions précédentes, le symbole * indique la présence d'objets du EMT et/ou du DCT face à face selon ϕ .

L'algorithme L3 est exécuté par une *ferme* de 50 ordinateurs. La philosophie de cet algorithme est similaire à celle du L1, si ce n'est que l'algorithme L3 est plus complexe et plus précis. Par exemple, les cinq paramètres des traces chargées

TAB. 2.3 – Efficacité (%) du système de déclenchement pour divers processus physiques.

Algorithme L3	$\epsilon_{B\bar{B}}$	$\epsilon_{B \rightarrow \pi^0 \pi^0}$	$\epsilon_{B \rightarrow \tau \nu}$	$\epsilon_{c\bar{c}}$	ϵ_{uds}	$\epsilon_{\tau\tau}$
DCH (toutes conditions)	99.4	89.1	96.6	97.1	95.4	95.5
EMC (toutes conditions)	93.5	95.7	62.3	87.4	85.6	46.3
DCH + EMC	>99.9	99.3	98.1	99.0	97.6	97.3
L1+L3 combinés	>99.9	99.1	97.8	98.9	95.8	92.0

de la DCH (d_0 , ϕ_0 , ω , z_0 et $\tan \lambda$) sont déterminés par un lissage, les cristaux du EMC sont considérés individuellement, le temps t_0 de l'événement est déterminé plus précisément, et ainsi de suite. Cela permet au L3 d'éliminer beaucoup plus efficacement les bruits de fonds venant des faisceaux de PEP-II et les trop nombreux événements *Bhabha* $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$.

Les performances du système de déclenchement sont données dans le Tableau 2.3. Elles sont entièrement conformes aux exigences de rapidité et d'efficacité mentionnées au début de cette sous-section. On y remarque notamment que l'efficacité de sélection des événements $e^+e^- \rightarrow B\bar{B}$ est supérieure à 99.9%. L'efficacité demeure très élevée même pour des désintégrations particulièrement difficiles telles que $B \rightarrow \pi^0 \pi^0$ ou $B \rightarrow \tau \nu$.

Enfin, l'algorithme du système de déclenchement est conçu pour avoir une grande redondance entre la DCH et le EMC. C'est-à-dire que les événements sont le plus souvent sélectionnés indépendamment par la DCH et le EMC. Cette redondance permet de mesurer l'efficacité du système de déclenchement.

CHAPITRE 3

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE LA DÉSINTÉGRATION $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ AVEC UNE TECHNIQUE DE RECONSTRUCTION RELÂCHÉE DU NEUTRINO (*BABAR ANALYSIS DOCUMENT #1313*)

Nous avons présenté les éléments de théorie utiles à la compréhension de la mesure présentée dans cette thèse au Chap. 1, et décrit le dispositif expérimental utilisé par la Collaboration *BABAR* au Chap. 2. Nous allons maintenant exposer en détail le protocole expérimental suivi par l'auteur de cette thèse et ses collaborateurs pour mesurer la forme du facteur de forme $f_+(q^2)$ de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, le rapport d'embranchement $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$, et la norme de l'élément V_{ub} de la matrice CKM, avec le détecteur *BABAR*.

Le *BABAR Analysis Document*^[19] (BAD #1313) présenté dans ce chapitre est le document principal de cette thèse. Ce document fut soumis deux fois à un examen rigoureux par plus d'une vingtaine de spécialistes de la Collaboration *BABAR* ; d'abord pour approuver une version préliminaire^[105] des résultats présentés dans cette thèse qui fut rendue publique à l'occasion de la 33^{ème} Conférence Internationale sur la Physique des Hautes Énergies (ICHEP'06), à Moscou (Russie, été 2006) ; puis pour approuver les résultats finaux de cette thèse qui furent publiés^[21] dans *Physical Review Letters* **98**, 091801, le 28 février 2007. Plus de détails sont donnés à ce sujet dans la *Note to the reader* au tout début du document.

Il est sans équivoque que l'auteur de cette thèse est le principal auteur du BAD #1313 formant ce chapitre et le principal artisan technique et conceptuel des travaux de recherche qui y sont présentés. L'auteur de cette thèse est notamment l'initiateur de la technique de reconstruction relâchée du neutrino, qui a été cruciale au succès de la mesure. Les principaux collaborateurs de ces travaux sont les co-auteurs du BAD #1313 nommés plus bas, en ordre alphabétique : Sylvie Brunet, Martin Simard, Paul Taras et Benoit Viaud.

BAD 1313, Version 11

January 8, 2007

Measurement of the $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ Form-Factor Shape and Branching Fraction, and Determination of $|V_{ub}|$ with a Loose Neutrino Reconstruction Technique

David Côté^{1 2}, Sylvie Brunet¹,
Martin Simard¹, Paul Taras¹, Benoit Viaud¹

Abstract

We report the results of a study of the exclusive charmless semileptonic decay, $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, undertaken with approximately 227 million $B\bar{B}$ pairs collected at the $\Upsilon(4S)$ resonance with the *BABAR* detector. The analysis uses events in which the signal B decays are reconstructed with an innovative loose neutrino reconstruction technique. We obtain partial branching fractions in 12 bins of q^2 , the momentum transfer squared, from which we extract the $f_+(q^2)$ form-factor shape and the total branching fraction $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu) = (1.46 \pm 0.07_{stat} \pm 0.08_{syst}) \times 10^{-4}$. Based on a recent unquenched lattice QCD calculation of the form factor in the range $q^2 > 16 \text{ GeV}^2/c^4$, we find the magnitude of the CKM matrix element $|V_{ub}|$ to be $(4.1 \pm 0.2_{stat} \pm 0.2_{syst}^{+0.6}_{-0.4\text{FF}}) \times 10^{-3}$, where the last uncertainty is due to the normalization of the form factor.

¹Université de Montréal

²e-mail : cote@slac.stanford.edu

Note to the reader

This Version 11 of the BAD 1313 is a support document for the journal draft : BAD 1647 V11 (hep-ex/0612020), which has now been approved and submitted to Physical Review Letters. The main differences between this new document and the precedent BAD 1313 V10, which was used for the Collaboration Wide Review (CWR) of the BAD 1647 (V5), are :

- Four changes to the analysis approved by our Review Committee after the CWR period. Three of them fix mistakes : superfluous $\sqrt{2}$ factor when computing $|V_{ub}f_+(0)|$, accidental use of the SP8 values of semileptonic D branching fractions instead of the SP5/6 ones, accidental variation of all $D \rightarrow K^0$ branching fractions instead of only the $D \rightarrow K_L$ ones. The last one is a more rigorous estimation of the tracking and EMC efficiency uncertainties. For more details, see :
<http://babar-hn.slac.stanford.edu:5090/HyperNews/get/rev-SemiLep-02-03/47.html>;
- Addition of Sect. 3.3.9 and 3.3.10 to describe the method that we use to test QCD calculations and extract $|V_{ub}|$, and of Sect. 3.7.4.4 and 3.7.4.5 to give the results obtained with this method. Removal of the previous Sect. 8, “Extraction of $|V_{ub}|$ ”, now replaced by the new sections;
- General text improvements.

It may be relevant to note that the BAD 1313 V7 (and earlier versions) describes a preliminary version of the result shown at ICHEP’06, and documented in the BAD 1560 V9 (hep-ex/0607060). The differences between the preliminary and final results are relatively minor, the main ones being that :

1. The continuum PDF is fixed in the signal extraction fit for the final result, but floated for the preliminary result ;
2. The q^2 spectrum shape is described with partial BFs (and covariance matrices) for the final result, while normalized partial BFs were used for the preliminary result ;

3. A value of the constant $|V_{ub}f_+(0)|$ is quoted for the final result, not for the preliminary result ;
4. The covariance matrices of all the systematic errors (except FSR) are precisely measured using at least one hundred different PDFs for the final result, while the covariance matrices of few systematic errors were approximated using only one PDF for the preliminary result.

How to read this document

After a general introduction and a description of the data samples in Sect. 3.1 and 3.2, the analysis method is described in Sects. 3.3 to 3.6. Then, the results predicted by the MC simulation and the actual results obtained with the real data are shown in Sect. 3.7. Several Data/MC comparison plots and the results of other cross-checks are presented in Sect. 3.8, before a summary in Sect. 3.9.

Please note the presence of Appendix 3.10 which contains several useful definitions used throughout this document. For example, we use q^2 when we refer to its true or unfolded value, while we use $\tilde{q}^2$ when we refer to its raw measured value. The Appendices 3.11 and 3.12 show the results of additional studies done during the development of the analysis.

3.1 Introduction

3.1.1 Physics motives

There is an abundant literature on $|V_{ub}|$ and semileptonic B decays (for example [4, 29, 106]). In this section, we provide information on the link between the CKM matrix [6] element $|V_{ub}|$ and $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decays³, and on the main difficulty to extract $|V_{ub}|$ from the measurement of such decays. We also explain the importance to know the value of $|V_{ub}|$ as precisely as possible.

In the Standard Model, quark flavor change can only occur through weak interactions, via the coupling of a W gauge boson. Such couplings are proportional to the relevant CKM matrix elements. In particular, the probability of a b quark to decay into a u quark is proportional to $|V_{ub}|^2$.

The requirement that the CKM matrix is unitary and the freedom to arbitrarily choose the global phases of the quark fields reduce the initial nine unknown complex elements of V to three real numbers and one phase, where the latter accounts for CP violation [106]. These parameters are among the free parameters of the Standard Model. The values of the CKM matrix elements measured independently have to satisfy these conditions if the Standard Model is correct. Since $|V_{ub}|$ is the second poorest known element of the matrix [4], its precise measurement would greatly help constrain the description of the weak interactions and CP violation by the Standard Model. Together with the constraint given by the measurement of $\sin 2\beta$, it would specially improve the constraint on the apex of the unitary triangle since both constraints are tangential in the $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ plane (Fig. 3.1).

The measurement of $|V_{ub}|$ requires the study of a $b \rightarrow u$ transition in a well-understood context. Semileptonic $b \rightarrow u \ell \nu$ decays are best for that purpose since they are much easier to understand than hadronic decays from a theoretical point of view, and much easier to study experimentally than purely leptonic decays because they are far more abundant. Fig. 3.2 shows the dominant Feynman diagram of

³The charge conjugate decay is always implied throughout this document unless explicitly mentioned otherwise.

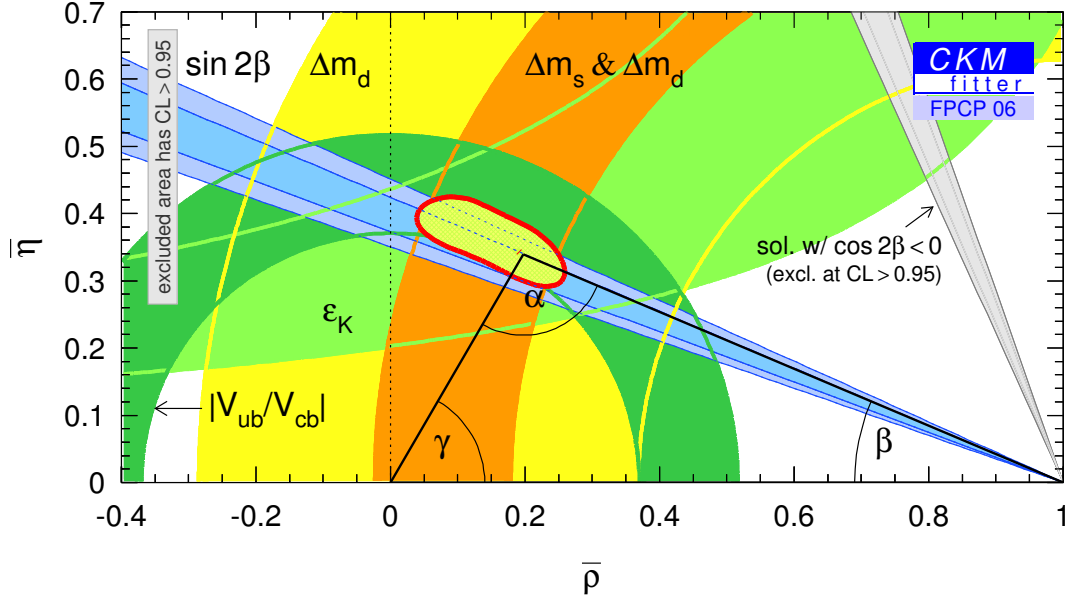


FIG. 3.1 – Zoomed constraints in the $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ plane not including the angle measurements but $\sin 2\beta$ (results as of FPCP 2006) [38].

electroweak interactions in the case of a $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}$ decay. An illustration of the strong interactions between the b and u quarks with the “spectator” $\bar{d}$ quark of the B meson involved in the same decay is given by Fig. 3.3. The theoretical description of these strong interactions and of the quarks’ hadronization into a particular X_u meson(s) in the final state, where X_u stands for any charmless meson, result in the largest uncertainties when extracting a value of $|V_{ub}|$ from the measurement of the branching fraction (BF) of $B \rightarrow X_u \ell \nu$ decays.

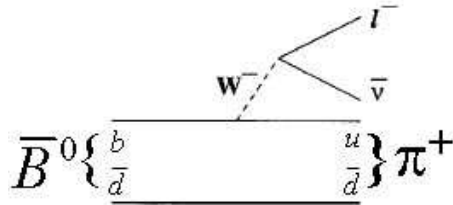


FIG. 3.2 – Feynman diagram of electroweak interactions in a $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}$ decay. The $b \rightarrow u$ transition occurs after the coupling with a W gauge boson.

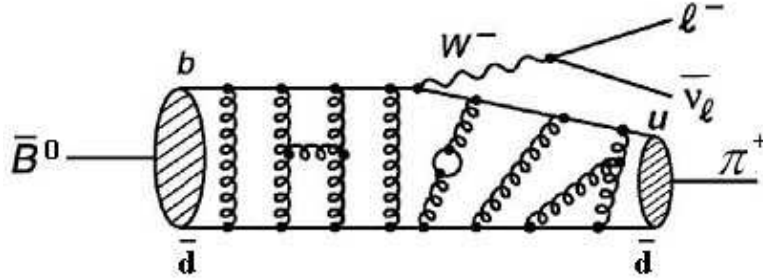


FIG. 3.3 – Feynman diagram of electroweak and QCD interactions in a $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}$ decay. The non-perturbative QCD interactions between the quarks are very difficult to calculate from first principles.

The theoretical uncertainties have different sources in inclusive and exclusive analyses of $B \rightarrow X_u \ell \nu$ decays. In exclusive analyses, there are also important differences according to the nature of the decay meson. If X_u is a vector meson (e.g. ρ , ω , ...), its decay is expressed in terms of three QCD form factors⁴, but if it is a pseudo-scalar meson (e.g. π , η , ...), its decay is described by only one form factor⁵ : $f_+(q^2)$, where q^2 is the squared invariant mass of the lepton-neutrino system.

Only the shape of $f_+(q^2)$ can be measured experimentally (with high statistics). Its normalization needs to be given by theoretical calculations which suffer from relatively large uncertainties and, often, do not agree with each other. As a result, the normalization of form factor(s) is the largest source of uncertainty in the extraction of $|V_{ub}|$ from an exclusive $B \rightarrow X_u \ell \nu$ branching fraction. The theoretical predictions are currently more precise for $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decays than for any other exclusive $B \rightarrow X_u \ell \nu$ decays^[4]. The most reliable calculation of $f_+(q^2)$ for $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decays is currently provided by unquenched lattice QCD^[49,50], but this technique can presently be used only at high q^2 ($> 16 \text{ GeV}^2/c^4$). Light Cone Sum Rules calculations^[48] are also useful but they rely on approximations that are

⁴In the limit of a massless lepton, which is indeed a perfectly valid approximation for $\ell = e$ or even μ (see section 4.4 of [20]).

⁵Also in the limit of a massless lepton.

valid only at low q^2 ($< 16 \text{ GeV}^2/c^4$).

Experimental data can be used to discriminate between the $f_+(q^2)$ shape predictions of various QCD models by measuring the $f_+(q^2)$ shape precisely. Such a measurement not only tests the approximations made in the models but it also leads to a smaller theoretical uncertainty on $|V_{ub}|$.

In this context, the present analysis of $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decays will concentrate on obtaining an accurate measurement of the $f_+(q^2)$ shape in order to extract a more precise value of $|V_{ub}|$ from the measurement of the total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$.

3.1.2 Physics observables measured in this analysis

The goal of this analysis is to measure the shape of the q^2 spectrum of $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decays as well as the total BF $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$. The final q^2 spectrum is corrected for reconstruction effects by applying an unfolding algorithm on the raw $\tilde{q}^2$ spectrum. The total BF is obtained from the sum of the partial BFs $\Delta\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu, q^2)$, denoted thereafter $\Delta\mathcal{B}(q^2)$, measured in 12 q^2 bins. The q^2 shape of the signal is expressed as the spectrum of the partial branching fractions $\Delta\mathcal{B}(q^2)$, together with a covariance matrix giving the correlations between the $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ values measured in the various q^2 bins. The measured $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ spectrum is also compared to the predictions of various QCD calculations, and fitted to model-dependent parametrizations of the $f_+(q^2)$ form factor. We obtain the value of $|V_{ub}f_+(0)|$ from the $f_+(q^2)$ fit results, extrapolated to $q^2 = 0$. The value of the CKM matrix element $|V_{ub}|$ is then extracted from the combination of all these results.

3.1.3 Analysis strategy

3.1.3.1 Previous measurements

Values of $|V_{ub}|$ have already been extracted from the $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ by CLEO [51, 107], *BABAR* [108, 109] and BELLE [110]. These results lead us to design an analysis based on an innovative technique denoted “loose neutrino reconstruction”.

In the first CLEO paper ^[51], the dominant uncertainty on both the $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ and $|V_{ub}|$ arose from the uncertainties in the $f_+(q^2)$ form factor. The effect of these uncertainties on the $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ has since been reduced to a negligible level by minimizing the dependence of the experimental cuts on q^2 and by computing the signal detection efficiency in several bins of q^2 ⁶. This approach is also adopted in this analysis in which the investigation of the $f_+(q^2)$ model-dependence is of utmost importance. A new generator, FLATQ2, as well as a form factor reweighting procedure ^[20], have been elaborated to facilitate this investigation in the entire q^2 range.

To reduce the uncertainty on the value of $|V_{ub}|$ contributed by the $f_+(q^2)$ dependence, our strategy has been to maximize the extracted $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal yields. This should lead to a better defined $f_+(q^2)$ shape and thus may allow us to discriminate between the various QCD models used to generate this shape. A precise experimental determination of the $f_+(q^2)$ shape also allows to extract $|V_{ub}|$ from only one well-calculated normalization point, with much reduced theoretical uncertainties ^[43]. A large signal yield is the main motivation for implementing the loose neutrino reconstruction technique.

The B tagging techniques, which require cuts that result in a loss in detection efficiency, lead to signal yields that are too small to allow a precise measurement of the q^2 spectrum of $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decays with *BABAR*'s runs 1-4 datasets ^[109,110], even though they provide higher signal purity than with our approach. The traditional neutrino reconstruction *à la* CLEO has provided sufficiently large signal yields to allow some q^2 -dependence information with CLEO's dataset ^[107], and more with *BABAR*'s runs 1-2 dataset ^[108]. However, the requirement that the signal neutrino be well reconstructed by vetoing events with additional missing particles causes important signal detection inefficiencies that are avoided in our analysis.

⁶This q^2 -dependent approach works only for $B \rightarrow X_u \ell \nu$ decays involving pseudo-scalar X_u mesons. See Appendix C of Ref. ^[20]

3.1.3.2 The innovative loose neutrino reconstruction technique

The loose neutrino reconstruction is largely inspired by the “traditional” neutrino reconstruction : both methods use the events’ missing momentum as an approximation to the signal neutrino. The essential difference between the two approaches is that the tight neutrino quality cuts which ensure that the neutrino properties are well taken into account when computing $q^2 = (P_\ell + P_\nu)^2$ are avoided in the loose neutrino reconstruction technique. In this analysis, we calculate instead the momentum transfer as $q^2 = (P_B - P_\pi)^2$. This difference may appear to be small, but results in a significantly increased signal efficiency⁷. When using $q^2 = (P_\ell + P_\nu)^2$, the resolution of q^2 is completely dominated by the reconstructed neutrino : the more precise the q^2 resolution, the more stringent the neutrino quality cuts. But it turns out that the neutrino quality cuts depend as much on the signal B decay as on the other B decay (B mesons are always produced in pairs at B factories). As a consequence, many neutrino quality cuts are not good at discriminating signal from background : they do improve the $q^2 = (P_\ell + P_\nu)^2$ resolution but not the signal/background (S/B) ratio, and they lead to important signal yield loss. Tight neutrino quality cuts have also resulted in relatively large systematic uncertainties in the past because of their sensitivity to many aspects of the full event simulation. In an analysis with a large number of q^2 bins, this effect becomes important. In the loose neutrino reconstruction, the reconstructed neutrino does not have to match the real signal neutrino with a good resolution because of the use of the relation $q^2 = (P_B - P_\pi)^2$. Details on the reconstruction of $q^2 = (P_B - P_\pi)^2$ are given in Sect. 3.3.3.

The process of reconstructing the neutrino can also be used quite efficiently to reject backgrounds. For example, the cuts on the quantities ΔE and m_{ES} ^[111] that require that the sum of the reconstructed neutrino, π and ℓ energies and momenta be compatible with $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal decays are among the most useful ones

⁷For example, the $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal efficiency in this loose neutrino reconstruction analysis is approximately 4.7 times higher than in the previous *tight* neutrino reconstruction analysis ^[108] by *BABAR*.

in rejecting the background in this analysis. As explained in Sec. 3.3.2.6, ΔE is the difference between the measured and expected values of the B -meson energy, and m_{ES} is the measured B -meson mass. Other neutrino quality cuts such as the events' total charge and missing mass squared are not as useful to isolate the signal and are thus not used and used in a very loose way, respectively.

To recapitulate, the loose neutrino reconstruction is a fully untagged technique giving the largest signal yields. It depends on reconstructing the value of q^2 using the relation $q^2 = (P_B - P_\pi)^2$, and uses the neutrino information only to the extent that it can reject more background than signal.

3.1.3.3 Signal extraction

As a result of its loose cuts, the loose neutrino reconstruction technique leads to very high signal yields, of the order of 5000 events for $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decays using the BABAR's runs 1-4 dataset! These higher signal yields are of course accompanied by higher background yields. From a statistical point of view, high signal yields can compensate low S/B ratios to give small uncertainties. However, with a cut and count approach, these high background yields could result in large systematic uncertainties because some of them are poorly known. In particular, the $b \rightarrow u\ell\nu$ and continuum background yields are both approximately 2 times more abundant than the signal yield with this technique.

Consequently, the signal and background yields are extracted using a fit in the present analysis. In fact, the high background yields are useful since it makes it possible to fit them in separated categories, in several $\tilde{q}^2$ regions. For example, ΔE and M_{ES} shapes of the large number of continuum and $b \rightarrow u\ell\nu$ background events can easily be fitted. The high statistics provided by our technique also have the advantage that the off-resonance data control sample's yield can be known with a relatively good statistical precision, which is very useful to control the continuum-related systematic errors, and allow us to make precise comparisons between data and simulation. For this reason, the loose neutrino reconstruction technique results in high signal yields with small statistical and relatively small systematic uncer-

tainties. It is thus ideally suited for a measurement of the $f_+(q^2)$ shape as well as the BF of $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decays.

3.2 Data samples

All our measurements were made with real and simulated data reconstructed with *BABAR*'s R16 software releases, skimmed with the XSLBtoXulnuFilter-R16c software ^[97] and analyzed with the analysis-26 release. The simulation was done with *BABAR*'s SP5 and SP6 software releases.

We used additional run 5 off-resonance data and simulated SP8 data to generate TOY MC samples (Sect. 3.7.1.1) and compute continuum MC corrections (Sect. 3.5.2.7). The SP8 $u\bar{u}/d\bar{d}/s\bar{s}/c\bar{c}/\tau^+\tau^-$ events are also combined with the SP5/6 ones to get the ΔE - m_{ES} histograms used as fit PDFs for the continuum. These data were reconstructed with *BABAR*'s R18 software releases, skimmed with the XSLBtoXulnuFilter-R18b software⁸ and analyzed with the analysis-31 release.

The following samples are used in this analysis :

- Runs 1 - 4 on-resonance data ($\approx 206.4 fb^{-1}$ which corresponds, according to the B-counting algorithm ^[112], to 227.4 million $B\bar{B}$ decays) ;
- Runs 1 - 4 off-resonance data ($\approx 21.5 fb^{-1}$) ;
- Run 5 off-resonance data ($\approx 5.503 fb^{-1}$) ;
- Signal SP5/6 FLATQ2 ^[20] Monte Carlo (SP-4764) :
 - 1638K $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu / \bar{B}^0 \rightarrow X + (\text{c.c.})$ decays, where X stands for any possible final state of a $\bar{B}^0(B^0)$ decay ($\approx 4130 fb^{-1}$) ;
 - 1130k $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu / \bar{B}^0 \rightarrow X (+ \text{c.c.})$ decays generated with PHOTOS ^[113] turned off ($\approx 2849 fb^{-1}$) ;
- SP5/6 MC backgrounds :
 - $\sim 527\text{M}$ generic $B^0\bar{B}^0$ decays⁹ ($\approx 957.6 fb^{-1}$) ;

⁸The selections of the XSLBtoXulnuFilter-R18b and XSLBtoXulnuFilter-R16c skims are identical

⁹The $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal events have been removed from the $B^0\bar{B}^0$ samples.

- $\sim 580\text{M}$ generic B^+B^- decays ($\approx 1053.6fb^{-1}$);
- $\sim 422\text{M}$ $c\bar{c}$ decays ($\approx 324.3fb^{-1}$);
- $\sim 677\text{M}$ $u\bar{u}/d\bar{d}/s\bar{s}$ decays ($\approx 323.9fb^{-1}$);
- $\sim 342\text{M}$ $\tau^+\tau^-$ decays ($\approx 383.9fb^{-1}$);
- SP8 MC backgrounds :
 - $\sim 465\text{M}$ generic $B^0\bar{B}^0$ decays¹⁰ ($\approx 844.6fb^{-1}$);
 - $\sim 452\text{M}$ generic B^+B^- decays ($\approx 820.8fb^{-1}$);
 - $\sim 410\text{M}$ $c\bar{c}$ decays ($\approx 315.3fb^{-1}$);
 - $\sim 345\text{M}$ $u\bar{u}/d\bar{d}/s\bar{s}$ decays ($\approx 165.3fb^{-1}$);
 - $\sim 244\text{M}$ $\tau^+\tau^-$ decays ($\approx 274.5fb^{-1}$).

The following assumptions were made to obtain the luminosities corresponding to the MC samples :

- For $B\bar{B}$, we used the central value given by the B counting algorithm^[112] for the R16c runs 1-4 dataset : 1,101,692.361 $B\bar{B}$ pairs per fb^{-1} , and assumed that $BF(\Upsilon(4S) \rightarrow B^0\bar{B}^0) = 50.0\%$;
- For $B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$ signal, from the $B\bar{B}$ numbers, we further assumed that $BF(B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu) = 1.33 \times 10^{-4}$;
- For $u\bar{u}/d\bar{d}/s\bar{s}$ and $c\bar{c}$, we used the cross-sections given in Ref. ^[31], yielding respectively 2.09M and 1.3M events per fb^{-1} ;
- For $\tau^+\tau^-$, we used the number given in Ref. ^[114] : 890k/900k events per fb^{-1} for the on/off-resonance data.

¹⁰The $B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$ signal events have been removed from the $B^0\bar{B}^0$ samples.

3.3 Method

3.3.1 Overview of the analysis steps

After performing an optimized event selection (Sect. 3.3.2), the final results of this analysis are obtained by two subsequent fits (Sect. 3.3.4 and 3.3.8).

We first determine the q^2 spectrum of the $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal as well as its total BF (Sects. 3.3.4 to 3.3.7). For that purpose, we split the selected samples in 12 $\tilde{q}^2$ regions¹¹. In each region, a fit to the two-dimensional ΔE - m_{ES} distribution is performed in order to extract the signal yields¹². The number of $\tilde{q}^2$ bins (12) has been chosen to provide a good balance between reliance on simulation predictions, complexity of the fit and total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ uncertainty size (see App. 3.11). The raw $\tilde{q}^2$ distribution is then unfolded to correct for the bias and resolution effects of the reconstruction. The unfolded q^2 yields are divided by the signal reconstruction efficiency in each q^2 bin to obtain the partial BFs $\Delta\mathcal{B}(q^2)$. The total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ is obtained from the sum of the $\Delta\mathcal{B}(q^2)$. The q^2 spectrum of the signal is expressed as the partial branching fractions spectrum, together with two covariance matrices (one for the statistical uncertainties and one for the systematic uncertainties) which give the correlations among the values of the $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ measured in the different q^2 bins.

Secondly, we fit two different model-dependent parametrizations to the $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ distribution to evaluate the parameters defining the shape of $f_+(q^2)$ and obtain the value of $|V_{ub}f_+(0)|$ (Sect. 3.3.8). The $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ spectrum and its covariance matrices are however quoted explicitly to allow future studies with different $f_+(q^2)$ parametrizations using the present data. In the end, the measured $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ distribution is compared with predictions from QCD calculations (Sect. 3.3.9), from which we extract values of $|V_{ub}|$ (Sect. 3.3.10).

¹¹The raw values of $\tilde{q}^2$ are defined as $\tilde{q}^2 = (P_B - P_\pi)^2$ in a “Y-average frame” [115] (See Sect. 3.3.3).

¹²The $b \rightarrow u\ell\nu$ and other $B\bar{B}$ background yields are also determined by the fit, but the continuum is fixed.

3.3.2 Event selection

Even though the B mesons are always produced in pairs, the decay of the non-signal B is not used with the loose neutrino reconstruction technique. All the cuts attempt to extract the signal $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decays from background processes that look similar to the signal¹³. The three main sources of background are semileptonic $b \rightarrow c \ell \nu$ and $b \rightarrow u \ell \nu$ decays, and continuum events with a D meson decaying semileptonically. The cuts can be classified in six categories : skim preselection, signal lepton and pion identification, kinematic consistency of the π meson and ℓ lepton momenta, continuum rejection, $b \rightarrow c \ell \nu$ rejection and neutrino reconstruction. When there are several signal candidates in an event after applying all the cuts, we select only one of the candidate and reject the others.

As explained in Sect. 3.3.2.3, the signal $\pi^\pm$ and $\ell^\mp$ tracks are fitted to a common vertex. This fit re-evaluates the π and ℓ track parameters by constraining both tracks to share a common point in the three-dimensional space. Except for the skim preselection, we are always using the resulting $\pi^\pm$ and $\ell^\mp$ refitted momenta.

An overview of all the cuts used in this analysis is given in Tables 3.1 and 3.2, while the background reduction power of the main analysis cuts is illustrated by Fig. 3.4. The composition of the final sample (according to MC simulation) is given in Tables 3.3 and 3.4. The definition of each cut is given subsequently in Sect. 3.3.2.1 to 3.3.2.7. The values of the $\tilde{q}^2$ -dependent cuts are given in Fig. 3.5. The procedure that leads to the particular choice of each cut value is described at the end, in Sect. 3.3.2.8 and 3.3.2.9.

3.3.2.1 Skim preselection

As a first analysis step, we reject most of the background events with a special software tool named *XSLBtoXulnuFilter skim*^[97]. For the $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ channel, this skim rejects about 99.3% of the on-resonance data while keeping approximately

¹³Two of the selections, $\frac{\vec{p}_{tot} \cdot \hat{z}}{E_{tot}}$ and the photon conversion veto, contribute to isolate signal from backgrounds, but were specifically designed to reject non-simulated continuum background events.

TAB. 3.1 – Summary of all signal candidate selections. $\tilde{q}^2$ is given in units of GeV^2/c^4 .

XSLBToXulnuFilter skim
$-1.0 < \cos \theta_{BY} < 1.0$
$\cos \theta_\ell < 0.85$
$\cos \theta_\ell > -0.938 + 0.0994 \cdot \tilde{q}^2 - 0.00384 \cdot \tilde{q}^4$
$\cos \theta_{thrust} < 0.460 + 0.0576 \cdot \tilde{q}^2 - 0.00215 \cdot \tilde{q}^4$
$Prob(\chi^2) Y > 0.01$
Bhabha veto
Photon conversion veto
$0.41 < \theta_{lep} < 2.46 \text{ rad}$
$0.41 < \theta_\pi < 2.46 \text{ rad}$
$m_Y < 3.07$ and $m_Y > 3.13 \text{ GeV}/c^2$ ($\mu^\pm$ channel only : “ J/Ψ veto”)
$2.7 > \theta_{miss} > (0.512 - 0.0162 \cdot \tilde{q}^2 + 0.000687 \cdot \tilde{q}^4) \text{ rad}$
$-1.0 < \Delta E < 1.0 \text{ GeV}$
$5.19 < m_{ES} < 5.29 \text{ GeV}/c^2$
Number of GTVL tracks in the event ≥ 4
$M_{miss}^2 < (10.2 - 1.12 \cdot \tilde{q}^2 + 0.0625 \cdot \tilde{q}^4) \text{ GeV}^2/c^4$
$\frac{\vec{p}_{tot} \cdot \hat{z}}{E_{tot}} < 0.64$ (e^- channel only)
$\frac{\vec{p}_{tot} \cdot \hat{z}}{E_{tot}} > 0.35$ (e^+ channel only)
Best candidate : $\cos \theta_\ell$ closest to zero

TAB. 3.2 – Cut flow table. All the yields are scaled to the on-resonance data luminosity. The yields obtained from the simulation are corrected with the central configuration of the weights described in Sect. 3.5.2. The first 9 cuts (up to the empty line) do not involve tracks or neutrals killing and define reduced ntuples from which the last cuts are applied. For the signal, Y_{good} refers to $(\pi + \ell)$ candidates for which both tracks are truth-matched to the pion and lepton of a $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decay. Y_{comb} refers to “combinatorial” signal candidates with either track not truth-matched to a $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decay.

Cut	signal			$b \rightarrow u\ell\nu$		other BB		continuum MC		off-resonance data		on-resonance data	
	Y_{good}	Y_{comb}	evt	Y	evt	Y	evt	Y	evt	Y	evt	Y	evt
skim	24457.8	11213.3	32915.1	203971.4	154364.9	3391951.5	3068767.8	3248800.5	2690355.0	3618718.2	2982331.5	7311209.0	6263709.0
$\cos \theta_{BY}$	23371.4	9584.8	30806.3	176405.5	136862.2	2817792.0	2568015.0	2672202.5	2246098.0	2962379.5	2485470.0	6058460.0	5259120.0
$\cos \theta_\ell$	19501.5	7232.7	25177.1	130698.5	101863.0	1276776.5	1147211.1	1674021.5	1418667.5	1888925.6	1590772.0	3385766.0	2901291.0
$\text{Prob}(\chi^2)$ Y	18541.7	5388.2	23008.8	105479.8	86152.7	924405.6	838048.4	1244526.8	1079378.1	1438628.6	1235867.6	2530977.0	2205081.0
θ_π	17480.5	4999.0	21650.5	97992.5	80720.0	830263.8	751047.6	1164536.1	1014061.6	1328560.8	1142218.6	2323329.0	2023460.0
θ_{lep}	17422.3	4967.2	21567.0	97419.1	80265.5	825432.0	746538.6	1150156.0	1002418.6	1317671.0	1133355.4	2305985.0	2009120.0
J/Ψ veto	17194.8	4939.9	21319.5	96804.9	79767.0	778553.2	718038.8	1142272.6	995841.9	1306421.9	1124492.1	2242307.0	1967003.0
Bhabha veto	16241.3	4757.0	20197.9	95669.0	78692.5	773210.6	713144.1	1042881.8	906645.2	1086225.0	919934.1	2013476.0	1754797.0
nb trk	16135.8	4741.5	20077.5	95307.0	78343.2	770807.8	710879.6	1034359.8	898408.4	1076887.6	910795.5	2001025.0	1742854.0
nb trk (killing)	16122.9	4739.5	20062.8	95268.1	78307.3	770564.4	710648.2	1033666.2	897759.7	1076887.6	910795.5	2001025.0	1742854.0
Bhabha veto (killing)	16081.3	4731.1	20013.6	95199.5	78244.4	770063.9	710189.1	1032692.9	896854.3	1076887.6	910795.5	2001025.0	1742854.0
γ conv veto	15800.1	4645.3	19661.4	93106.3	76509.4	753793.0	694936.9	902075.9	780876.2	974153.5	820564.8	1878693.0	1635204.0
$\cos \theta_{thrust}$	12564.1	3040.6	15157.9	61498.9	52938.7	534429.7	498810.9	221439.0	197023.8	363683.5	312415.8	989123.0	886220.0
θ_{miss}	9157.5	2182.7	11026.9	42034.0	36396.6	335396.1	313973.4	101471.8	91894.9	133415.1	118265.8	521844.0	476337.0
M_{miss}^2	6704.7	1910.0	8325.7	36733.9	31389.1	256917.2	241819.4	93591.7	84442.1	120575.2	106351.2	422981.0	384935.0
$(\vec{p}_{tot} \cdot \hat{z})/E_{tot}$	6454.7	1832.6	8008.4	35937.1	30688.9	254571.2	239538.7	92288.9	83271.2	112140.3	99178.1	410481.0	374205.0
ΔE	5949.1	1580.8	7295.7	28027.2	24442.9	142334.5	135269.2	41576.3	39430.3	47941.0	44966.2	223034.0	208032.0
m_{ES}	4344.1	677.4	4933.5	13423.2	12153.1	32930.2	31841.4	9530.8	9204.6	9650.9	9299.1	60622.0	57477.0
best couple	4338.3	595.2	4933.5	12153.1	12153.1	31841.4	31841.4	9204.6	9204.6	9299.1	9299.1	57477.0	57477.0

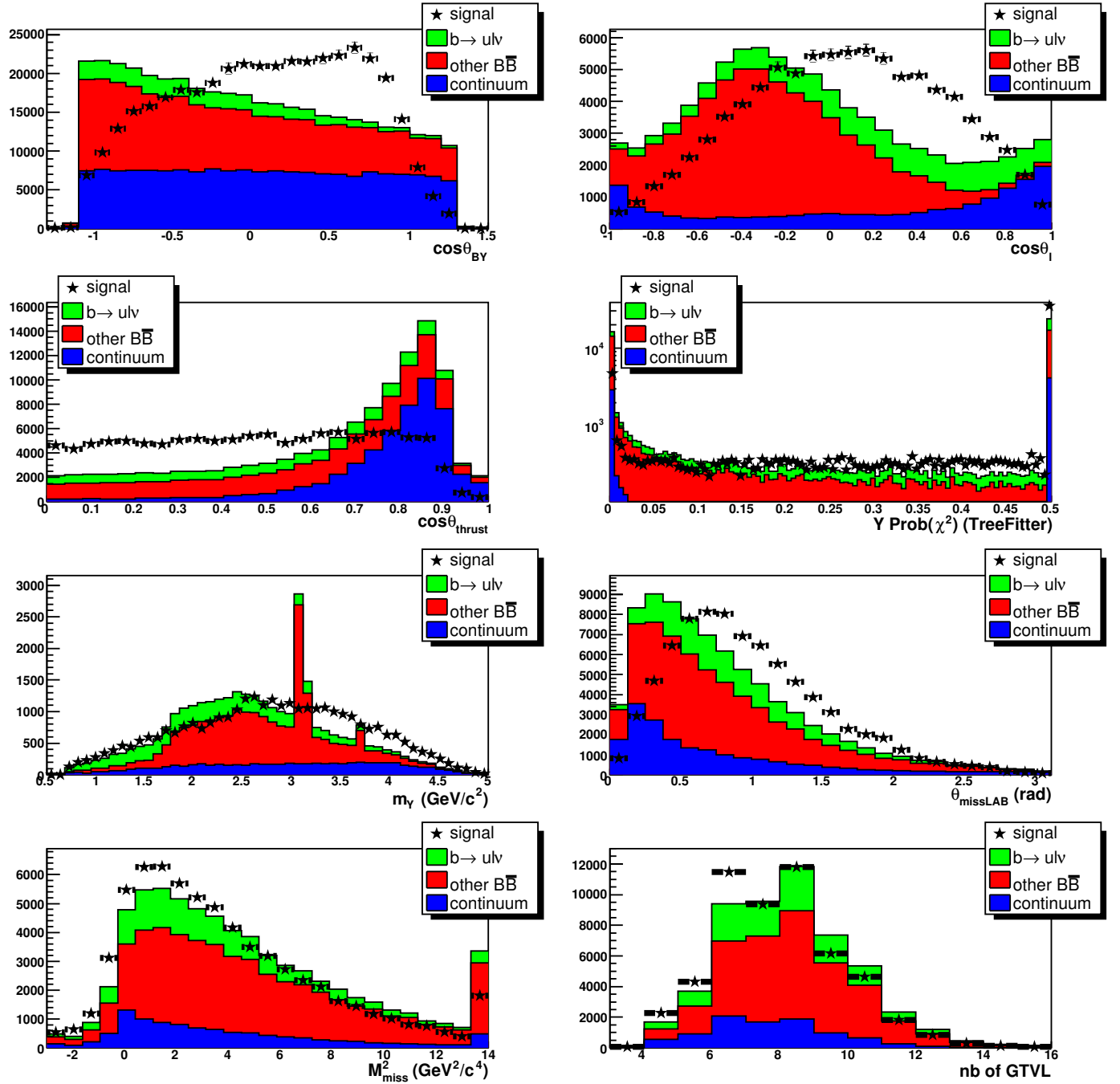


FIG. 3.4 – Illustration of the main analysis cuts after all the other cuts have been applied. The signal histograms are scaled to the area of the backgrounds. The actual values of the cuts are written in Table 3.1. ΔE and m_{ES} plots of the signal and backgrounds are shown in Figs. 3.28 and 3.29 (Sect. 3.7.2.1). m_Y is plotted for the muon channel only. Four of the illustrated variables, $\cos \theta_{thrust}$, $\cos \theta_{\ell}$, θ_{miss} and M_{miss}^2 , have $\tilde{q}^2$ -dependent cuts shown in Fig. 3.5. None of these cuts were applied for the $\cos \theta_{BY}$ plot since $\tilde{q}^2$ is not defined when $|\cos \theta_{BY}| > 1$. The first and last bin of each plot include underflow and overflow entries, respectively.

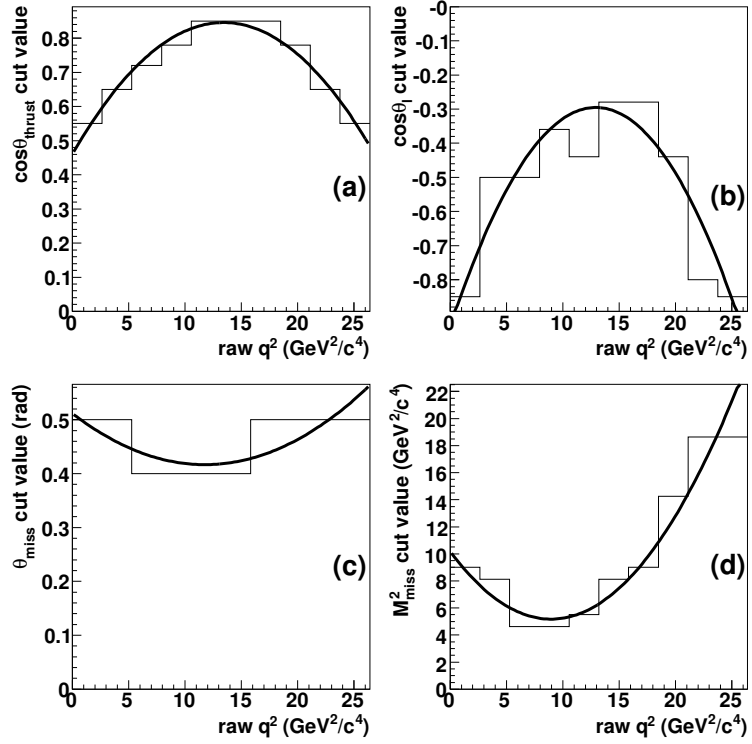


FIG. 3.5 – Values of statistically optimal cuts of $\cos \theta_{thrust}$ (a), $\cos \theta_\ell$ (b), θ_{miss} (c) and M^2_{miss} (d) in 10 $\tilde{q}^2$ bins based on the minimization of the quantity $S/\sqrt{(S+B)}$ in the signal region (see Sect 3.3.2.9). The vertical axis represents the cut value in each $\tilde{q}^2$ bin. The overlayed curve is the actual cut function used in the analysis and was obtained with a simple χ^2 fit of a second order polynomial function.

TAB. 3.3 – Sample composition of the ΔE - m_{ES} fit region, corresponding to $-1.0 < \Delta E < 1.0$ GeV and $5.19 < M_{ES} < 5.29$ GeV/ c^2 .

Event type	Yields				Sample fraction
	electrons		muons		
	real	fake	real	fake	
$B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$	2508.9	1.0	2071.0	41.1	8.0%
$B \rightarrow \rho \ell \nu$	2938.7	0.0	2636.2	27.0	9.7%
other $b \rightarrow u \ell \nu$	3352.3	0.0	3021.3	32.6	11.1%
$B \rightarrow D \ell \nu$	3112.6	2.5	2617.6	68.2	10.1%
$B \rightarrow D^* \ell \nu$	10130.5	0.6	9015.3	51.8	33.3%
other $b \rightarrow c \ell \nu$	874.1	0.2	651.8	9.1	2.7%
$B \rightarrow hadrons$	2874.4	24.8	1245.4	1176.6	9.2%
continuum	3193.5	181.8	1394.5	4434.7	16.0%
total (MC)	28985.1	211.0	22653.1	5841.2	100.0%
on-res data	29247.0		28230.0		-
off-res data	3464.2		5834.9		-

TAB. 3.4 – Sample composition of the ΔE - m_{ES} signal region. The signal region lies in $-0.16 < \Delta E < 0.20$ GeV and $m_{ES} > 5.2675$ GeV/ c^2 , and corresponds to the 9 ΔE - m_{ES} bins around the signal peak illustrated in Figs. 3.13 and 3.14.

Event type	Yields				Sample fraction
	electrons		muons		
	real	fake	real	fake	
$B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$	650.4	0.3	533.4	9.9	31.2%
$B \rightarrow \rho \ell \nu$	269.7	0.0	253.0	2.3	13.7%
other $b \rightarrow u \ell \nu$	223.8	0.0	194.1	3.0	11.0%
$B \rightarrow D \ell \nu$	140.1	0.0	115.9	2.5	6.8%
$B \rightarrow D^* \ell \nu$	328.1	0.0	296.2	1.1	16.4%
other $b \rightarrow c \ell \nu$	31.4	0.0	22.8	0.5	1.4%
$B \rightarrow hadrons$	123.1	1.1	79.8	59.3	6.9%
continuum	183.1	6.1	75.3	216.9	12.6%
total (MC)	1949.7	7.5	1570.3	295.5	100.0%
on-res data	1994.0		1833.0		-
off-res data	160.6		336.5		-

47.6% of the signal events. The *XSLBtoXulnuFilter* preselections used in this analysis¹⁴ are described in detail in Ref. [97], and are listed below :

- At least four charged tracks in the event ;
- Event’s ratio of the second to the zeroth Fox-Wolfram moments ^[116] smaller than 0.5 ;
- At least one lepton and one pion charged tracks with opposite charges and satisfying the criteria of Sect. 3.3.2.2 ;
- Pion momentum in the laboratory frame smaller than 10 GeV/c ;
- $p_{lep}^* + p_{\pi}^* > 2.8$ GeV/c or $p_{lep}^* > 2.2$ GeV/c or $p_{\pi}^* > 1.3$ GeV/c, in the $\Upsilon(4S)$ frame ;
- $-1.1 < \cos \theta_{BY} < 1.3$ (see Sect. 3.3.2.3) ;
- $\cos \theta_{thrust} < 0.9$ (see Sect. 3.3.2.4).

The number of charged tracks in the event, as well as the $\cos \theta_{BY}$ and $\cos \theta_{thrust}$ preselection cuts are applied again in a more restrictive way after the final event selection described in the remaining of Sect. 3.3.2.

3.3.2.2 Signal lepton and pion selection

The application of tight PID cuts to identify the signal lepton is one of the most efficient background rejection cut of the analysis (minimum LAB momenta are required to avoid very high fake rates). Typical $B\bar{B}$ background events contain on average 8 tracks among which 80% are not leptons. However, the electron and muon ID by itself rejects 99.4% and 97% of the non-lepton tracks, respectively.

We also ensure that both the signal pion and lepton tracks are well reconstructed by requiring the *BABAR*’s standard Good Tracks Loose (GTL) selection (see App. 3.10). We don’t cut on the $\pi^{\pm}$ momentum because it’s very strongly correlated with q^2 , as shown in Fig. 3.6.

The detailed selection criteria for the electron, muon and pion associated with the signal B decay follow :

¹⁴The *XSLBtoXulnuFilter* skim is a common tool used by other research groups within the *BABAR* Collaboration.

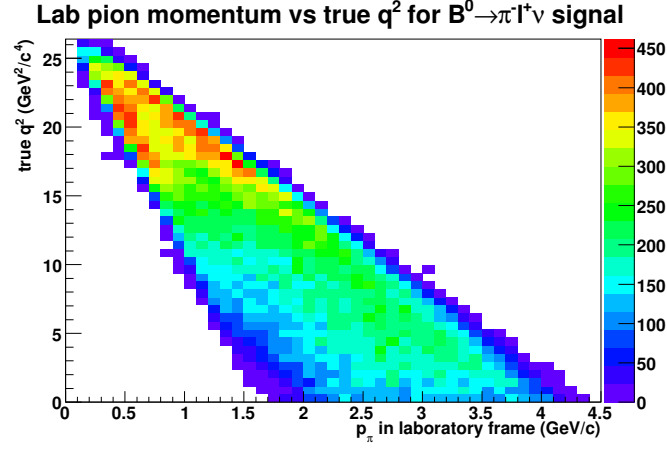


FIG. 3.6 – Pion momentum in the Laboratory frame vs true q^2 , for $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal, after all selections.

- electrons :
 - PidLHElectrons selections;
 - GTL selections;
 - Acceptance of SVT, DCH and EMC : $0.41 < \theta < 2.46 \text{ rad}$;
 - $p_{LAB} > 0.5 \text{ GeV}/c$;
 - BABAR's standard CompBremSelectors *Bremsstrahlung* recovery algorithm is applied on photons passing the GoodPhotonLoose criterion (see App. 3.10);
- muons :
 - muNNTight selections;
 - GTL selections;
 - Acceptance of SVT, DCH and EMC : $0.41 < \theta < 2.46 \text{ rad}$;
 - $p_{LAB} > 1.0 \text{ GeV}/c$;
- pions :
 - piLHLoose selections (implies that $p_{LAB} > 0.1 \text{ GeV}/c$);
 - GTL selections;
 - Acceptance of SVT, DCH and EMC : $0.41 < \theta < 2.46 \text{ rad}$.

3.3.2.3 Kinematic consistency of the signal

Leaving aside the neutrino for the moment, the kinematic compatibility of the lepton and pion properties with a real $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decay is constrained by two criteria :

- We ensure that the pion and the lepton are compatible with originating from the same vertex by requiring that a geometrical fit performed with TreeFitter^[117] gives a χ^2 probability greater than 0.01 ;
- We require that the lepton and pion be kinematically compatible with a $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decay by setting $-1.0 < \cos \theta_{BY} < 1.0$, where :

$$\cos \theta_{BY} = \frac{2f^2 \cdot E_Y^* \cdot E_{beam}^* - m_B^2 - f^2 \cdot m_Y^2}{2f \cdot |\vec{p}_B^*| \cdot |\vec{p}_Y^*|}. \quad (3.1)$$

In Eq. 3.1, θ_{BY} is the angle between the B and Y directions in the $\mathcal{T}(4S)$ frame, Y represents a fictive particle whose four-momentum is the vectorial sum of the pion and lepton four-momenta (see App. 3.10) with m_Y as its invariant mass and E_Y^* its energy in the $\mathcal{T}(4S)$ frame¹⁵; E_{beam}^* is the beam energy in the same frame, corresponding to half the center of mass energy; $p_B^* = \sqrt{f^2 \cdot E_{beam}^{*2} - m_B^2}$ where f is the off-resonance center of mass energy correction factor defined as $f \equiv 1.0$ for $E_{beam}^* \geq m_B$ and $f \equiv 5.2895/E_{beam}^*$ for $E_{beam}^* < m_B$ (5.2895 GeV is the mean center of mass energy of the on-resonance runs 1-4 real data)¹⁶.

3.3.2.4 Continuum rejection

Continuum background contamination is rather large before appropriate cuts are applied because the loose neutrino reconstruction requires only the presence of one pion and one lepton. These are plentiful in the continuum events. Since the B candidate is not reconstructed, we rely on the event's topology to suppress this background ($B\bar{B}$ events tend to be more spherical while continuum events tend to

¹⁵All variables denoted with an asterisk (e.g. p^*) are given in the $\mathcal{T}(4S)$ rest frame; all others are given in the laboratory frame.

¹⁶The f factor only affects the off-resonance data, which are themselves only used to obtain corrections to the continuum MC (see Sect. 3.5.2.7).

be more jet-like in appearance). In addition, we have evidence that non-simulated QED continuum events, possibly two-photon fusion or radiative Bhabha events, do survive our standard continuum cuts in the electron channel (see Sect. 3.5.2.7).

We apply the following cuts to reduce the continuum background :

- Number of GTVL tracks (see App. 3.10) in the event ≥ 4 ;
- Bhabha veto developed in Ref. [118]. This veto requires the event to have a multiplicity greater than 5 objects, i.e., $N'_{Trk} + N'_\gamma/2 > 5$, where :
 - N'_{Trk} is the number of good tracks loose not belonging to be identified as $\gamma \rightarrow e^+e^-$ pairs;
 - N'_γ is the sum of EmcBumps with $E_\gamma > 80$ MeV and identified as $\gamma \rightarrow e^+e^-$ pairs;
- $\theta_{miss} > (0.512 - 0.0162 \cdot \tilde{q}^2 + 0.000687 \cdot \tilde{q}^4)$ rad (see Fig. 3.5) and $\theta_{miss} < 2.7$ rad, where θ_{miss} is the polar angle associated with P_{miss} in the laboratory frame (see App. 3.10.2);
- $\cos \theta_{thrust} < 0.460 + 0.0576 \cdot \tilde{q}^2 - 0.00215 \cdot \tilde{q}^4$ (see Fig. 3.5), where $\cos \theta_{thrust}$ is the cosine of the angle between the Y 's thrust axis and the rest of event's thrust axis¹⁷.

The next two cuts do not improve the statistical significance of the signal. They are applied to specifically reduce the non-simulated QED events :

- Photon-conversion veto. This veto rejects events with at least one track simultaneously identified as eMicroTight (with *PID - tweaking* for the MC) and gammaConversionDefault¹⁸. Examination of radiative Bhabhas and dimuons MC samples suggests that this cut rejects $\sim 75\%$ of these QED backgrounds

¹⁷The thrust axis $\vec{A}$ obtained from N particles is defined as the vector with unit length along which the maximum alignment is found according to the following formula :

$$thrust = \max \left| \frac{\sum_{i=1}^N |\vec{A} \cdot \vec{p}_i|}{\sum_{i=1}^N \sqrt{\vec{p}_i \cdot \vec{p}_i}} \right|, \quad (3.2)$$

where $\vec{p}_i$ is the three momentum of the i^{th} particle.

¹⁸See CompositionSequences/CompGammaConversionSequence.tcl of the analysis-26 release.

and only $\sim 1.9\%$ of the signal after the skim selection.¹⁹ For technical reasons, we're using eMicroTight and not PidLHElectrons to be able to take advantage of the *PID – tweaking* procedure;

- $(\vec{p}_{tot} \cdot \hat{z})/E_{tot} < 0.64$ for $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}_e$ and $(\vec{p}_{tot} \cdot \hat{z})/E_{tot} > 0.35$ for $B^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu$ where $\vec{p}_{tot}$ and E_{tot} are respectively the z and energy component of P_{tot} . The Fig. 3.7 illustrates the need for this cut, which rejects about 2.7% of the signal candidates.

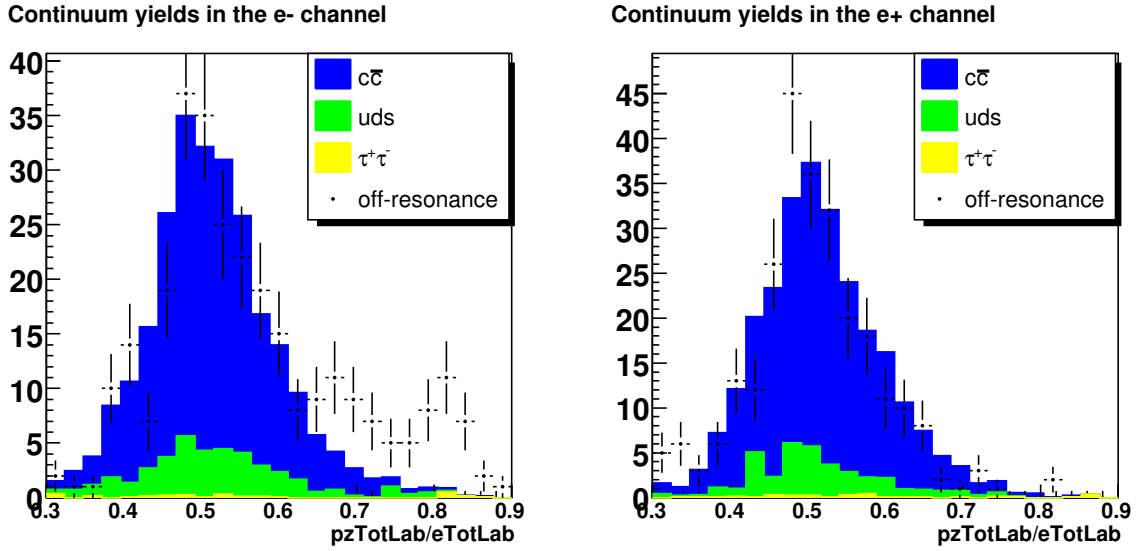


FIG. 3.7 – Comparison of off-resonance data with continuum MC for $(\vec{p}_{tot} \cdot \hat{z})/(E_{tot})$ in the electron and positron channels after applying all MC simulation corrections and all analysis cuts except for one on $(\vec{p}_{tot} \cdot \hat{z})/E_{tot}$ (Sect. 3.3.2.4). There is clear evidence of unsimulated events at high $(\vec{p}_{tot} \cdot \hat{z})/E_{tot}$ in the e^- channel (left) and, to a smaller scale, at low $(\vec{p}_{tot} \cdot \hat{z})/E_{tot}$ in the e^+ channel (right). These unsimulated events probably come from atypical two-photon fusion or radiative Bhabha processes. In the muon channel, the data and MC distributions are the same.

¹⁹Also see Ref. [119] for more details.

3.3.2.5 $b \rightarrow c\ell\nu$ rejection

Even though the $b \rightarrow c\ell\nu$ decays are our most abundant source of background, they do not present a major challenge to the analysis because the shape of their ΔE - m_{ES} histogram is quite different from that of the signal and their abundance leads to a well-defined corresponding PDF. Also, their simulation is in good agreement with the data and the most abundant single background source, $B \rightarrow D^*\ell\nu$, is well measured. Hence, the systematic uncertainties associated with their PDF shape are rather modest. Furthermore, the statistical uncertainty of the measurement is significantly reduced by cutting the larger part of these backgrounds.

We use the following cuts :

- Because of the relatively high fake rate of charged pions by muons, $J/\Psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ decays can often be mistaken for $B^0 \rightarrow \pi^-\mu^+\nu$ decays. We therefore apply a J/Ψ veto to $B^0 \rightarrow \pi^-\mu^+\nu$ candidates (and c.c.) when the Y invariant mass is compatible with that of a J/Ψ : $3.07 < m_Y < 3.13 \text{ GeV}/c^2$. On the other hand, this veto is not applied to $B^0 \rightarrow \pi^-e^+\nu$ decays since the fake rate of charged pions by electrons is extremely low ;
- $\cos\theta_\ell < 0.85$ and $\cos\theta_\ell > -0.938 + 0.0994 \cdot \tilde{q}^2 - 0.00384 \cdot \tilde{q}^4$ (see Fig. 3.5), where θ_ℓ is the helicity angle of the W boson ^[20] reconstructed in the Y-average frame approximation²⁰. It is advantageous to use $\cos\theta_\ell$ as a cut because the signal distribution is known to be proportional to $\sin^2\theta_\ell$ from first principles ^[45]. It leads therefore to a minimal theoretical uncertainty on the signal efficiency. The $b \rightarrow c\ell\nu$ background events peak at $\cos\theta_\ell \sim -1$, but they are far less prevalent at $\cos\theta_\ell \sim +1$, where continuum events predominate (see Fig. 3.4).

3.3.2.6 Neutrino reconstruction

Three neutrino reconstruction variables have been found to be advantageous to cut on to improve the $S/\sqrt{S+B}$ ratio. In each case, the signal neutrino is estimated with P_{miss} , the events' missing momentum four-vector defined in App.

²⁰See Sec. 3.3.3.

3.10.2.

- $M_{miss}^2 < (10.2 - 1.12 \cdot \tilde{q}^2 + 0.0625 \cdot \tilde{q}^4) \text{ GeV}^2/c^4$ (see Fig. 3.5), where M_{miss}^2 is the squared invariant mass of P_{miss} ²¹;
- $-1.0 < \Delta E < 1.0 \text{ GeV}$, where $\Delta E = \frac{2s \cdot P_B - E_{beam}^{*2}}{2E_{beam}^*}$, $P_B = P_\pi + P_\ell + P_{miss}$, the four-vectors s and P_{miss} are defined in App. 3.10.2 and E_{beam}^* is defined in Sect. 3.3.2.3;
- $5.19 < m_{ES} < 5.29 \text{ GeV}/c^2$, where $m_{ES} = m'_{ES} - (E_{beam}^* - 5.29)$ and $m'_{ES} = \sqrt{(\frac{1}{2}E_{CM}^2 + s \cdot P_B)^2 / E_{CM}^2 - P_B \cdot P_B}$. Without the $(E_{beam}^* - 5.29)$ offset, the maximum value of m'_{ES} is E_{beam}^* , while E_{beam}^* is not constant and can indeed vary significantly for off-resonance data. The effect of the offset is to set the maximum value of m_{ES} to exactly $5.29 \text{ GeV}/c^2$, independently of the value of E_{beam}^* .

The cut values of M_{miss}^2 have been chosen to minimize the statistical uncertainty estimator $S/\sqrt{S+B}$. The cut values of ΔE and m_{ES} determine the boundaries of our fit region. We chose the boundaries that provide the best balance between the statistical precision and the systematic uncertainties related to the shape of the ΔE - m_{ES} distribution, according to a TOY MC study for which we repeated the analysis procedure several times (see Sect. 3.7.1). The quantities ΔE and m_{ES} were first defined in Ref. [111]. They are expressed in terms of variables defined in the laboratory frame, thus avoiding inaccuracies resulting from CM frame boosts undertaken with potentially wrong mass hypotheses.

3.3.2.7 Choice of the best candidate

After all the analysis cuts have been applied, there are on average 1.08 candidates/event for $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ events, 1.11 candidates/event for background $b \rightarrow u \ell \nu$ events, and 1.04 candidates/event for other $B\bar{B}$ or continuum background events. When several candidates remain in an event, we select the candidate with $\cos \theta_\ell$

²¹Note that our M_{miss}^2 cut is much looser than in previous neutrino reconstruction measurements [51, 107, 108]. For example, the cut $\left| \frac{M_{miss}^2}{E_{miss}} \right| < 0.4 \text{ GeV}$ is applied in Ref. [108].

closest to zero and reject the others. The variable $\cos\theta_\ell$ (defined in Sect. 3.3.2.5) has been chosen because it is uncorrelated with m_{ES} , ΔE and $\tilde{q}^2$, it discriminates signal against background, and its values are different for each $(\pi + \ell)$ candidates of an event. Selecting only one candidate per event improves the purity of the well-reconstructed signal. It rejects 30% combinatorial signal candidates while conserving 97% of the remaining well-reconstructed ones. The fraction of well-reconstructed signal candidates increases from 87.2% to 89.1% after the best candidate selection. It also reduces the sensitivity of our analysis to the simulation of the candidates multiplicity.

3.3.2.8 Procedure for cuts optimization

Most cuts were chosen and optimized using *BABAR*'s SP-5 and SP-6 MC simulation. A few cuts were designed to reject unsimulated events identified by comparing off-resonance data with generic $u\bar{d}s/c$ /tau MC. The size of the ΔE vs m_{ES} plane was chosen to minimize both the statistical and systematic uncertainties on the $f_+(q^2)$ shape parameters as well as on the total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$, using the procedure described in Sect. 3.7.1. These cuts are the same through the whole $\tilde{q}^2$ spectrum.

3.3.2.9 Procedure for $\tilde{q}^2$ -dependent cuts

Four of the cuts were optimized in a $\tilde{q}^2$ -dependent way, in the following order : $\cos\theta_{\text{thrust}}$, $\cos\theta_\ell$, θ_{miss} and M_{miss}^2 (defined in Sect. 3.3.2.4, 3.3.2.5, 3.3.2.4 and 3.3.2.6, respectively). The optimization was done in a region of the ΔE - m_{ES} plane : $m_{\text{ES}} > 5.22 \text{ GeV}/c^2$ and $-0.4 < \Delta E < 1.5 \text{ GeV}$, where the signal is the most abundant²². The $\tilde{q}^2$ dependence of these cuts is needed because continuum and $b \rightarrow c\ell\nu$ events have different $\tilde{q}^2$ spectra, while the cuts which reject the $b \rightarrow c\ell\nu$ background efficiently are inefficient for the continuum, and *vice versa*. In general, it was found that the $\tilde{q}^2$ distribution of $b \rightarrow c\ell\nu$ events peaks at mid-values, while it peaks at

²²This particular ΔE - m_{ES} region was used for historical reasons. For the rest of the analysis, the “signal region” lies in $-0.16 < \Delta E < 0.20 \text{ GeV}$ and $m_{\text{ES}} > 5.2675 \text{ GeV}/c^2$, and corresponds to the 9 ΔE - m_{ES} bins nearby the signal peak illustrated in Figs. 3.13 and 3.14.

very low and very high $\tilde{q}^2$ values for continuum events. As a result, it can be seen on Fig. 3.5 that the continuum cut $\cos \theta_{thrust}$ is applied tighter at high and low $\tilde{q}^2$ while the $b \rightarrow c\ell\nu$ cuts $\cos \theta_\ell$, θ_{miss} and M_{miss}^2 are applied tighter at mid- $\tilde{q}^2$.

The $\tilde{q}^2$ -dependence of the cuts was determined with the following procedure :

- Apply all the $\tilde{q}^2$ -independent cuts;
- Obtain the value of the variable cut that minimizes the value of the quantity $S/\sqrt{(S+B)}$ independently in each of the 10 $\tilde{q}^2$ bins;
- Fit a 2nd order polynomial function through the 10 values of the cuts obtained in the previous step²³;
- Carry out this procedure for the variable $\cos \theta_{thrust}$, then apply that cut and repeat for the variables $\cos \theta_\ell$, θ_{miss} and finally M_{miss}^2 .

3.3.3 Reconstruction of the variable $\tilde{q}^2$

We reconstruct $\tilde{q}^2$ in terms of four-momenta : $\tilde{q}^2 = (P_B - P_\pi)^2$ in a “Y-average frame” [115]. The difficulty with $\tilde{q}^2$ reconstruction is that even though the relation $q^2 = (P_B - P_\pi)^2$ is strictly true and Lorentz-invariant, it cannot be used directly because the value of P_B is not known outside its rest frame with the *BABAR* experiment. Only the value of P_π (measured in the lab frame) and that of the $\Upsilon(4S)$ four-momentum (obtained with high accuracy from the PEP-II parameters) are known. Nevertheless, since the B momentum is small in the $\Upsilon(4S)$ frame, a common approximation is to boost the π to the $\Upsilon(4S)$ frame and use the relation $q^2 = (P_B - P_\pi)^2$ in that frame, where the B meson is assumed to be at rest.

However, a more accurate value of $\tilde{q}^2$ can be obtained in the Y-average frame. This frame is defined as follows. It uses the fact that the B momentum magnitude is known in the $\Upsilon(4S)$ frame, it is $p_B^* = \sqrt{E_{beam}^{*2} - m_B^2}$ where E_{beam}^* is the beam energy (half the center of mass energy). In addition, since the four-momentum of Y is measured, $P_Y \equiv P_\pi + P_\ell$, the angle between the Y and the B momenta in the $\Upsilon(4S)$ frame, θ_{BY} , can be determined by assuming a semileptonic $B \rightarrow$

²³Such an analytic cut function has the advantage of being smooth and usable with varying number of $\tilde{q}^2$ bins.

$Y\nu$ decay (see Sect. 3.3.2.3). Thus, in the $\mathcal{R}(4S)$ frame, the Y four-momentum, the B momentum magnitude and the angle θ_{BY} define a cone, illustrated in Fig. 3.8, where the true B four-momentum lies somewhere on the surface of the cone extending from the vertex to the base. The B rest frame is thus known up to an azimuthal angle ϕ defined with respect to the axis of the cone corresponding to the Y momentum. The value of $\tilde{q}^2$ in the Y-average frame is computed as follows : it first assumes that the B rest frame is located at an arbitrary angle ϕ_0 , and the value of q_0^2 is calculated in that particular frame position. The values of q_1^2 , q_2^2 and q_3^2 are then calculated with the B rest frame at $\phi_1 = \phi_0 + 90^\circ$, $\phi_2 = \phi_0 + 180^\circ$ and $\phi_3 = \phi_0 + 270^\circ$, respectively. The value of $\tilde{q}^2$ in the Y-average frame is then defined as : $\tilde{q}^2 = \frac{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}{4}$. We note that $|\cos \theta_{BY}| \leq 1$ is required for the Y-average frame to be defined and that using more than four ϕ_i values in the definition of the Y-average frame does not significantly improve the $\tilde{q}^2$ resolution ^[120]. The cut variable $\cos \theta_\ell$ (see Sect. 3.3.2) is also defined in terms of the B meson four-momentum and computed in the Y-average frame with an improved resolution.

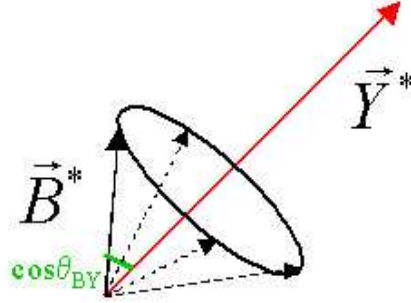


FIG. 3.8 – Illustration of the Y-average frame approximation.

For completeness, we have to mention that the value of $\tilde{q}^2$ is also given by the relation $\tilde{q}^2 = (P_\ell + P_\nu)^2$ with P_ℓ and P_ν in the laboratory frame. It is however rather difficult to get a sufficiently good neutrino reconstruction resolution with this approach (see Sect. 3.1.3.2), so that we decided to not rely on the neutrino to reconstruct $\tilde{q}^2$ in this analysis.

The reconstructed values of $\tilde{q}^2$ in this analysis are thus always computed in the

Y-average frame. Fig. 3.9 shows the improvement in q^2 resolution obtained after all the analysis cuts and MC corrections when using the Y-average frame instead of simply assuming that the B is at rest in the $\Upsilon(4S)$ frame. We obtain a q^2 resolution of $\sigma = 0.516 \text{ GeV}^2/c^4$ when the selected pion candidate truly comes from a $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decay, which accounts for 91.0% of our signal candidates after all the analysis selections (based on the MC simulation with $\alpha_{BK} = 0.61$). When a track coming from the other B is wrongly selected as the signal pion, the q^2 resolution is very poor and biased. We correct for our imperfect q^2 resolution with a q^2 -unfolding algorithm performed at a later stage of the analysis (Sect. 3.3.5). The impact of the q^2 -unfolding is relatively modest since our $\tilde{q}^2$ resolution is significantly smaller than our bin size of $2.0 \text{ GeV}^2/c^4$.

3.3.4 Extraction of raw signal yields in $\tilde{q}^2$ bins

After applying the selections described in Sect. 3.3.2, we are left with approximately 5000 signal events, 10000 continuum events, 10000 $b \rightarrow u\ell\nu$ events and 33000 other $B\bar{B}$ events (detailed numbers are given in Tables 3.3 and 3.4). The distributions of events in the ΔE - m_{ES} 2D plane have distinct shapes, as illustrated in Fig. 3.13 (Sect. 3.4) for the four categories.

To obtain the $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal yield in each of the 12 reconstructed $\tilde{q}^2$ bins, we perform a 2+1 dimensional (ΔE - m_{ES} , q^2) extended binned maximum likelihood fit based on a method developed in Ref. [121]. The fitted data samples in each $\tilde{q}^2$ bin are divided into four categories : $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal and three backgrounds, $b \rightarrow u\ell\nu$, other $B\bar{B}$ and continuum. The distinctive structure of these four types of events in the two-dimensional ΔE - m_{ES} plane is illustrated in Fig. 3.13. Since the correlation between ΔE and m_{ES} cannot be neglected and is difficult to parametrize, we use the ΔE - m_{ES} histograms obtained from the full MC simulation as two-dimensional non-parametric PDFs. The fit of the MC PDFs to the experimental data gives the values of nineteen parameters : 12 signal parameters, one for each $\tilde{q}^2$ bin, and three $b \rightarrow u\ell\nu$ and four other $B\bar{B}$ background parameters, as illustrated in Fig. 3.15. The continuum is fixed in the fit, but its yield and $\tilde{q}^2$

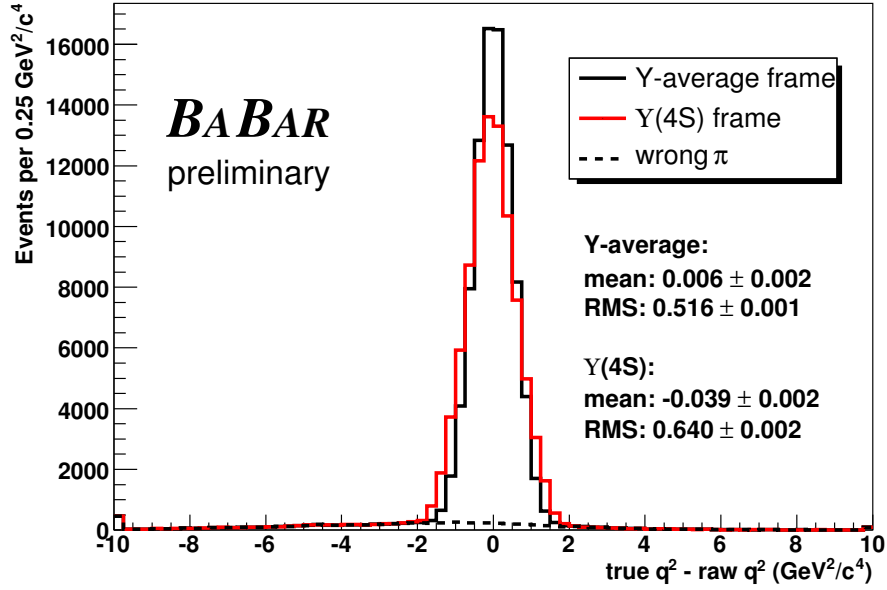


FIG. 3.9 – q^2 resolution of $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal obtained in the Y-average and $\Upsilon(4S)$ frames after all analysis cuts and MC corrections. When the selected pion candidate truly comes from a $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decay, the q^2 resolution obtained with the Y-average frame approximation is unbiased and has a resolution $\sim 20\%$ better than when the B meson is assumed to be at rest in the $\Upsilon(4S)$ frame. The very wide tail is obtained when a track coming from the other B is wrongly selected as the signal pion and accounts for 9.0% of the candidates. The number of entries in the first and last bins corresponds to the sum of all entries with $\Delta q^2 < -9.75 \text{ GeV}^2/c^4$ and $\Delta q^2 > 9.75 \text{ GeV}^2/c^4$, respectively.

spectrum are corrected to match the off-resonance data control sample (see Sect. 3.5.2.7). The signal extraction fitting algorithm is described with more details in Sect. 3.4.

3.3.5 q^2 -unfolding

The $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal yields extracted in bins of raw $\tilde{q}^2$ are only an intermediate step towards our goals : the partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ and the $f_+(q^2)$ shape as a function of the *true* q^2 . For this, the raw $\tilde{q}^2$ distribution must be unfolded into the true q^2 one, and the unfolded yields must be divided by the respective signal efficiencies in each bin of true q^2 . This gives the partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ distribution in bins of true q^2 . Finally, the total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ and $f_+(q^2)$ shape information can be extracted.

The q^2 -unfolding is carried out using the information illustrated in Fig. 3.10. As can be noted, each raw $\tilde{q}^2$ bin contributes a certain fraction of events to each true q^2 bin. These fractions are put in a signal detector response matrix D whose elements D_{rt} are :

$$D_{rt} = \frac{N_{rt}}{\sum_{r=1}^n N_{rt}} \quad (3.3)$$

where N_{rt} is the signal yield obtained on the signal MC sample after all cuts in a (“raw” $\tilde{q}_r^2$, “true” q_t^2) 2D bin²⁴, and :

$$\sum_{r=1}^n D_{rt} \equiv 1. \quad (3.4)$$

The fractions D_{rt} are obtained from signal MC and are independent of the actual $\tilde{q}^2$ yield observed in data. The signal yields in bins of the unfolded q^2 are obtained by inverting the detector response matrix :

$$T = D^{-1} R \quad (3.5)$$

where D^{-1} is the inverted detector response matrix, R is the vector of fitted signal

²⁴Note that N_{rt} is defined without using truth-matching nor fitting.

yields in bins of raw $\tilde{q}^2$ and T is the vector of signal yields in bins of unfolded (true) q^2 .

We invert the signal detector response matrix in a straightforward way²⁵. The values of the elements of the signal detector response matrix and of its inverse matrix are given in Tables 3.5 and 3.6. The q^2 -unfolding algorithm was validated with statistically independent signal MC samples. After all selections, the total signal MC sample contains 120688 events. Five thousands of the signal events were used to produce the raw $\tilde{q}^2$ and true q^2 histograms. The remaining signal events were used to build the two unfolding matrices, using either the Becirevic-Kaidalov (BK) form-factor parametrization^[52] ($\alpha = 0.61$) or the ISGW2 generator weights. As illustrated in Fig. 3.11, the true and raw yield distributions differ considerably for various values of q^2 . However, the unfolded values of q^2 match the true values very well, independently of the signal generator used to compute the detector response matrix. Hence we conclude that the q^2 -unfolding procedure works properly.

The total yield is left unchanged by the unfolding process. In the individual q^2 bins, the process of unfolding significantly amplifies the statistical uncertainties of the raw yields, as can be seen in Table 3.7. However, the q^2 -unfolding also introduces anti-correlations between the q^2 bins, such that this amplification effect is not as large for the total BF. The effects of the MC statistical uncertainties of the inverse detector response matrix elements used in the unfolding procedure only account for a $\sim 1\%$ uncertainty (see Tables 3.13 and 3.19, Sect. 3.7.2 and 3.7.4.2). Systematic uncertainties arising from the unfolding process are fully taken into account in the uncertainty estimation method, as explained in Sect. 3.6.

²⁵To invert the detector response matrix, we use the TMatrixD :Invert() method provided by the *root* software^[122] developed at CERN. A matrix whose determinant is zero would not be (easily) invertible. In our case, the determinant of the detector response matrix is 0.0539496.

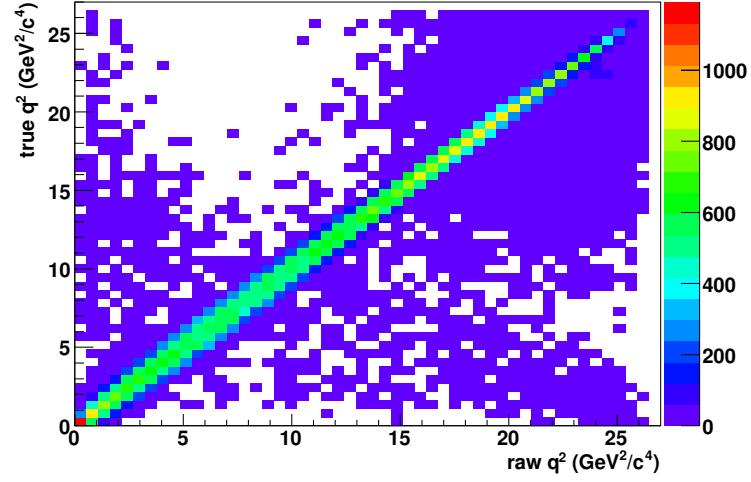


FIG. 3.10 – True q^2 vs raw $\tilde{q}^2$ for signal MC.

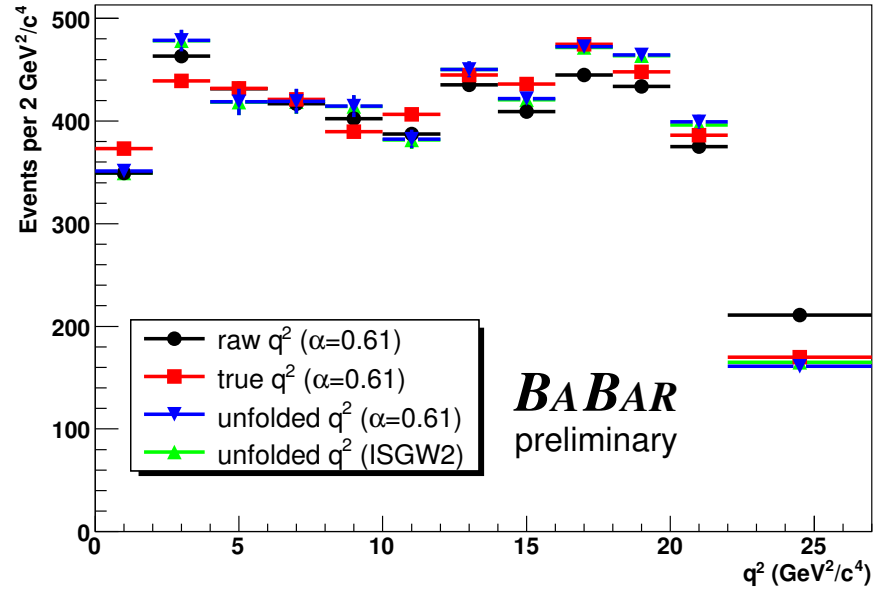


FIG. 3.11 – Validation of the q^2 -unfolding procedure. The true and raw yield distributions differ considerably for various values of q^2 . However, the unfolded values of q^2 match the true values very well, independently of the signal generator used to compute the detector response matrix.

TAB. 3.5 – Values of the detector response matrix for the $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal. Each column corresponds to a true q^2 bin and contains the fractions of events belonging to each raw $\tilde{q}^2$ bins. The sum of each column is identically one, such that the q^2 -unfolding process changes the shape of the q^2 spectrum but conserves the total number of events.

$\tilde{q}^2 \setminus q^2$ (GeV ² /c ⁴)	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-27
0-2	0.85	0.1	0.00047	0.0004	0.00067	0.00071	0.00082	0.00064	0.00065	0.00066	0.00032	0.00037
2-4	0.13	0.74	0.14	0.0013	0.0011	0.003	0.0033	0.0024	0.00071	0.00044	0.00026	0.00013
4-6	0.0003	0.14	0.71	0.15	0.0028	0.0023	0.0018	0.0014	0.00042	0.00013	0	0
6-8	0.00022	0.0011	0.14	0.71	0.14	0.0035	0.0014	0.00011	0.00034	0.00012	0	0
8-10	0.00027	0.0012	0.0019	0.13	0.72	0.13	0.00055	0.0002	7.3e-05	1.6e-05	7.6e-05	0
10-12	0.00027	0.0027	0.002	0.0016	0.12	0.73	0.11	0.00092	0.00024	0.00011	6.7e-05	5.6e-05
12-14	0.0013	0.0017	0.0021	0.002	0.0038	0.11	0.77	0.098	0.00059	0.00044	0.00044	0.00012
14-16	0.0015	0.00096	0.0017	0.0031	0.00061	0.0019	0.09	0.76	0.085	0.0018	0.0026	0.0014
16-18	0.00072	0.0026	0.0026	0.0018	0.0012	0.0025	0.0028	0.086	0.76	0.078	0.0081	0.0047
18-20	0.0017	0.0023	0.0028	0.0018	0.00074	0.0027	0.0035	0.0099	0.074	0.75	0.076	0.021
20-22	0.0024	0.0024	0.001	0.0007	0.00084	0.0024	0.0065	0.01	0.021	0.068	0.72	0.083
22-27	0.0079	0.0038	0.001	0.00014	0.0018	0.0021	0.01	0.027	0.052	0.096	0.19	0.89

TAB. 3.6 – Values of the inverse detector response matrix used to unfold the $\tilde{q}^2$ distribution of the signal.

$\tilde{q}^2 \setminus q^2$ (GeV ² /c ⁴)	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-27
0-2	1.2	-0.17	0.034	-0.0079	0.00066	-0.00059	-0.00047	-0.00037	-0.00073	-0.00081	-0.00027	-0.00043
2-4	-0.23	1.4	-0.29	0.064	-0.013	-0.0019	-0.0048	-0.003	-0.0006	-0.00048	-0.00032	-5.9e-05
4-6	0.046	-0.29	1.5	-0.35	0.065	-0.014	0.0004	-0.0019	-0.00025	-6.6e-05	8.9e-05	2.1e-05
6-8	-0.0092	0.057	-0.31	1.5	-0.31	0.05	-0.0098	0.0015	-0.0007	-0.00015	3.7e-05	-4.8e-06
8-10	0.0014	-0.011	0.052	-0.27	1.5	-0.27	0.04	-0.0053	0.00061	-1.7e-05	-0.00015	3.2e-05
10-12	0.00029	-0.0025	-0.011	0.045	-0.25	1.4	-0.22	0.026	-0.0032	0.0002	-3.1e-05	-9e-05
12-14	-0.0015	-0.0018	-0.0013	-0.0078	0.031	-0.21	1.4	-0.18	0.019	-0.0023	-0.00017	9e-05
14-16	-0.002	-0.0004	-0.0014	-0.0042	-0.003	0.022	-0.16	1.3	-0.15	0.013	-0.0041	-0.0013
16-18	-1.7e-05	-0.0035	-0.003	-0.0016	-0.00074	-0.0056	0.014	-0.15	1.3	-0.14	0.00086	-0.0036
18-20	-0.0016	-0.0023	-0.0037	-0.0021	7.2e-05	-0.0034	-0.0038	-0.00045	-0.13	1.4	-0.14	-0.019
20-22	-0.0021	-0.0031	-0.00062	-0.00075	-0.00056	-0.0024	-0.0083	-0.0099	-0.019	-0.11	1.4	-0.13
22-27	-0.0091	-0.0031	-0.0001	0.0011	-0.0026	0.00013	-0.0089	-0.027	-0.056	-0.12	-0.29	1.2

TAB. 3.7 – Relative statistical uncertainty (%) of the raw and unfolded signal yields in each q^2 bin for the real data. The q^2 -unfolding process increases the statistical uncertainty of the individual q^2 bins, but not of the total yield.

q^2 (GeV ² /c ⁴)	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-27	total
raw yield	12.1	9.1	8.5	9.8	11.3	12.6	11.3	17.1	15.1	21.3	15.9	17.1	4.8
unfolded yield	14.3	13.3	12.9	15.0	15.7	18.5	13.4	25.1	17.0	28.1	20.2	27.2	4.8

For true $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal events, the q^2 resolution has three different components. First, a track issued from the decay of the non-signal B is wrongly identified as that of a signal $\pi^\pm$ candidate. These candidates account for 9% (according to the MC simulation with $\alpha_{BK} = 0.61$) of all the selected signal candidates and tend to show up more frequently at higher q^2 values, where the pion momentum is small. In Fig. 3.10, these candidates correspond to the off-diagonal points with little correlation between true and raw q^2 values. All the signal candidates truth-matched to the correct $\pi^\pm$ track lie along the diagonal region of Fig. 3.10 (also shown in Fig. 3.9). The second component results from an uncertainty in the boost due to the fact that the true B frame is not precisely known. In the B frame, $q^2 = (P_B - P_\pi)^2 = m_B^2 + m_\pi^2 - 2m_B E_\pi$ where E_π is the only variable term. There is thus an increase of the uncertainty in the pion boost towards lower q^2 values because the value of E_π increases for those values of q^2 . As a result, the diagonal region's width in Fig. 3.10 gets larger towards lower q^2 values. The third component due to the signal pion's tracking resolution has a negligible effect on the q^2 resolution.

3.3.6 Partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$

After the signal yields have been obtained as a function of the unfolded values of q^2 , the partial branching fractions are obtained in each bin by using the corresponding efficiency given in Table 3.8 and the total number of B^0 mesons in the dataset (N_{B^0}). Thus, for each t^{th} q^2 bin, the partial branching fraction $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ is given by :

$$\Delta\mathcal{B}(q_t^2) = \left(\frac{E^{-1} D^{-1} R}{2N_{B^0}} \right)_{q_t^2} \quad (3.6)$$

where $D^{-1}R$ is taken from Eq. 3.5 and E^{-1} is the inverse diagonal efficiency matrix whose elements E_{rt}^{-1} are the inverse of the signal efficiency :

$$E_{rt}^{-1} = \begin{cases} \frac{N_t^0}{N_t} & r = t \\ 0 & r \neq t \end{cases} \quad (3.7)$$

true q^2 bin (GeV^2/c^4)	signal efficiency (%)	
	regular	No FSR
0-2	6.56 ± 0.09	6.31 ± 0.08
2-4	7.13 ± 0.09	7.02 ± 0.09
4-6	7.22 ± 0.09	7.19 ± 0.09
6-8	7.11 ± 0.09	7.11 ± 0.09
8-10	6.76 ± 0.08	6.79 ± 0.08
10-12	6.97 ± 0.09	6.99 ± 0.09
12-14	7.21 ± 0.09	7.32 ± 0.09
14-16	7.87 ± 0.09	7.99 ± 0.09
16-18	8.68 ± 0.10	8.75 ± 0.10
18-20	9.20 ± 0.10	9.25 ± 0.10
20-22	9.37 ± 0.10	9.53 ± 0.10
22-26.4	9.66 ± 0.08	9.73 ± 0.08

TAB. 3.8 – Signal efficiency for each bin of true q^2 . The values labelled “No FSR” are modified to remove FSR effects.

where N_t is the signal yield obtained on the signal MC sample after all cuts in the t^{th} q^2 bin and N_t^0 is the total number of $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decays in the t^{th} q^2 bin before any cut.

In Eq. 3.6, there is a factor 2 at the denominator because the signal yields and efficiencies are defined from the sum of electrons and muons in this analysis, while the ℓ of $\Delta\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu, q^2)$ stands for only one lepton flavor. The total number of B^0 is :

$$N_{B^0} = 2N_{BB} \times \mathcal{B}(\Upsilon(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0) \quad (3.8)$$

where N_{BB} is the total number of $B\bar{B}$ pairs given by the B counting algorithm [112]. We assumed that $\mathcal{B}(\Upsilon(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0) = \mathcal{B}(\Upsilon(4S) \rightarrow B^+ B^-) = 0.5$ to obtain the central values of our results.

It has been shown in Appendix C. of Ref. [20] that the signal efficiency has very little dependence on the underlying theoretical model used as the generator as long as the signal efficiency is computed in a large number of q^2 bins and varies smoothly with q^2 . This is indeed the case in our analysis since, as shown in Fig. 3.12, even though the signal efficiency is somewhat correlated with q^2 , it is smoothly

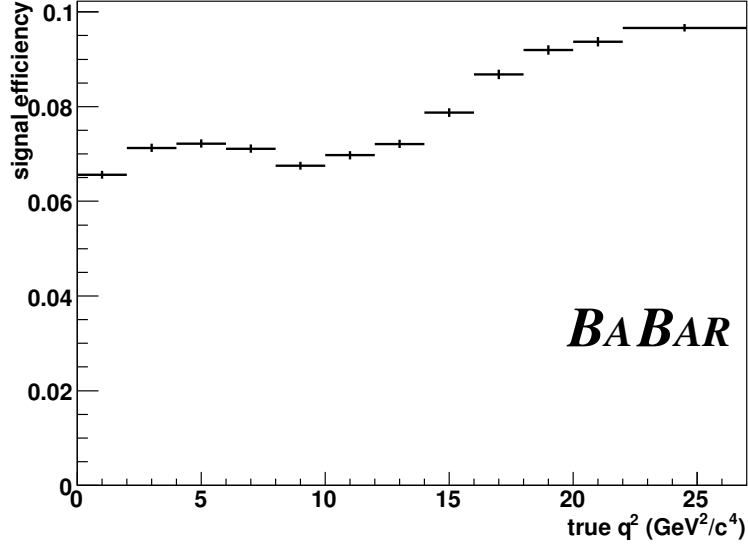


FIG. 3.12 – Signal efficiency as a function of true q^2 (FSR effects included).

distributed over a fairly large number of q^2 bins. The higher signal efficiency at high q^2 increases our sensitivity in the region of interest for lattice QCD predictions where the signal decay rate is expected to be smaller²⁶.

3.3.6.1 Partial BFs with No FSR

As described in Sect. 3.6.2.4, there are radiative corrections to some of the $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decays, which effectively become $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu n\gamma$ decays via a QED process named *Final State Radiation* (FSR). While this effect undoubtedly exists and has to be taken into account to model the signal yields and the total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ that we measure, it is however not taken into account in the QCD calculations that we use to extract $|V_{ub}|$ or the $f_+(q^2)$ shape. There is thus an interest to obtain a $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ distribution that is modified to remove the FSR effects in order to fit the $f_+(q^2)$ shape, compare it to QCD predictions and extract $|V_{ub}|$ (Sect. 3.3.8

²⁶Note that the background yields are fairly constant over the $\tilde{q}^2$ spectrum (see Figs. 3.28 and 3.29).

to 3.3.10). The $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ distributions with FSR or No FSR are obtained by using initial q^2 distributions of $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decays respectively generated with PHOTOS turned ON or OFF for N_t^0 in Eq. 3.7.

3.3.7 Total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$

The total BF for the $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decay channel is simply obtained by summing up the partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ in the 12 q^2 bins :

$$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu) = \sum_{t=1}^{12} \Delta\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu, q_t^2). \quad (3.9)$$

To estimate the statistical uncertainty on this branching ratio, we use the covariance matrix V_Y returned by the fitter. From the covariance matrix of the fitted yields V_Y , the covariance matrix of the partial branching fractions V is given by the relation :

$$V = B V_Y B^T \quad (3.10)$$

where $B = \frac{E D^{-1}}{2N_{B^0}}$ (from Eq. 3.6). Then, the standard formula for uncertainty propagation is used :

$$\sigma_{BF}^2 = \sum_{i,j=1}^{12} V_{ij}. \quad (3.11)$$

In addition to the fit errors, covariance matrices are computed for each $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ systematic uncertainty as described in Sect. 3.6. We have verified that these systematic uncertainties are compatible with the direct variation of the total BF value when the analysis is repeated using modified MC samples (see Sect. 3.6). The total covariance matrix is given by the sum of the individual matrices, such that the statistical and systematic uncertainties are added in quadrature to obtain the total uncertainty.

The error propagation formula and the covariance matrix V of our measured partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ spectrum are also relevant to establish the q^2 spectrum shape uncertainties and to relate the measured $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ spectrum to the theoretical $f_+(q^2)$

shape. With these uncertainties and their correlations, the q^2 spectrum shape measurement is particularly useful because it is totally model-independent. These data can then be used to extract the $f_+(q^2)$ shape parameters using *any* theoretical parametrization.

3.3.8 Fits of $|V_{ub}f_+(0)|$ and the $f_+(q^2)$ shape parameters

The measured $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ spectrum shape with its statistical and systematic covariance matrices is the most important result of this analysis. It is however interesting to go one step further and represent this shape information in the form of an $f_+(q^2)$ function. This is done by fitting two parametrizations to our data²⁷ : those of Becirevic-Kaidalov(BK) [52] and Hill [53]. In both cases, we perform a binned χ^2 fit using the standard differential decay rate formula for a semileptonic B decay to a pseudo-scalar meson (X_{PS}) as the PDF :

$$F(q^2, \alpha, \delta) = |\vec{p}_\pi|^3 \cdot |f_+(q^2, \alpha, \delta)|^2 \quad (3.12)$$

$$\propto \frac{d\Gamma(B \rightarrow X_{PS} \ell^+ \nu_\ell)}{dq^2}, \quad (3.13)$$

where :

$$|\vec{p}_\pi| = \sqrt{\frac{(m_B^2 + m_\pi^2 - q^2)^2}{4m_B^2} - m_\pi^2}, \quad (3.14)$$

and the $f_+(q^2, c_B, \alpha, \delta)$ functions are respectively :

$$f_+(q^2, \alpha, c_B) = \frac{c_B}{(1 - q^2/m_{B^*}^2) \cdot (1 - \alpha q^2/m_{B^*}^2)} \quad (3.15)$$

and

$$f_+(q^2, \alpha, c_B, \delta) = \frac{c_B \cdot (1 - \delta q^2/m_{B^*}^2)}{(1 - q^2/m_{B^*}^2) \cdot (1 - (\alpha + \delta(1 - \alpha))q^2/m_{B^*}^2)} \quad (3.16)$$

²⁷Other parametrizations have been considered in the litterature. For example, those given in Refs. [49] and [43].

for BK and Hill. The values of α , δ and c_B are authorized to vary with no limit to minimize the χ^2 .

The χ^2 minimized in the fit is built from the V covariance matrix to take into account the correlations between the measurements in the various q^2 bins :

$$\chi^2 = \sum_{q_i^2, q_j^2}^{12} \left(\Delta\mathcal{B}(q_i^2) - \int F(q_i^2) \right) V_{ij}^{-1} \left(\Delta\mathcal{B}(q_j^2) - \int F(q_j^2) \right), \quad (3.17)$$

where $\int F(q_i^2)$ denotes the integral of Eq. 3.12 over the range of the i^{th} q^2 bin.

The central value of the $f_+(q^2)$ shape parameters, and their total uncertainty, are obtained using the total covariance matrix in Eq. 3.17. In the present case in which the uncertainties are more or less uniform across the q^2 bins, using either the statistical or the systematic covariance matrix in Eq. 3.17 yields the statistical and the systematic uncertainty, respectively. Their quadratic sum is in fact consistent with the total uncertainty.

We also measure the $|V_{ub}f_+(0)|$ constant from the normalization of our $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ spectrum extrapolated to $q^2 = 0$, using our fitted $f_+(q^2, c_B, \alpha, \delta)$ function. The uncertainties of this measurement are obtained using the statistical and systematic covariance matrices of the c_B and α parameters, hence taking into account the correlation between c_B and α . We cannot measure the $f_+(q^2)$ normalization by itself because the $\Delta\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu, q^2)$ normalization depends on the unknown values of both $|V_{ub}|$ and $f_+(0)$ [20].

We considered an alternative method to estimate the systematic uncertainties. In this method, the $f_+(q^2)$ parametrizations are fitted again to the $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ spectra modified to take into account each systematic uncertainty (see Sect. 3.6). The variations in the model-dependent fitted values are an estimate of the systematic uncertainties. This alternative way of estimating the systematic uncertainties tends to give slightly larger systematic uncertainties than the nominal method. In the end, we chose to not use the alternative method to quote results that are reproducible from our published covariance matrices. We also believe that this me-

thod overestimate the systematic uncertainties by wrongly treating some statistical fluctuations as systematic uncertainties.

3.3.9 Tests of QCD calculations

Having done all the work to measure the $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ spectrum and its covariance matrices, it becomes relatively easy, yet useful, to use it as a test of selected QCD calculations. We are doing so by comparing our measured q^2 spectrum shape with the theoretical predictions. We do not use the normalization of the form factor to test the calculations because it would require to know the value of $|V_{ub}|$ for a direct comparison with our data.

We use the following procedure to compare the predicted q^2 spectra with our data :

1. We modify our measured $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ spectrum to remove FSR effects, as described in Sect. 3.3.6.1. Even though the FSR removal does not have a big impact, it is more precise to do it since FSR effects have not been included in the QCD calculations to date. We put the “No FSR” $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ spectrum in an histogram H_{meas} .
2. For a chosen QCD calculation, we create an histogram H_{th} with the predicted q^2 spectrum shape, scaled to the total BF that we have measured, and with the same binning as H_{meas} . This histogram is filled with the FLATQ2 generator and reweighted to match the q^2 spectrum of the tested QCD calculation, using the method described in Ref. [20]. H_{th} contains one million entries, so that its statistical fluctuations are negligible ;
3. We compare the measured and predicted histograms H_{meas} and H_{th} , bin by bin, from which we compute a χ^2 . The χ^2 is computed as :

$$\chi^2 = \sum_{q_i^2, q_j^2}^{12} (H_{meas}(q_i^2) - H_{th}(q_i^2)) V_{ij}^{-1} (H_{meas}(q_j^2) - H_{th}(q_j^2)), \quad (3.18)$$

where the covariance matrix V includes all the statistical and systematic

experimental uncertainties, but neglects the theory uncertainties ;

4. The probability that the tested QCD calculation describes our measured spectrum is obtained from the χ^2 above using the standard procedure, for 12 degrees of freedom (the number of q^2 bins).

We tested four different QCD calculations : two recent unquenched lattice QCD calculations ^[49,50], one recent Light Cone Sum Rule calculation ^[48], and the ISGW2 quark model ^[47]. There are several other calculations of the $f_+(q^2)$ form factor of $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decays, and more will surely appear in the future, but we did not attempt to test all these calculations. Instead, we decided to publish enough information to allow interested people to make these tests (or any other) themselves, i.e. : the regular and “No FSR” $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ distributions and their associated covariance matrices.

3.3.10 Extraction of $|V_{ub}|$

The very final step of our analysis consists of extracting the “exclusive” value of $|V_{ub}|$ for $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decays. On this matter, we did a very simple analysis. To get the maximal precision on $|V_{ub}|$, the current state of the art analyses ^[43,55,56] combine several theoretical and experimental inputs in a sophisticated way. At this point, this topic leaves the scope of our experimental work on the *BABAR* experiment. Hence, we did not attempt to determine a central value of $|V_{ub}|$, nor to precisely estimate its errors. Instead, we simply compute the values of $|V_{ub}|$ associated with each valid calculations tested in Sect. 3.3.9, with a straightforward error propagation. Doing so, we obtain a spread of $|V_{ub}|$ values that gives a rough idea of the current best $|V_{ub}|$ value and uncertainty. In the abstract and summary, we quote the $|V_{ub}|$ value associated with the most recently published calculation of the form factor ^[49].

To extract a value of $|V_{ub}|$ from one calculation, using our measured $\Delta\mathcal{B}(q^2)$,

we consider the standard relation :

$$\Delta\mathcal{B} = \frac{\tau_{B^0} V_{ub}^2 G_F^2}{24\pi^3} \int_{q_{min}^2}^{q_{max}^2} |\vec{p}_\pi|^3 f_+(q^2)^2 dq^2, \quad (3.19)$$

in which $|\vec{p}_\pi|$ is a function of q^2 defined by Eq. 3.14. To explicitly isolate $|V_{ub}|$, Eq. 3.19 is often written as :

$$|V_{ub}| = \sqrt{\Delta\mathcal{B}/(\tau_{B^0}\Delta\zeta)} \quad (3.20)$$

where $\tau_{B^0} = 1.530 \pm 0.009$ ps ^[4] is the B^0 lifetime and

$$\Delta\zeta = \frac{G_F^2}{24\pi^3} \int_{q_{min}^2}^{q_{max}^2} |\vec{p}_\pi|^3 f_+(q^2)^2 dq^2. \quad (3.21)$$

is the normalized partial decay rate. As can be seen in Eq. 3.21, $\Delta\zeta$ depends only on well-known quantities, except for the $f_+(q^2)$ form factor that must be provided by a QCD calculation. The numerical value of $\Delta\zeta$ and its uncertainty are provided for a given q^2 range by the theorists that made the calculation. For LCSR, this range is $q^2 < 16 \text{ GeV}^2/c^4$. For lattice QCD, it is $q^2 > 16 \text{ GeV}^2/c^4$. The corresponding partial BFs and their uncertainties are obtained by summing over the first eight q^2 bins or the last four q^2 bins in Eq. 3.9 and 3.11. At this point, we have everything we need to extract $|V_{ub}|$ using Eq. 3.20. We follow the procedure used by HFAG ^[39] to propagate the uncertainties of the input parameters $\Delta\mathcal{B}$, τ_{B^0} and $\Delta\zeta$ to $|V_{ub}|$. We first compute $|V_{ub}|$ with their central values, then we compute it again with each input parameter plus and minus its uncertainty. The ensuing variations of $|V_{ub}|$ are considered to be its uncertainties.

Note that all the above only applies to the direct determination of $|V_{ub}|$ from the exclusive $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decay. It is also possible to directly measure $|V_{ub}|$ from other exclusive $B \rightarrow X_u \ell \nu$ decays such as $B \rightarrow \rho \ell \nu$, or from the inclusive $b \rightarrow u \ell \nu$ decay ^[4]. In addition, indirect measurements of $|V_{ub}|$ are provided by global fits of the parameters entering the $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ plane ^[38,41]. All these measurements are complementary.

3.4 Signal extraction fit technique

As explained in Sect. 3.1.2 and 3.3.4, we perform a fit to the ΔE - m_{ES} distribution to extract the signal and background yields, that we need to determine in 12 $\tilde{q}^2$ bins. The simplest way to do so would be to perform the fit in each $\tilde{q}^2$ bin separately, determining each time the signal yield, as well as the $b \rightarrow u\ell\nu$, other $B\bar{B}$ and continuum yields. The fit would then have to determine 4 parameters per bin, 48 in total. This number, and consequently the statistical uncertainty on the fitted yields, can however be reduced by constraining the backgrounds' scaling factors to be the same in some of the $\tilde{q}^2$ bins. Hence, we are using three $b \rightarrow u\ell\nu$ and four other $B\bar{B}$ background parameters, while the continuum is fixed in the fit. The number and type of fit parameters were chosen to provide a good balance between reliance on simulation predictions, complexity of the fit and total uncertainty size. Furthermore, the total yield and $\tilde{q}^2$ shape of the continuum background are corrected with the off-resonance data control sample.

Many other analyses in *BABAR* are also using ΔE and m_{ES} fits for that purpose. Indeed, for signal events this distribution has a typical shape, which differs greatly from the shape observed for background events. For most of these analyses, analytical probability density functions (PDFs) that provide a satisfactory description of the observed distributions are available.

Analyses of semileptonic decays can use the ΔE - m_{ES} distribution. However, the presence of a neutrino results in a less precise reconstruction of these two quantities. This is specially the case in the present analysis because of the loose cuts used to constrain the neutrino. This leads to a ΔE - m_{ES} distribution (Figure 3.13) whose shape is difficult to model precisely with an analytic PDF. This difficulty comes mostly from the fact that a correlation is introduced between these 2 quantities by the missing momentum of the neutrino. For this reason, it is more optimal to fit the data distribution to the signal and background ΔE - m_{ES} histogrammed distributions obtained from the Monte Carlo sample described in Sect. 3.5. The parameters determined by the fit are the scaling factors applied to the yields predicted by the

Monte Carlo simulation to infer the true yields in the data. The same approach was utilized in a recent analysis of charmless exclusive semileptonic decays with neutrino reconstruction ^[108]. We use the core fitter developped in that analysis²⁸. The fit is based on a generalized binned likelihood fit method first developped by R. Barlow and C. Beeston ^[121].

The Barlow and Beeston technique is of interest to us since it takes into account not only the statistical fluctuations affecting the data distribution, but also those affecting the Monte Carlo distributions that we fit to these data. This feature of the fit is important because, as will be explained in Sect. 3.5.2.7 and 3.7.1.1, the statistics available for the Monte Carlo continuum events are relatively small, specially when they are spread over 12 bins of $\tilde{q}^2$.

3.4.1 Brief description of the fit technique

To extract the signal and background yields by maximizing a generalized binned likelihood, the ΔE - m_{ES} distributions are subdivided into n bins, both in the data and Monte Carlo samples. The total number of events, in the data and Monte Carlo samples are :

$$N_D = \sum_{i=1}^n d_i, \quad \text{and} \quad N_{MC} = \sum_{j=1}^m N_j = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ji}, \quad (3.22)$$

respectively, where d_i is the number of data events in the i^{th} bin. In the present analysis, the samples selected for the fit are assumed to contain 4 types of events : signal, continuum, $b \rightarrow u\ell\nu$ background and other $B\bar{B}$ backgrounds. The number of Monte Carlo events of type j in the i^{th} bin is a_{ji} and N_j is the total number of events of this type. The index $m = 4$ represents the number of types of events in our sample.

If one could neglect the statistical fluctuations affecting the Monte Carlo dis-

²⁸We use a package named BToXulnuFitter which incorporates the same core fitter as the EcsFitter package, used in Ref. ^[108], but with a different user interface adapted to our analysis code.

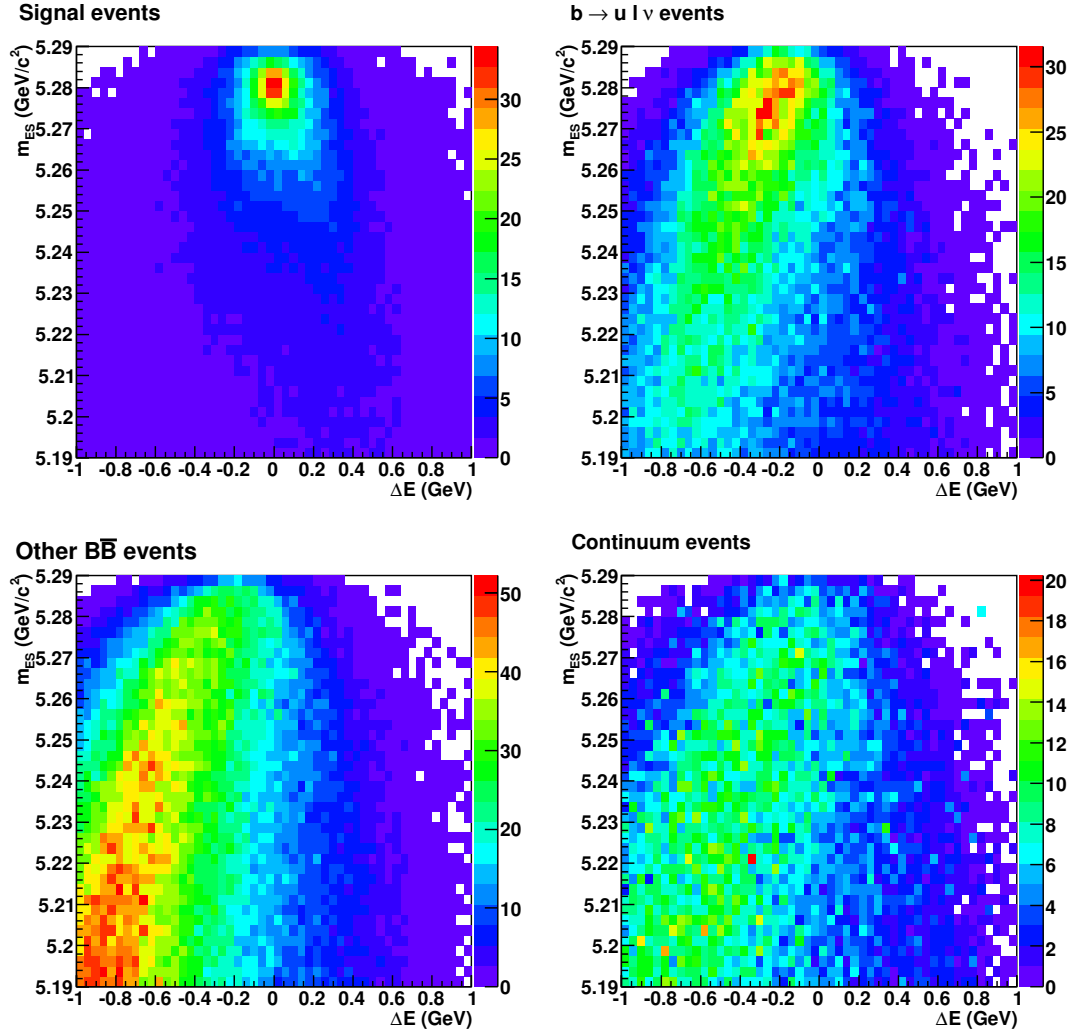


FIG. 3.13 – ΔE - m_{ES} distributions for the four types of events used in the signal extraction fit after all selections.

tributions we fit to the data, this likelihood would simply be the probability to observe in the data a given set $\{d_i\}$:

$$\ln \mathcal{L} = \sum_{i=1}^n (d_i \ln f_i - f_i), \quad (3.23)$$

where f_i is the **predicted** number of events in the i^{th} bin. Since what we fit to the data distribution are the distributions observed in the Monte Carlo simulation, f_i can be written as :

$$f_i = N_D \sum_{j=1}^m P_j w_{ji} a_{ji} / N_j = \sum_{j=1}^m p_j w_{ji} a_{ji} \quad (3.24)$$

where P_j is the fraction of the data sample containing events from type j , and w_{ji} is a weight taking into account the ratio between the luminosity of the data sample and the luminosity of the Monte Carlo sample, as well as any other corrections, like those described in Sect. 3.5.2. The scaling factors to be determined by the fit are $p_j = N_D P_j / N_j$.

As can be seen from Eq. 3.24, statistical fluctuations can affect f_i through the yields a_{ji} and N_j . Thus, f_i is closer to its true value when it can be written in terms of A_{ji} , the *true* value around which a_{ji} fluctuates :

$$f_i = \sum_{j=1}^m p_j w_{ji} A_{ji} \quad (3.25)$$

To minimize the effect of the limited Monte Carlo statistics in the fit procedure, we do not maximize the likelihood given by Eq. 3.23, but rather maximize a generalized version of this likelihood, based on the combined probability to observe a given set $\{d_i\}$ in the data and a given set $\{a_{ji}\}$ in the Monte Carlo distributions :

$$\ln \mathcal{L} = \sum_{i=1}^n (d_i \ln f_i - f_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (a_{ji} \ln A_{ji} - A_{ji}). \quad (3.26)$$

Since the yields A_{ji} are unknown, in addition to the m scaling factors p_j , we now

have $m \times n$ unknown parameters to be determined from the maximization of the likelihood. Despite its apparent complexity, Barlow and Beeston ^[121] have shown that this maximization could be handled in a simple way. This maximization requires that the derivative of $\ln \mathcal{L}$ (Eq. 3.26) with respect to A_{ji} be zero, from which :

$$A_{ji} = \frac{a_{ji}}{1 + p_j w_{ji} t_i}, \quad (3.27)$$

where $t_i = 1 - d_i/f_i$. Thus, the likelihood is maximized with respect to A_{ji} when the values of t_i are the solutions of the set of n equations defined by :

$$\frac{d_i}{1 - t_i} = f_i = \sum_{j=1}^m \frac{p_j w_{ji} a_{ji}}{1 + p_j w_{ji} t_i}. \quad (3.28)$$

These equations can be solved numerically. Finally, the value of $\ln \mathcal{L}$ is maximized with respect to the $m = 4$ scaling factors p_j using an iterative procedure. At each iteration, the most appropriate value of A_{ji} is obtained from Eqs. 3.27 and 3.28. Only $(m + n)$ equations have to be solved (a great simplification compared to the $(n + 1) \times m$ coupled and non-linear equations required to be solved with a standard approach) to find the best estimate of p_j , as well as the best estimate of A_{ji} .

The procedure described above applies to the fit to a single distribution. We need to fit 12 such distributions to extract the signal yield as a function of $\tilde{q}^2$. This is done by finding the maximum of

$$\ln \mathcal{L} = \sum_{k=1}^{12} \ln \mathcal{L}^k \quad (3.29)$$

where each value of $\ln \mathcal{L}^k$ is given by Eq. 3.26, for the ΔE - m_{ES} distribution of the events found in the k^{th} $\tilde{q}^2$ bin. It depends on four p_j^k scaling factors. In total, the fit has to determine $12 \times m = 48$ scaling factors. However, as stated in the introduction to this section, the background scaling factors are constrained to be the same in some of the $\tilde{q}^2$ bins in the present analysis. In this case, only 19 scaling factors have to be determined.

3.4.2 Optimization of the fit performance

The design of the analysis is influenced by the optimization of the fit performance. This entails essentially the selection cuts and the choice of the Monte Carlo fit categories. Because of the correlations between the cut variables and ΔE and m_{ES} , the choice of the value of the cuts can have a major impact on the shape of the ΔE - m_{ES} distribution. With the procedure described in Sect. 3.3.2.8 and 3.3.2.9, the search for optimal cuts was dictated partly by the fact that the larger the difference in shape between the signal and background ΔE - m_{ES} distributions, the easier is the fit.

The choice of the fit categories presented at the beginning of Sect. 3.4 is also the result of an optimization. Indeed, many additional fit categories have been considered. During the design of the analysis, we tried to include the following types : signal events with a perfectly reconstructed decay chain, signal events with wrong particles in the reconstructed decay chain, $B \rightarrow \rho \ell \nu$ events, other $b \rightarrow u \ell \nu$ events, $B \rightarrow D \ell \nu$ events, $B \rightarrow D^* \ell \nu$ events, other $b \rightarrow c \ell \nu$ events, other $B\bar{B}$ events and continuum events in the electron and/or muon channels. In the end, we made a trade-off between the number of free parameters to be determined by the fit (proportional to the number of fit categories), and the control of the systematic uncertainties. For example, when we considered the $B \rightarrow \rho \ell \nu$ events to be one independent fit category, the discrepancy between the branching fraction of this channel in the Monte Carlo and the actual branching fraction in the data did not lead to a sizable systematic uncertainty, since it could be compensated via the corresponding fitted value of p_j . On the other hand, we also tried to gather all $b \rightarrow u \ell \nu$ and $b \rightarrow c \ell \nu$ events into the same type. The task of the fit was then simplified, and the statistical uncertainty on the value of p_j reduced. However, the $B \rightarrow \rho \ell \nu$ branching fraction discrepancy could not be compensated in that case, and the modifications it lead to in the shape of the ΔE - m_{ES} distribution resulted in a large systematic uncertainty, since the shape of the Monte Carlo distributions would no longer be similar to the shape of the data distributions.

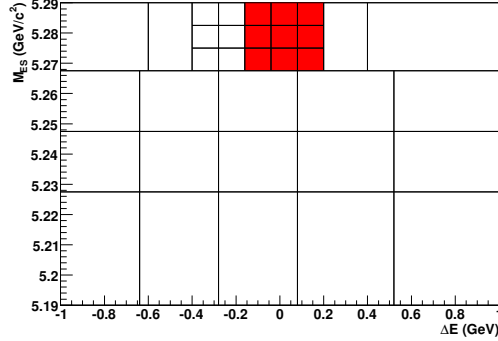


FIG. 3.14 – ΔE - m_{ES} 2D binning used in the nominal fit. The signal region (in red) is covered by 9 bins going from $-0.16 < \Delta E < 0.2$ GeV and $m_{\text{ES}} > 5.2675$ GeV/c^2 . The entire fit region contains 34 bins.

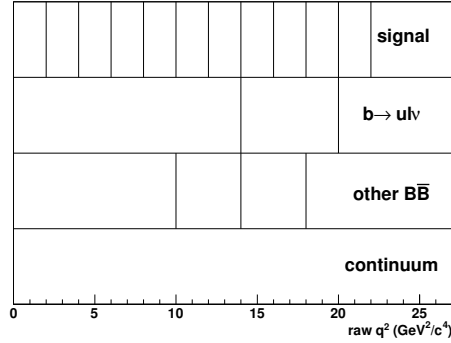


FIG. 3.15 – $\tilde{q}^2$ binning used in the nominal fit (the continuum is fixed).

Other choices have an impact on the performance of the fit, in particular the range of the fit region and the binning chosen inside this region. The choice found to be optimal in our case is shown in Fig. 3.14. The range of m_{ES} varies from 5.19 to 5.29 GeV/c^2 while that of ΔE varies from -1 to +1 GeV. The ΔE - m_{ES} binning has been chosen to balance the needs for small statistical uncertainties and low number of bins. The $\tilde{q}^2$ binning is shown in Fig. 3.15 and has been chosen according to the results of a study described in App. 3.11.

3.5 Simulation of the data

The $B\bar{B}$ background is simulated with *BABAR*'s standard SP5 and SP6 generic $B^0\bar{B}^0$ and B^+B^- events. The $B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$ signal also comes from *BABAR*'s standard SP5 and SP6 simulation productions. It corresponds to events with a generic B decay on one side and a $B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$ decay produced with the FLATQ2 generator^[20] on the other side. The continuum MC is simulated with *BABAR*'s standard SP5, SP6 and SP8 generic $u\bar{u}/d\bar{d}/s\bar{s}/c\bar{c}$ and $\tau^+\tau^-$ events. The number of events of each type in each sample are given in Sect. 3.2. All the simulated events are scaled to the on-resonance data luminosity. They are also corrected with several weights whose central configuration is described in Sect. 3.5.2.

3.5.1 Use of the simulation in this analysis

The Monte Carlo simulation plays an essential role in this analysis. It is used to obtain the ΔE - m_{ES} histograms used as fit PDFs, the signal efficiency and the signal q^2 -unfolding matrix. It is also used to obtain the $\tilde{q}^2$ shape of the background. All of which are needed to analyze the real data and extract our final measurements as well as their systematic uncertainties quoted in Sect. 3.7.4.

In its central configuration, the histograms obtained from the full MC simulation are also used to generate TOY data samples. The TOY data samples were analyzed as we would the real data to estimate the value of the statistical and systematic uncertainties (described in Sect. 3.7.1). This allowed to optimize several parameters of the analysis such as the cut values, the number of $\tilde{q}^2$ bins, the ranges of the ΔE - m_{ES} fit region and the ΔE - m_{ES} and $\tilde{q}^2$ binning, while keeping the analysis blind to the real data. The TOY data samples were also used to determine the systematic uncertainty coming from a potential bias of the fits' central values of the $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu)$ and $f_+(q^2)$ shape parameters, as described in Sect. 3.6.4.

Once the cuts and other analysis parameters are selected, we performed various Data/MC comparisons described in Sect. 3.8.1 to ensure that the agreement between the two is reasonable.

3.5.2 Corrections applied to the MC simulation

While *BABAR*'s MC simulation is based on many parameters that are not all well known, our knowledge of several of these parameters has improved since the start of the original SP5/6 MC production. We use this knowledge by reweighting these parameters to their most recent values or by applying corrections in the form of tracks or neutrals killing²⁹. The central values of our final results are obtained with the fully corrected and most up to date MC simulation, denoted thereafter as the “central configuration”. The remaining uncertainties in the simulation parameters are taken into account when estimating the systematic uncertainties (Sect. 3.6).

The corrections applied to the MC simulation are listed below.

3.5.2.1 Branching Fractions

For each candidate in a simulated $B\bar{B}$ (including signal events), we examine the generator-level information to find out the true decays of the $\Upsilon(4S)$, of the two B and of potential D mesons. Since the SP5/6 branching fractions of such decays do not always correspond to the most recent value, we apply a weight to them :

$$w_{BF} = w_{\Upsilon(4S)} \times w_{B1} \times w_{B2} \times w_D \quad (3.30)$$

where $w_{\Upsilon(4S)}$, w_{B1} , w_{B2} and w_D are all defined like $w \equiv \frac{\text{most recent } BF}{\text{SP5/6 } BF}$. To preserve the value of the total $B \rightarrow X$ branching fraction when the branching fractions of some of its decays are modified, the remaining decays are given a weight :

$$w_{\text{remaining}} = \frac{1 - (\text{new sum of the modified } BF\text{s})}{1 - (\text{original sum of the } BF\text{s at the numerator})}. \quad (3.31)$$

The same procedure is applied to preserve the total $\Upsilon(4S)$ and D mesons' branching fraction. All the branching fractions that are modified in the present analysis are

²⁹In this context, the term “killing” means that a fraction of the simulated tracks and/or neutrals candidates are not considered in the analysis to correct for the fact that the detection efficiency is higher in the MC simulation than in data. The candidates that are not considered are chosen randomly.

listed in Table 3.9.

3.5.2.2 Form factors

Our knowledge of the $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, $B \rightarrow \rho \ell \nu$, $B \rightarrow D \ell \nu$ and $B \rightarrow D^* \ell \nu$ form factors has improved since the original SP5/6 MC production. We are using the form factor reweighting procedure described in Ref. [20] to change these form factors to their most recent values without running the full simulation again.

The values used are :

- $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$: $\alpha = 0.53$, the central value of our preliminary result^[105] using the Becirevic-Kaidalov $f_+(q^2)$ parametrization^[52], instead of the ISGW2 quark model^[47] used in SP5/6 MC ;
- $B \rightarrow \rho \ell \nu$: the latest Light Cone Sum Rules calculation by Ball & Zwicky^[125] instead of the ISGW2 quark model^[47] used in SP5/6 MC ;
- $B \rightarrow D \ell \nu$: $\rho^2 = 1.17$, the World Average value of the ρ^2 parameter^[39] using the Caprini, Lellouch, Neubert (CLN) parametrization^[126] instead of the ISGW2 quark model^[47] used in SP5/6 MC ;
- $B \rightarrow D^* \ell \nu$: $R1 = 1.40$, $R2 = 0.87$ and $\rho^2 = 0.79$, the central values^[88] measured by *BABAR* using a (w-1) expansion to linear order, instead of the SP5/6 MC values $R1 = 1.18$, $R2 = 0.72$ and $\rho^2 = 0.92$.

3.5.2.3 Non-resonant $b \rightarrow u \ell \nu$ decays

The description of non-resonant $B \rightarrow X_u \ell \nu$ decays has improved since the original SP5/6 MC production. Instead of the one dimensional m_{X_u} probability function used in SP5/6, we use the so-called “Hybrid MC” three dimensional weights : $w(m_{X_u}, q^2, E_\ell)$ where E_ℓ is measured in the $\Upsilon(4S)$ frame^[127]. We apply a correction to our MC simulation to benefit from this improvement :

$$w_{Hybrid} = \frac{3 \text{ dimensional Hybrid MC weights}}{1 \text{ dimensional SP5/6 probability}} \quad (3.32)$$

Our central Hybrid MC weights are calculated based on the BF values given

Branching Fractions	SP5/6	our central value	uncertainty
$\mathcal{B}(\Upsilon(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0)$	0.500000	0.500000	± 0.008000
$\mathcal{B}(\Upsilon(4S) \rightarrow B^+ \bar{B}^-)$	0.500000	0.500000	± 0.008000
$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow D \ell \nu)$	0.021000	0.020700	± 0.001500
$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow D^* \ell \nu)$	0.056000	0.057000	$+0.0053/-0.0120$
$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow D^{**} \ell \nu)$	0.015000	0.020300	$+0.0120/-0.0166$
$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow non - res \ c \ell \nu)$	0.012000	0.004100	± 0.004100
Total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow c \ell \nu)$	0.104000	0.102100	$\pm$ 0.001700
$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi \ell \nu)$	0.000180	0.000133	± 0.000022
$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \rho \ell \nu)$	0.000260	0.000269	± 0.000077
$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow other - X_u \ell \nu)$	0.000295	0.000000	$+0.000295/-0.0$
$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow non - res \ u \ell \nu)$	0.001365	0.001748	± 0.001748
Total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow u \ell \nu)$	0.002100	0.002150	$\pm$ 0.000530
$\mathcal{B}(B^+ \rightarrow D \ell \nu)$	0.021000	0.022400	± 0.001600
$\mathcal{B}(B^+ \rightarrow D^* \ell \nu)$	0.056000	0.061700	$+0.0083/-0.0113$
$\mathcal{B}(B^+ \rightarrow D^{**} \ell \nu)$	0.015000	0.022500	$+0.0122/-0.0185$
$\mathcal{B}(B^+ \rightarrow non - res \ c \ell \nu)$	0.012000	0.003800	± 0.003800
Total $\mathcal{B}(B^+ \rightarrow c \ell \nu)$	0.104000	0.110400	$\pm$ 0.001800
$\mathcal{B}(B^+ \rightarrow \pi \ell \nu)$	0.000090	0.000072	± 0.000012
$\mathcal{B}(B^+ \rightarrow \eta \ell \nu)$	0.000030	0.000084	± 0.000036
$\mathcal{B}(B^+ \rightarrow \eta' \ell \nu)$	0.000060	0.000084	± 0.000084
$\mathcal{B}(B^+ \rightarrow \rho \ell \nu)$	0.000130	0.000145	± 0.000041
$\mathcal{B}(B^+ \rightarrow \omega \ell \nu)$	0.000130	0.000145	± 0.000054
$\mathcal{B}(B^+ \rightarrow other - X_u \ell \nu)$	0.000290	0.000000	$+0.000290/-0.0$
$\mathcal{B}(B^+ \rightarrow non - res \ u \ell \nu)$	0.001365	0.001790	± 0.001790
Total $\mathcal{B}(B^+ \rightarrow u \ell \nu)$	0.002095	0.002320	$\pm$ 0.000550
$\mathcal{B}(D^+ \rightarrow X e)$	0.1699	0.1720	± 0.0190
$\mathcal{B}(D^+ \rightarrow X \mu)$	0.1656	0.1760	± 0.0200
$\mathcal{B}(D^0 \rightarrow X e)$	0.0677	0.0671	± 0.0029
$\mathcal{B}(D^0 \rightarrow X \mu)$	0.0656	0.0671	± 0.0029
$\mathcal{B}(D^\pm \rightarrow K_L^0 X)$	0.61	0.61	± 0.08
$\mathcal{B}(D^0 \rightarrow K_L^0 X)$	0.42	0.42	± 0.05
$\mathcal{B}(D_s \rightarrow K_L^0 X)$	0.39	0.39	± 0.28

TAB. 3.9 – Branching fractions used in the SP5/6 MC simulation and in this analysis. The central values and uncertainties were taken from Ref. ^[123] and Ref. ^[124], except for the $\mathcal{B}(B^+ \rightarrow \omega \ell \nu)$ uncertainty taken from Ref. ^[39] and the $\mathcal{B}(\Upsilon(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0)$, $D \rightarrow e/\mu X$ and $D \rightarrow K_L^0 X$ uncertainties taken from Ref. ^[4]. The quoted uncertainties were used to estimate the systematic uncertainties (see. Sect. 3.6.2.1).

in Table 3.9 and on the inclusive $b \rightarrow u$ Shape Function parameters : $a=1.33$ and $m_b=4.6586 \text{ GeV}/c^2$ ^[128,129]. The deFazio-Kagan-Neubert scheme parameters (a, m_b) used by the HybridMC weighting tool are obtained from the kinetic scheme parameters $(\bar{A}, \lambda_1)$ given in Ref. ^[129] by the relations :

$$a = \frac{3\bar{A}^2}{\mu_\pi^2} - 1 = -\frac{3\bar{A}^2}{\lambda_1} - 1; \quad (3.33)$$

$$m_b = m_B - \bar{A}. \quad (3.34)$$

3.5.2.4 Particle identification

As mentioned in Sect. 3.3.2.2, we are using *BABAR*'s standard PidLHElectrons, muNNTight and piLHLoose selections to identify the signal's lepton and pion. We take into account the fact that PID efficiencies and fake rates are different in data and MC by applying the standard *PID-weighting* procedure described in Ref. ^[130]. Following that procedure, the appropriate weights and their statistical uncertainty were taken from the conditions database while producing ntuples with the *BABAR* Framework release. After a random variation of the individual weights, track by track, within a gaussian standard deviation delimited by their statistical uncertainty, we apply the weight $w \equiv w_{lepton_PID} \cdot w_{pion_PID}$ to the combined $(\pi + \ell)$ signal candidates yields.

3.5.2.5 Tracking efficiency

This analysis depends on the tracking efficiency in two ways. On one hand, the probability of finding the signal's lepton and pion depends directly on the tracking efficiency. On the other hand, we are using several full-event reconstruction quantities, namely : ΔE , m_{ES} , θ_{miss} , the event's number of tracks, $(\vec{p}_{tot} \cdot \hat{z})/E_{tot}$, M_{miss}^2 , $\cos \theta_{thrust}$, Bhabha veto and γ conversion veto (see Sect. 3.3.2) which require summing over all charged tracks in an event and thus depend on the tracking efficiency.

To reconstruct the signal lepton and pion, we use *BABAR*'s standard Good

Tracks Loose selections (see Sect. 3.3.2.2). We account for the fact that the track-finding efficiency is different in data and MC by applying the standard binned weighting procedure described in Ref. ^[131]. Following that procedure, the appropriate weights and their statistical uncertainty were taken from the conditions database while producing ntuples with the *BABAR* Framework release. After a random variation of the individual weights, track by track, within a gaussian standard deviation delimited by their statistical uncertainty, we apply the weight $w \equiv w_{lepton_trk} \cdot w_{pion_trk}$ to the combined $(\pi + \ell)$ signal candidates yields.

For the full-event reconstruction quantities, we use *BABAR*'s standard Good Tracks Very Loose selections. In this case, we cannot apply a weighting procedure. Instead, we kill 0.5% of the (GTVL) tracks, regardless of their direction or momentum, following the procedure given in Ref. ^[131].

3.5.2.6 EMC efficiency

The neutral candidates (EMC bumps not associated with a charged track) are not directly used in the reconstruction of the signal $(\pi + \ell)$ candidates. We are however using the CalorNeutral candidates for the reconstruction of full-event quantities, namely : ΔE , m_{ES} , θ_{miss} , $(\vec{p}_{tot} \cdot \hat{z})/E_{tot}$, M_{miss}^2 , $\cos \theta_{thrust}$, Bhabha veto and γ conversion veto (see Sect. 3.3.2). In this case, three distinct parameters need to be corrected : the photon efficiency, the K_L^0 efficiency and the K_L^0 energy deposit.

Following the procedure described in Ref. ^[22], we first consider the candidates that are truth-matched to a K_L^0 and apply killing to them. The level of killing varies between 0% and 27%, depending on the true K_L^0 momentum. In addition, the energy deposited by a K_L^0 in the EMC is corrected with scale factors varying between 1.014 and 1.223, depending on the true K_L^0 momentum.

If the neutral candidate's truth-matching does not point to a K_L^0 , we apply a different killing of 0.7% to candidates with reconstructed momentum greater than 1 GeV/c, and no killing to candidates with momentum lower than 1 GeV/c, as described in Ref. ^[132]. No correction is applied to neutrons efficiency in the central configuration.

3.5.2.7 Continuum data

The continuum data are modeled with generic $u\bar{u}/d\bar{d}/s\bar{s}/c\bar{c}$ and $\tau^+\tau^-$ simulated events from both SP5/6 and SP8. We use the additional SP8 continuum events to benefit from the increased MC statistics, which are about ten times smaller in the continuum MC than in the $B\bar{B}$ MC after the analysis selections. This procedure is justified for the continuum because the ΔE , m_{ES} and $\tilde{q}^2$ distributions obtained in SP5/6 are similar to those obtained in SP8, as can be seen in Fig. 3.17 (left column).

In addition, we are using the off-resonance data to compute corrections to the simulated continuum events and to check that the simulation of the continuum is otherwise accurate. To improve the statistical precision of these continuum corrections and checks, we are using the combination of the runs 1-4 (R16c) and run5 (R18b) off-resonance data. Again, this procedure is justified by the fact that run5 and runs 1-4 off-resonance data have similar ΔE , m_{ES} and $\tilde{q}^2$ distributions, as can be seen in Fig. 3.17 (left column). The corrections to the yields and $\tilde{q}^2$ spectrum of the simulated continuum events described below are obtained from the distributions shown in Fig. 3.16. As can be seen, there is a significant data/MC disagreement of the continuum yields in the electron channel. Otherwise, the data/MC agreement of the continuum yields in the muon channel as well as of the ΔE , m_{ES} and $\tilde{q}^2$ shapes in both lepton channels is generally excellent.

After the analysis selections, the off-resonance data yield is 1216 events. This is not a large number compared to the 408 ($\Delta E, m_{\text{ES}}, \tilde{q}^2$) 3D bins used in the nominal fit. The continuum MC yield is 22880 events, almost 20 times more. Therefore, it is much more advantageous to use the continuum MC than the off-resonance data to get the fit PDF of the continuum. However, when used as 1D spectrum (e.g. to compute $\tilde{q}^2$ corrections), the off-resonance data are an ideal control sample for the continuum.

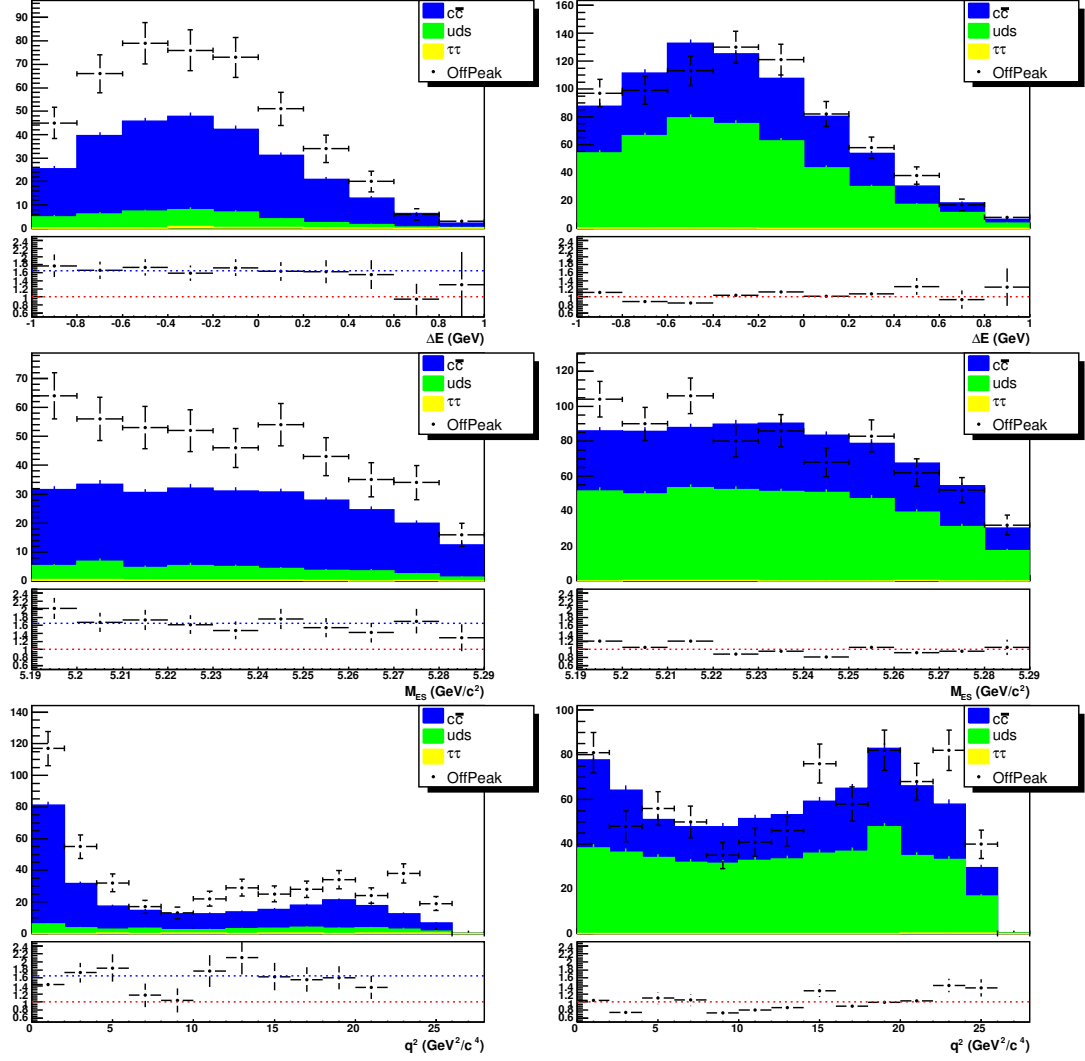


FIG. 3.16 – Comparison of the ΔE , m_{ES} and $\tilde{q}^2$ distributions obtained in the off-resonance data and simulated continuum, separately for electrons (left) and muons (right). All the analysis cuts and MC corrections have been applied except for the yields and $\tilde{q}^2$ spectrum shape corrections of the simulated continuum. The data/MC agreement is excellent for muons. For electrons, there is a global deficit of simulated events, with an average data/MC ratio of 1.65 illustrated by the blue dashed line. This deficit comes from radiative Bhabha and two-photon fusion events which are not part of the continuum simulation. The shapes of the ΔE , m_{ES} and $\tilde{q}^2$ distributions are however very similar in data and MC.

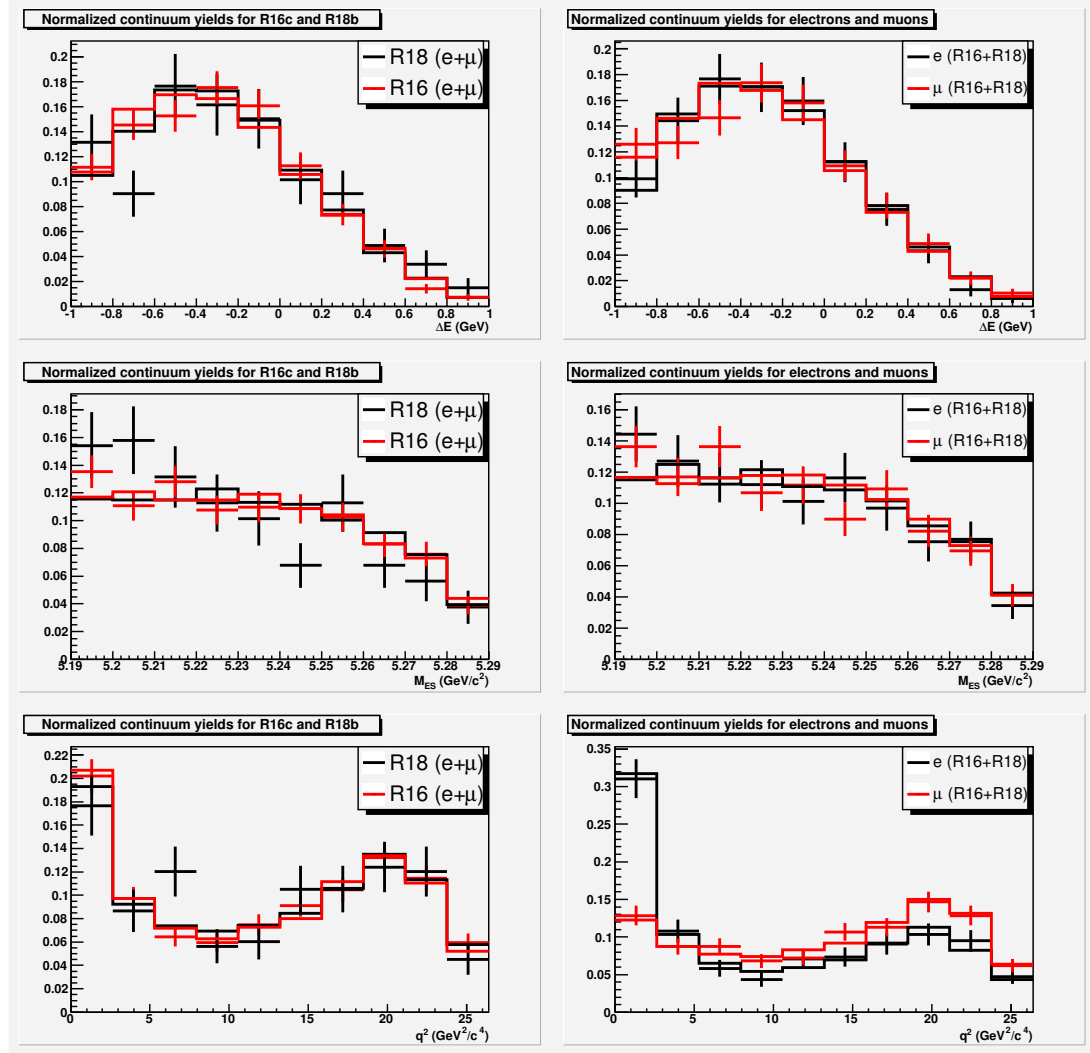


FIG. 3.17 – Continuum yields normalized to an area of one in the R16c and R18b datasets, for electrons and muons. All the cuts and MC corrections have been applied. The histograms represent the MC simulation. The off-resonance data are represented by crosses. The R16 data and MC samples include runs 1-4. The R18 MC sample includes runs 1-5, but the illustrated R18 off-resonance data only includes run 5.

Total yield

The total yields of the continuum MC are corrected separately for the electron and muon channels, using the off-resonance data control sample.

In the electron channel, the off-resonance data yield after all the analysis selection is 453 ± 21 while it is 274.5 ± 3.8 in the continuum MC (scaled to the luminosity of the off-resonance data). Thus, we apply a constant weight :

$$w_{el_cont} = \frac{453 \pm 21}{274.5 \pm 3.8} = 1.65(\pm 0.08) \quad (3.35)$$

to all the $B^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu$ candidates of the continuum MC.

In the muon channel, the off-resonance data yield after all the analysis selection is 763 ± 27 while it is 754.0 ± 6.8 in the continuum MC. Thus, we apply a constant weight :

$$w_{\mu_cont} = \frac{763 \pm 27}{754.0 \pm 6.8} = 1.01(\pm 0.04) \quad (3.36)$$

to all the $B^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \nu$ candidates of the continuum MC.

The uncertainties on w_{el_cont} and w_{μ_cont} are not used for the central configuration of the simulation.

$\tilde{q}^2$ spectrum shape

Unlike the other backgrounds, the $\tilde{q}^2$ shape of the continuum is fixed in the nominal fit. However, we do not have to rely on the accuracy of the MC predictions to determine the $\tilde{q}^2$ shape of the continuum since it can be obtained from the off-resonance data control sample (with a statistical precision of $\sim 10\%$ in each $\tilde{q}^2$ bin). Therefore, the $\tilde{q}^2$ shape of the continuum MC is corrected by its ratio with the off-resonance data. When comparing the $\tilde{q}^2$ spectra obtained with off-resonance data to the generic $u\bar{u}/d\bar{d}/s\bar{s}/c\bar{c}$ and $\tau^+\tau^-$ simulation, we observe that the simulated $\tilde{q}^2$ spectrum does not reproduce the data very well towards high values of $\tilde{q}^2$ (see Figs. 3.16 and 3.21).

To get a $\tilde{q}^2$ correction that is smoother and usable with varying number of $\tilde{q}^2$ bins, we do not directly use the binned data/MC ratio as the correction. Instead, we fit it with a third order polynomial function illustrated in Fig. 3.21. We apply a weight³⁰ :

$$w_q = 0.949 - 0.00819 \cdot \tilde{q}^2 - 0.000719 \cdot \tilde{q}^4 + 0.0000742 \cdot \tilde{q}^6 \quad (3.37)$$

to all the $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ candidates of the continuum MC.

The w_q weight function is obtained from the sum of the electron and muon channels, and applied similarly to both channels. This procedure is justified since the data/MC ratios of $\tilde{q}^2$ are similar in both channels after the total yield correction. The data/MC agreement of $\tilde{q}^2$ is excellent in both e and μ after applying w_q , as can be seen in Fig. 3.17 (right column).

We note that using 1D corrections of the backgrounds' $\tilde{q}^2$ shape is perfectly valid, indeed advisable, because the nominal fit only uses ΔE - m_{ES} 2D histograms as PDF in which the background $\tilde{q}^2$ bins are combined (see Sect. 3.4). However, no correction is applied to ΔE and m_{ES} in the central configuration since they would need to be corrected by 2D functions, which is technically challenging.

³⁰In the following relation, $\tilde{q}^2$ is given in units of GeV^2/c^4 .

3.6 Systematic uncertainties

There are various sources of systematic uncertainties in this analysis. Most of them arise from differences between the data and the MC simulation since the analysis relies on their comparison to obtain the signal efficiency of the cuts, the signal q^2 -unfolding matrix, as well as the shape of the ΔE - m_{ES} PDFs used in the signal extraction fit. These uncertainties are given by the variations of the partial BF values when the data are re-analyzed with different simulation parameters. For all the uncertainties³¹, we generated at least one hundred MC samples in which some simulation parameters were varied according to a gaussian standard deviation. When it involved modified tracks or neutrals killing level, this process was performed from reduced ntuples for which no killing-dependent cut was pre-applied (see Table 3.2, Sect. 3.3.2). Otherwise, when only the weights were varied, the generation of MC samples was performed from extra-reduced ntuples where all the analysis cuts were pre-applied. To account for all possible effects, the entire analysis was repeated for each sample : modified signal efficiency, q^2 -unfolding matrices and ΔE - m_{ES} PDFs were built, and new $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal extraction fits were performed. The standard deviation of the resulting BF distributions yield the systematic uncertainties.

From the results of these repeated measurements, we also built two-dimensional $\Delta\mathcal{B}(q_i^2)$ vs. $\Delta\mathcal{B}(q_j^2)$ distributions for all the $q_i^2 - q_j^2$ combinations. We computed the linear correlation coefficient in each of these distributions to derive the covariance matrix of the $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ measurements for each source of systematic uncertainty. We obtained the total covariance matrix by summing all the individual covariance matrices.

In the remaining of Sect. 3.6, we explain *how* each systematic uncertainty is estimated. The numerical values of the systematic uncertainties are presented in Sect. 3.7.

³¹The unique exception is FSR where only one sample has been generated (see Sect. 3.6.2.4).

3.6.1 Detector simulation

The interactions of charged and neutral particles with the *BABAR* detector were very carefully simulated with Geant4 ^[133] in *BABAR*'s standard simulation productions. However, the simulation of the detector is not perfect. The effects of modifying the detector simulation within the range recommended by the experts were carefully investigated.

3.6.1.1 PID and tracking efficiency of Y candidates

The PID and tracking probabilities used in the reconstruction of a $(\pi + \ell)$ candidate are corrected with weights in the MC simulation, as described in Sect. 3.5.2.4 and 3.5.2.5. These weights have systematic uncertainties that arise from the differences between the PID control samples and the sample used in this analysis. These systematic uncertainties are assumed to be fully correlated between all tracks. Their values are given in Table 3.10 for PID ^[134] and tracking efficiency ^[131]. For electrons and muons, the systematic uncertainty of the weights is increased for fake electron/muon candidates.

	weights' systematic uncertainties
electron ID	0.8% / 50%
muon ID	2.2% / 5%
charged pion ID	0.2%
GTL, $p_T < 0.2$ GeV/ c	0.8%
GTL, $p_T > 0.2$ GeV/ c	0.6%

TAB. 3.10 – Correlated systematic uncertainties of the PID and tracking efficiency weights. For electron/muon ID, the first number applies to real electron/muon and the second to fake ones.

The effects of wrong PID and tracking efficiencies have been evaluated by generating one hundred MC samples in which the mean values of the PID and tracking efficiency weights (determined using the procedure described in Sect. 3.5.2.4 and 3.5.2.5) were varied from sample to sample with a gaussian standard deviation given by the systematic uncertainties quoted in Table 3.10. The full analysis was

performed on all hundred samples. The standard deviation of the resulting BF distributions yield the systematic uncertainties.

3.6.1.2 Full-event reconstruction

The corrections to the simulation of the EMC and tracking efficiency take the form of tracks and neutrals “killing” (described in Sect. 3.5.2.5 and 3.5.2.6) when the full-event quantities ΔE , m_{ES} , θ_{miss} , the event’s number of tracks, $(\vec{p}_{\text{tot}} \cdot \hat{z})/E_{\text{tot}}$, M_{miss}^2 , $\cos \theta_{\text{thrust}}$, Bhabha veto and γ conversion veto are involved. These corrections have associated systematic uncertainties, but their impact on the final results cannot be evaluated with the method described in Sect. 3.6.1.1 since it would sometimes lead to a *negative* level of killing. This is rather difficult to compensate since it requires adding a new track whose properties are ill-defined. The full-event reconstruction’s systematic uncertainties due to tracks/neutrals reconstruction efficiency are thus evaluated by generating at least one hundred MC samples³² in which the level of killing (given in Table 3.11) is randomly *increased*, sample by sample, according to a one-sided gaussian standard deviation. The full analysis was performed on all hundred samples. The results obtained with each sample are symmetrized to account for the fact that the level of killing is always increased but never decreased. Considering that the results R_s obtained with each sample differ from their central value by $\Delta R_s = R_s - R_{\text{ref}}$ (such that $R_s = R_{\text{ref}} + \Delta R_s$), the results are symmetrized by adding both R_s and a mirror entry $R'_s = R_{\text{ref}} - \Delta R_s$ to the distribution, for each sample. The standard deviation of the resulting partial BF distributions yield the systematic uncertainties. This procedure is done separately for tracking, γ and $(K_L^0 + \text{neutron})$, and the three resulting uncertainties are added in quadrature. Since there is no dedicated study of the neutron detection efficiency in *BABAR* so far, the uncertainty of the neutron efficiency has been conservatively chosen to be the largest data/MC deviation observed in the K_L^0 sample (27%) [22]. Note that the tracks killing procedure is not applied to the Y’s $\pi^\pm$ and $\ell^\mp$ tracks,

³²We used 150 samples for the track killing procedure, 250 samples for the photon killing procedure and 100 samples for the $(K_L^0 + \text{neutron})$ killing procedure.

as the tracking efficiency systematic effect of these two special tracks is already taken into account by a separate weighting procedure described in Sect. 3.6.1.1.

	default level of killing	systematic uncertainty
K_L^0	0% to 27%	$\pm 2\%$ to $\pm 25\%$
$\gamma, p < 1.0 \text{ GeV}/c$	0.0%	$\pm 1.8\%$
$\gamma, p > 1.0 \text{ GeV}/c$	0.7%	$\pm 0.7\%$
neutron	0%	$\pm 27\%$
GTVL, $p_T < 0.2 \text{ GeV}/c, \#trk \leq 5$	0.5%	$\pm 1.4\%$
GTVL, $p_T < 0.2 \text{ GeV}/c, \#trk > 5$	0.5%	$\pm 1.2\%$
GTVL, $p_T > 0.2 \text{ GeV}/c, \#trk \leq 5$	0.5%	$\pm 0.9\%$
GTVL, $p_T > 0.2 \text{ GeV}/c, \#trk > 5$	0.5%	$\pm 0.7\%$

TAB. 3.11 – Levels of tracks/neutrals killing and associated uncertainties. The level of K_L^0 killing and its associated uncertainty varies with the value of the true K_L^0 momentum.

The systematic uncertainties originating from full-event reconstruction are dominant in neutrino reconstruction analyses because the neutrino quality cuts tend to be correlated with ΔE and m_{ES} , and are very sensible to the details of the detector simulation, thereby introducing uncertainties both in the ΔE - m_{ES} PDF shape and in the signal efficiency. It was expected that the loose neutrino reconstruction technique would reduce the impact of these uncertainties because of the reduced impact of the neutrino quality cuts. Indeed, the tracking and photon efficiency uncertainties have been reduced in this analysis by 68% with respect to the previous *tight* neutrino reconstruction analysis³³ (*BABAR*’s improved tracks and neutrals reconstruction simulation in SP5/6 with respect to SP4 also contributed to the reduction of this uncertainty). The modest impact of full-event reconstruction detector uncertainties is illustrated by Fig. 3.18 and 3.19 which show that the ΔE and m_{ES} shape of the signal and backgrounds as well as their yields remain similar after the modification of the tracking or EMC efficiencies.

³³In Ref. [108], the “Track and Photon Reconstruction” systematic uncertainty on the total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ was 6.8%. It is reduced to 2.2% in this analysis.

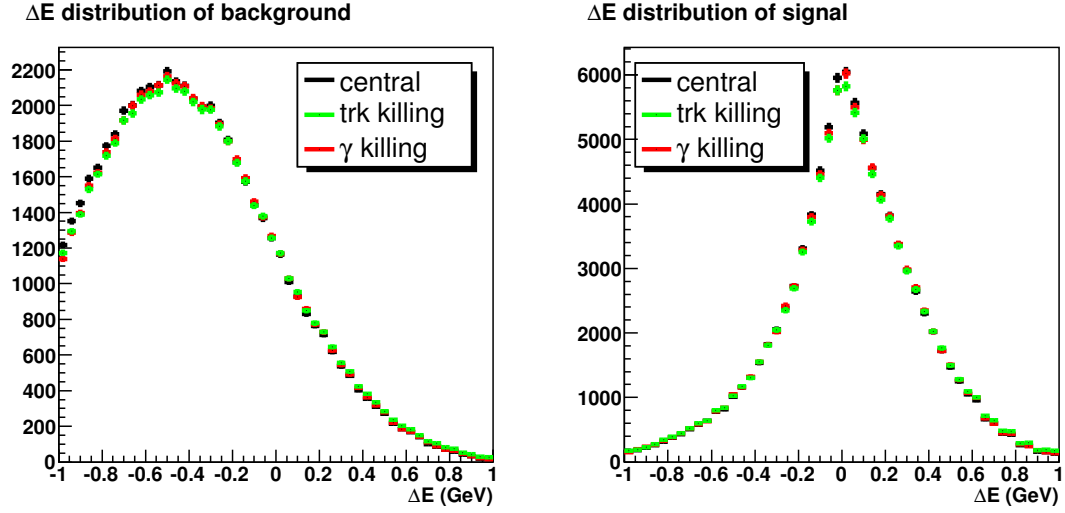


FIG. 3.18 – ΔE distributions for signal (right) and background (left). The ΔE distribution obtained with the central configuration (described in Sect. 3.5.2) is shown in black, the distribution obtained after applying an increased level of tracks' and photons' killing (described in Sect. 3.6.1.2) are shown in green and red respectively.

K_L^0 energy deposition

The energy deposited by a K_L^0 in the EMC is corrected with scale factors varying between 1.014 and 1.223, depending on the true K_L^0 momentum. We generated one hundred MC samples in which the K_L^0 energy scale factors are varied randomly, sample by sample, according to a gaussian standard deviation using the systematic uncertainties given in Ref. [22] (which also vary as a function of the true K_L^0 momentum). The full analysis was performed on all hundred samples. The standard deviation of the resulting BF's distributions yield the systematic uncertainties.

The systematic uncertainties due to K_L^0 energy deposition and K_L^0 and neutron efficiency were estimated together since they are both small and need the most CPU.

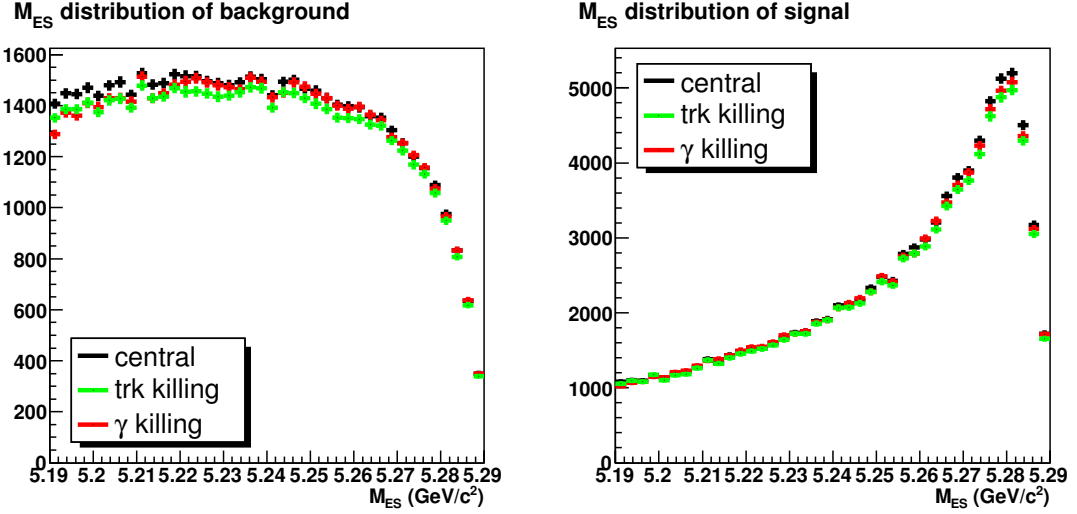


FIG. 3.19 – m_{ES} distributions for signal (right) and background (left). The m_{ES} distribution obtained with the central configuration (described in Sect. 3.5.2) is shown in black, the distribution obtained after applying an increased level of tracks' and photons' killing (described in Sect. 3.6.1.2) are shown in green and red respectively.

3.6.2 Physical properties of B and D mesons

In addition to the imperfect simulation of the detector, the generator-level input to the simulation also contains imprecisions which could lead to systematic uncertainties. We have estimated these uncertainties by varying the values of several branching fractions and form factors of B and D meson decays.

3.6.2.1 Branching fractions

We investigated the branching fractions of semileptonic B and D mesons decays, as well as those of the inclusive $D \rightarrow K_L^0 X$ and $\Upsilon(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0$ decays.

The effects of possibly unrealistic $b \rightarrow u\ell\nu$ branching fractions have been evaluated by generating one hundred MC samples in which all the individual exclusive $B \rightarrow X_u \ell \nu$ branching fractions were determined randomly³⁴, sample by sample, ac-

³⁴Note that the $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ BF was also modified. The signal efficiency is however recomputed for each MC sample.

cording to a gaussian distribution with standard deviation and mean values taken from the Table 3.9 (Sect. 3.5.2.1), with the constraint that the total $b \rightarrow u\ell\nu$ branching fraction remains within one standard deviation of its known value (also in Table 3.9). To preserve the value of the total $B \rightarrow X$ branching fraction in spite of the fact that the total $b \rightarrow u\ell\nu$ branching fraction is modified, all the non- $b \rightarrow u\ell\nu$ events are given a weight of $w = (1 - \text{New } \mathcal{B}(B \rightarrow X_u\ell\nu)) / (1 - \text{Original } \mathcal{B}(B \rightarrow X_u\ell\nu))$. The full analysis was performed on all hundred samples. The standard deviation of the resulting BF's distributions yield the systematic uncertainties. The same procedure was used for the $b \rightarrow c\ell\nu$, $D \rightarrow e$, $D \rightarrow \mu$, $D^0 \rightarrow K_L^0$, $D^\pm \rightarrow K_L^0$, $D_s \rightarrow K_L^0$ and $\Upsilon(4S) \rightarrow B^0\bar{B}^0$ branching fractions, always using the mean values and standard deviations of Table 3.9.

3.6.2.2 Form factors

We estimated the systematic uncertainties on the BF's and $f_+(q^2)$ shape parameters due to the form factor hypotheses of the $B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$, $B \rightarrow \rho\ell\nu$, $B \rightarrow D^*\ell\nu$ and $B \rightarrow D\ell\nu$ decays used in the simulation.

$B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$ form factors

The $f_+(q^2)$ normalization systematic effect has already been taken into account by the variation of the $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu)$ described in Sect. 3.6.2.1. For the $f_+(q^2)$ shape, the central results were obtained using the Becirevic-Kaidalov parametrization^[52] and the value of its parameter $\alpha = 0.530 \pm 0.064$ taken from Ref. ^[105]. We generated one hundred MC samples in which the values of the α parameter was determined randomly, sample by sample, according to a gaussian distribution with a mean of 0.530 and a standard deviation of 0.064. This procedure is justified since the uncertainty quoted in Ref. ^[105] for α includes rigorously estimated statistical and systematic errors. The full analysis was performed on all hundred samples. The standard deviation of the resulting BF's distributions yield the systematic uncertainties.

$B \rightarrow \rho \ell \nu$ form factors

For these form factors, we only considered the latest Light Cone Sum Rules calculation by Ball & Zwicky^[125], and ignored older and less reliable calculations. We generated one hundred MC samples in which the values of the three form factors $A1(q^2)$, $A2(q^2)$ and $V(q^2)$ were determined randomly, sample by sample, using the square-root method³⁵. The mean values of the form factors were taken from Ref.^[125]. Their uncertainties^[135] were 10% at $q^2 = 0$, with a linear increase towards higher q^2 values : $err = 0.1 + \frac{0.03}{14} \cdot q^2$. The full analysis was performed on all hundred samples. The standard deviation of the resulting BF's distributions yield the systematic uncertainties.

$B \rightarrow D^* \ell \nu$ form factors

In the central configuration, we used the central values of the $B \rightarrow D^* \ell \nu$ form factor parameters given in Ref.^[88] : $R1 = 1.40 \pm 0.075$, $R2 = 0.87 \pm 0.048$ and $\rho^2 = 0.79 \pm 0.076$. To estimate the systematic uncertainty due to the $B \rightarrow D^* \ell \nu$ form factors, we used the $R1$, $R2$ and ρ^2 uncertainties and correlations given in Ref.^[88] : $\sigma_{R1} = 0.075$, $\sigma_{R2} = 0.048$, $\sigma_{\rho^2} = 0.076$, $\eta_{R1-R2} = -0.77$, $\eta_{R1-\rho^2} = +0.60$ and $\eta_{R2-\rho^2} = -0.76$, and generated one hundred MC samples in which the values of the $R1$, $R2$ and ρ^2 parameters were determined randomly, sample by sample, using the square-root method³⁶. The full analysis was performed on all hundred samples. The standard deviation of the resulting BF's distributions yield the systematic uncertainties.

$B \rightarrow D \ell \nu$ form factors

³⁵See Sect. 3.6.3.2

³⁶See Sect. 3.6.3.2

In the central configuration, we used the World Average value of the ρ^2 parameter [39] using the CLN parametrization [126] : $\rho^2 = 1.17 \pm 0.18$. We generated one hundred MC samples in which the values of the ρ^2 parameter was determined randomly, sample by sample, according to a gaussian distribution with a mean of 1.17 and a standard deviation of 0.18. The full analysis was performed on all hundred samples. The standard deviation of the resulting BF's distributions yield the systematic uncertainties.

3.6.2.3 Non-resonant $b \rightarrow u\ell\nu$ decays

The Hybrid MC weights used for the simulation of non-resonant $b \rightarrow u\ell\nu$ events in our central configuration were computed according to the central BF values given in Table 3.9 and to the shape function parameters : $a=1.33$ and $m_b=4.6586$ GeV/ c^2 taken from Ref. [128,129]. To estimate the systematic uncertainty due to these heavy quark parameters, we generated one hundred MC samples in which the values of the a and m_b parameters were determined randomly, sample by sample, according to a two-dimensional gaussian distribution with standard deviation and mean values taken from Ref. [129], illustrated in Fig. 3.20. The full analysis was performed on all hundred samples. The standard deviation of the resulting BF's distributions yield the systematic uncertainties.

3.6.2.4 Final State Radiation

A fraction of the $B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$ decays subsequently emit Final State Radiation (FSR) to effectively become a $B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu n\gamma$ decay, where $n\gamma$ represents one or several FSR photon(s). This effect is simulated by the PHOTOS package [113,136], with a conservative uncertainty of 20% to its radiative corrections. FSR affects the kinematic of the $B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$ decay, including its q^2 spectrum, and generally lowers the signal selection efficiency. To estimate the systematic uncertainty due to FSR, we used a MC signal sample simulated with PHOTOS turned off (see Sect. 3.2). This No PHOTOS sample has been fully simulated using Moose, and skimmed and

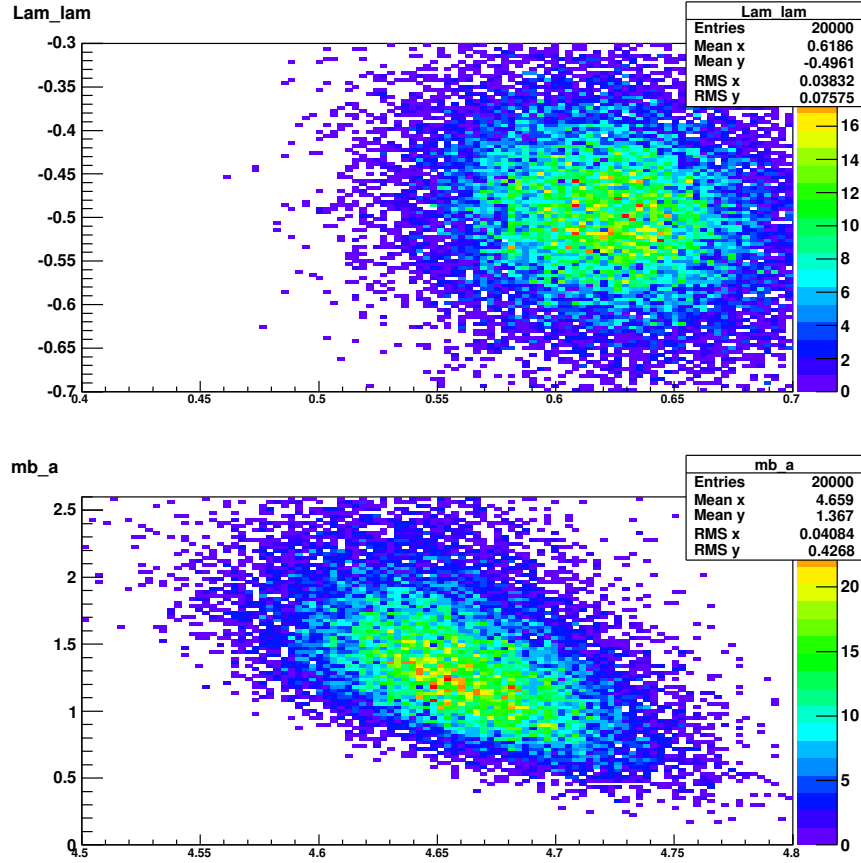


FIG. 3.20 – Two-dimensional gaussian distributions used to vary the heavy quark parameters used in the simulation of the non-resonant $b \rightarrow u\ell\nu$ decays. The (a, m_b) parameters (below) used by the HybridMC weighting tool are obtained from the $(\bar{\Lambda}, \lambda_1)$ parameters (above) given in Ref. ^[129] by the relations given in Sect. 3.5.2.3.

analyzed with the full event reconstruction and selection. The entire analysis has been repeated, using the NO PHOTOS sample to model the signal efficiency and the two-dimensional ΔE - m_{ES} PDF. We consider that 20% of the result's variation when PHOTOS is turned off is the systematic uncertainty due to FSR.

3.6.3 Modelling of the continuum data

As explained in Sect. 3.5.2.7, we are using the generic SP5/6 and SP8 $u\bar{u}/d\bar{d}/s\bar{s}/c\bar{c}$ and $\tau^+\tau^-$ events to model the continuum data. This procedure has the drawback that numerous type of events such as Bhabhas, dimuons or “two-photon fusion” are not simulated even though they are known to be present in the real continuum data. It is expected that all such non-simulated events are removed from the data sample after all the analysis cuts. Indeed some of the selections were designed explicitly for that purpose. However, there are evidences that a tiny fraction of the non-simulated events still survive the analysis selections in the electron channel, and it is very hard to estimate the effect of these unsimulated events from first principles. Fortunately, we dispose of a very good control sample for the continuum, the off-resonance data, from which we are able to rigorously estimate the systematic uncertainties with an empirical approach. The systematic uncertainties described below are derived from the distributions shown in Fig. 3.16 (Sect. 3.5.2.7).

3.6.3.1 Total yield

The yields of the continuum MC are corrected by applying weights to the continuum events. These weights are given by the ratios of the off-resonance data and the continuum MC yields after all selections, separately in the electron and muon channels. They are : $w_{el} = 1.65 \pm 0.08$ and $w_{\mu} = 1.01 \pm 0.04$ (see Sect. 3.5.2.7). In the central configuration, the central values of w_{el} and w_{μ} were used. To evaluate the systematic uncertainty due to the continuum yields, we generated one hundred MC samples in which w_{el} and w_{μ} were determined randomly, sample by sample, according to a gaussian distribution. The full analysis was performed on all hun-

dred samples. The standard deviation of the resulting BF's distributions yield the systematic uncertainties.

3.6.3.2 $\tilde{q}^2$ distribution

The $\tilde{q}^2$ spectrum of the continuum MC is corrected by applying weights to the continuum events. These weights are given by a third order polynomial function, w_q , whose parameters were determined by a fit to the ratio of the off-resonance data and continuum MC spectra after all selections (see Sect. 3.5.2.7). In the central configuration, the central values of the w_q parameters were used. To evaluate the systematic uncertainty due to the $\tilde{q}^2$ spectrum of the continuum, we used the covariance matrix of w_q given by the fitter, and generated one hundred MC samples in which the parameters of w_q were determined randomly, sample by sample, using the square-root method³⁷. The data/MC ratios as well as some of the random w_q functions are illustrated in Fig. 3.21. The full analysis was performed on all hundred samples. The standard deviation of the resulting BF's distributions yield the systematic uncertainties.

3.6.3.3 ΔE - m_{ES} distribution

No weights are applied to correct the ΔE - m_{ES} distribution of the continuum events in the central configuration (see Sect. 3.5.2.7). We estimated the systematic uncertainty due to the ΔE - m_{ES} distribution of the continuum events by distorting it with 1D linear weight functions : $w_{\Delta E}$ and $w_{m_{ES}}$. The systematic uncertainties due to ΔE and m_{ES} were estimated separately and added in quadrature.

The parameters of $w_{\Delta E}$ were determined by the fit of a linear function to the ratio of the off-resonance data to continuum MC spectra of ΔE . Both spectra were obtained after all selections and corrections. To prevent the fit results of being unreasonably affected by statistical fluctuations in the first or last bins, ΔE

³⁷The “square-root method” that we are using is defined in the method *RooFitResult : :randomizePars()* (V02-00-07) of the RooFit^[137] software. The Figs. 3.21, 3.22 and 3.23, which were produced using the same method, demonstrate that the method gives sensible results.

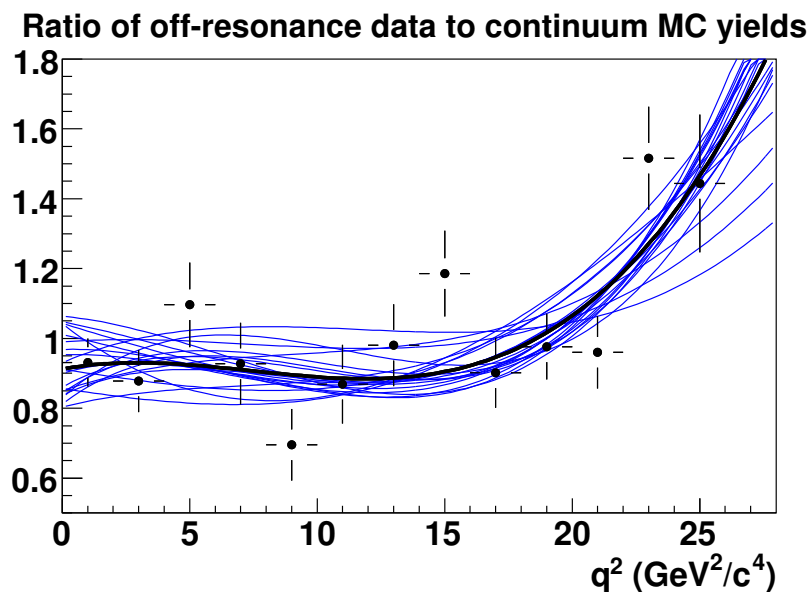


FIG. 3.21 – Ratio of off-resonance data to MC continuum yields as a function of $\tilde{q}^2$ once the data and MC yields have been each normalized to an area of one. The black curve is a third order polynomial having the central values of a fit of the ratio. This curve is used to reweight the simulated continuum events in the central configuration. The blue curves are 20 of the 100 curves randomly generated from the fitted parameters to estimate the systematic uncertainty resulting from the $\tilde{q}^2$ shape of the continuum. All the curves have the same integral. The data and MC distributions from which the ratio is taken are shown in Fig. 3.35 (Sect. 3.8.1.1).

was plotted with an extended range, while m_{ES} and all the other cuts kept their nominal value (so that the events selected in the fit region are exactly the same)³⁸. We generated one hundred MC samples in which the parameters of $w_{\Delta E}$ were determined randomly, sample by sample, using the square-root method and the covariance matrix given by the fit of the data/MC ratio of the ΔE spectra. The full analysis was performed on all hundred samples. The standard deviation of the resulting BF distributions yield the systematic uncertainties. The same procedure was repeated with $w_{m_{\text{ES}}}$.

The data/MC ratios used as well as some of the $w_{\Delta E}$ and $w_{m_{\text{ES}}}$ functions are illustrated in Figs. 3.22 and 3.23.

3.6.4 Fit bias

The procedure described in Sect. 3.7.1.2 was used to obtain 1000 TOY data and MC samples from which 1000 values of the partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$, the total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu)$ and the $f_+(q^2)$ parameters α and δ were obtained. The deviation of the mean results from their generated value gives the systematic uncertainty due to the fit bias. The values of the total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu)$ and α_{BK} are shown in Fig. 3.24. The corresponding pull distributions of the total $B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$ yield and α_{BK} are shown in Fig. 3.25. The pull distributions of the signal yields for $q^2 < 16 \text{ GeV}^2/c^4$ and $q^2 > 16 \text{ GeV}^2/c^4$ are shown together with the total yield in Fig. 3.26. The pull distributions of the 19 signal and background fit parameters are shown in Fig. 3.27. No significant bias is observed for any of the signal extraction fit parameters, including α_{BK} . No significant bias is observed for the total and partial $B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$ BFs, while the width of their pull distributions indicate that their statistical uncertainties are correctly estimated by the fitter. Consequently, we assign no systematic error due to the fit machinery.

³⁸This effect was mainly important when polynomial functions of higher order were tried to fit the data/MC ratios of ΔE or m_{ES} . These higher order functions were eventually abandoned since their associated covariance matrix were not reliable, while linear functions described the observed shape very well.

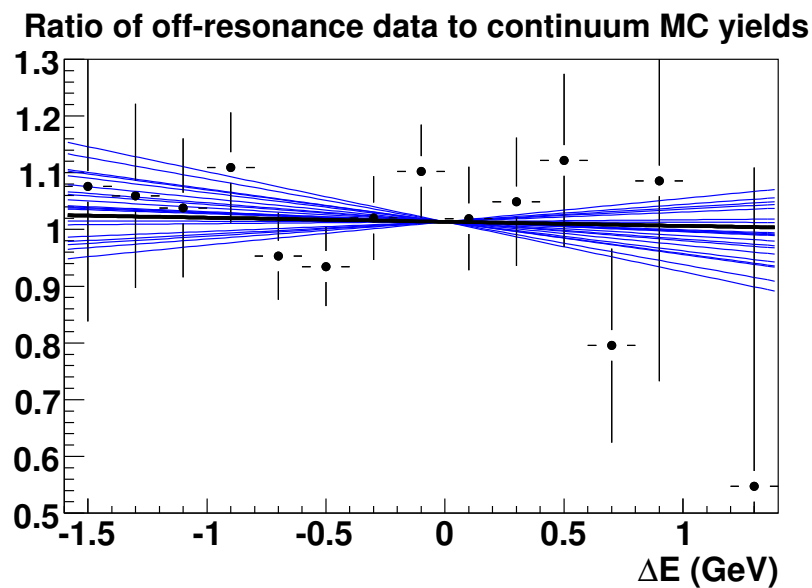


FIG. 3.22 – Ratio of off-resonance data to MC continuum yields as a function of ΔE once the data and MC yields have been each normalized to an area of one. The black curve is a linear function having the central values of a fit of the ratio. The blue curves are 20 of the 100 curves randomly generated from the fitted parameters to estimate the systematic uncertainty resulting from the ΔE shape of the continuum. All the curves have the same integral. The data and MC distributions from which the ratio is taken are shown in Fig. 3.35 (Sect. 3.8.1.1).

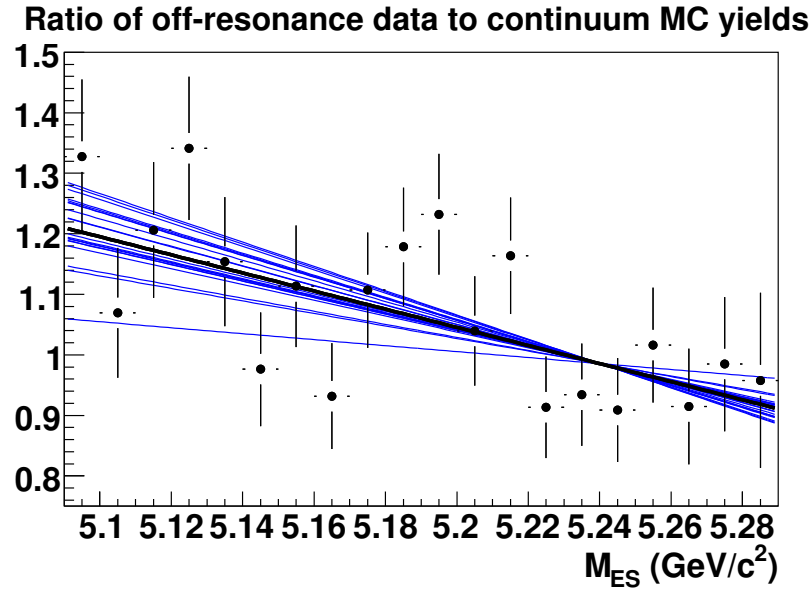


FIG. 3.23 – Ratio of off-resonance data to MC continuum yields as a function of m_{ES} once the data and MC yields have been each normalized to an area of one. The black curve is a linear function having the central values of a fit of the ratio. The blue curves are 20 of the 100 curves randomly generated from the fitted parameters to estimate the systematic uncertainty resulting from the m_{ES} shape of the continuum. All the curves have the same integral. The data and MC distributions from which the ratio is taken are shown in Fig. 3.35 (Sect. 3.8.1.1).

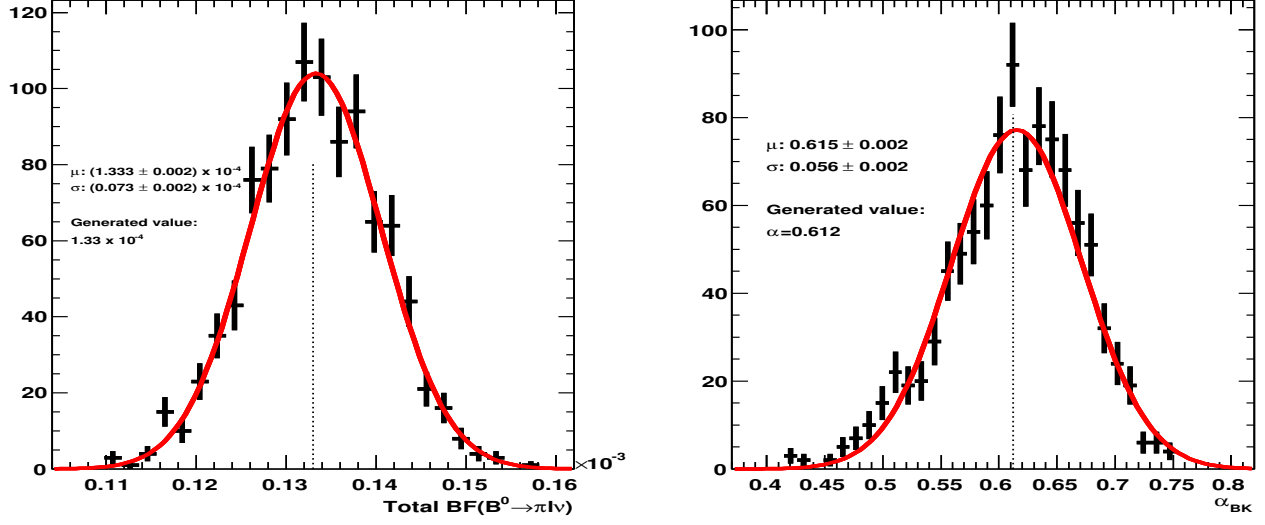


FIG. 3.24 – Values of the total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ (left) and α_{BK} (right) obtained from 1000 statistically independent TOY samples.

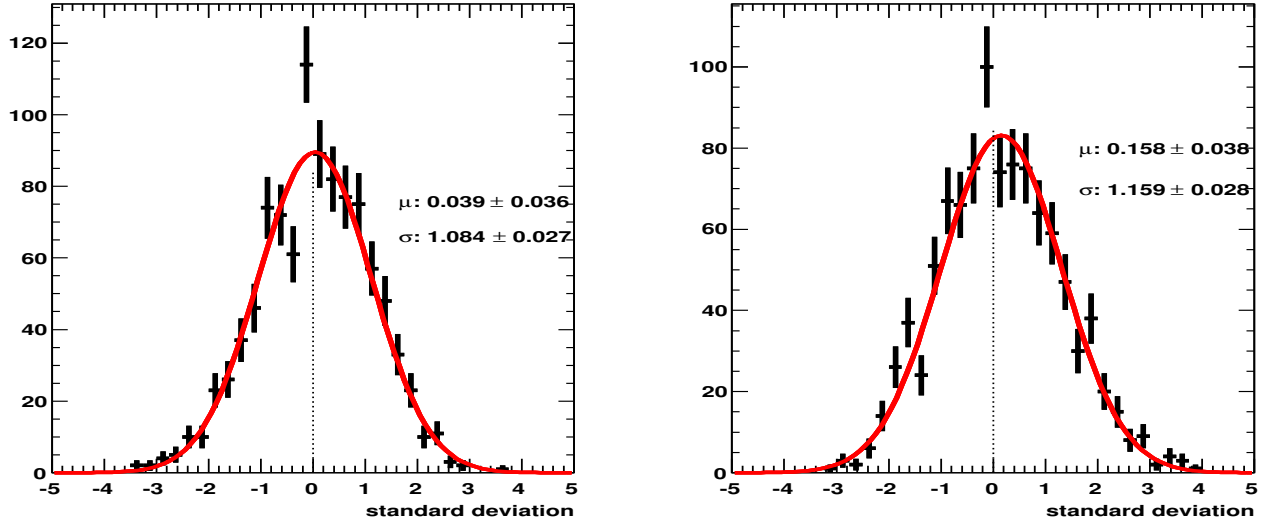


FIG. 3.25 – Pull distributions of the total $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ yield (left) and α_{BK} (right) obtained from 1000 statistically independent TOY samples. The yield is shown instead of the BF to isolate the fit effects from potential efficiency or q^2 -unfolding effects.

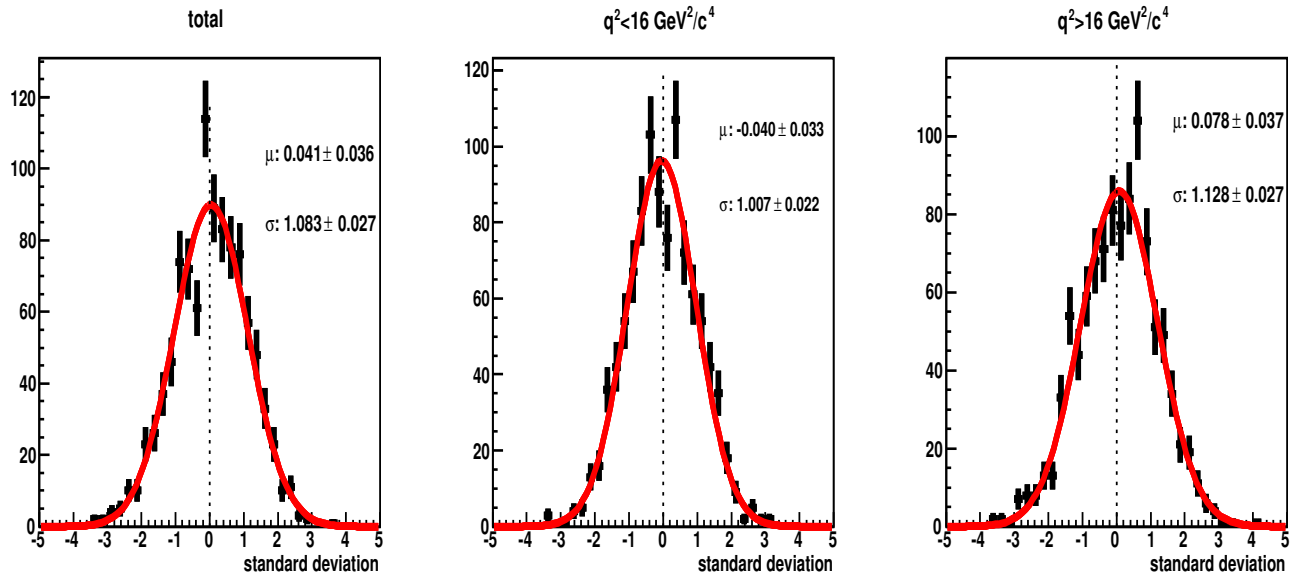


FIG. 3.26 – Pull distributions of the $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ yields obtained from 1000 statistically independent TOY samples for the total $\tilde{q}^2$ range, $\tilde{q}^2 < 16 \text{ GeV}^2/c^4$ and $\tilde{q}^2 > 16 \text{ GeV}^2/c^4$. The yield is shown instead of the BF to isolate the fit effects from potential efficiency or q^2 -unfolding effects.

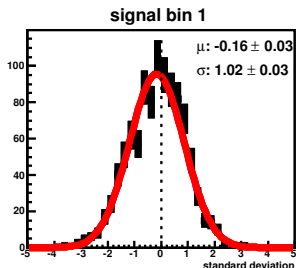
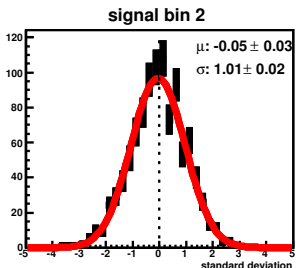
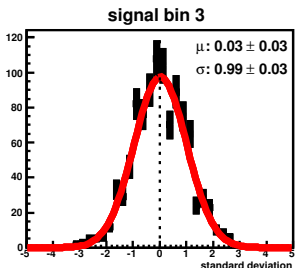
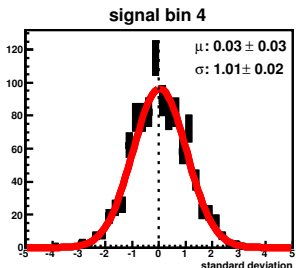
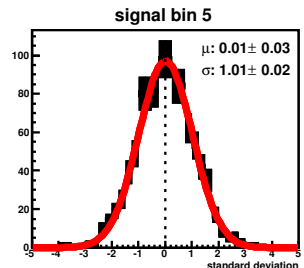
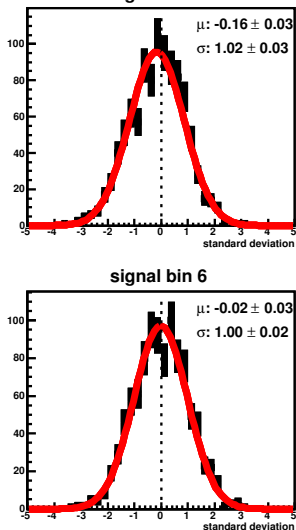
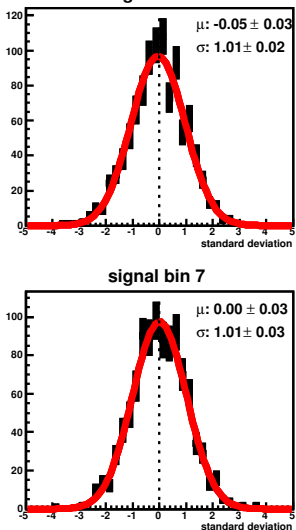
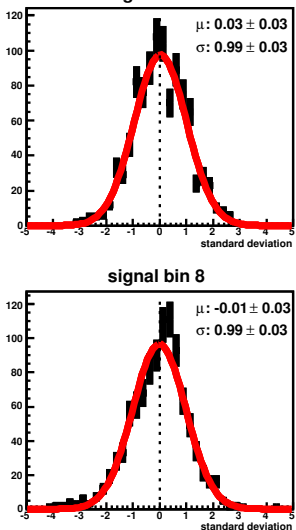
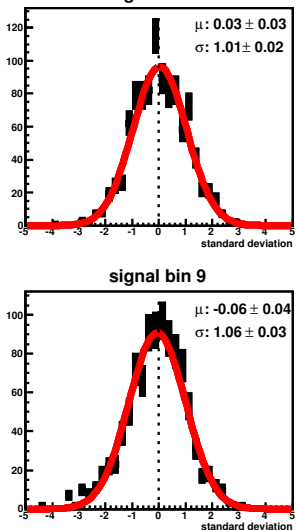
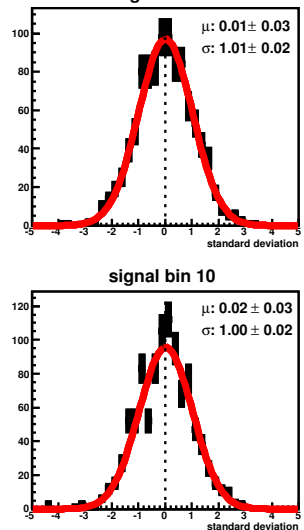
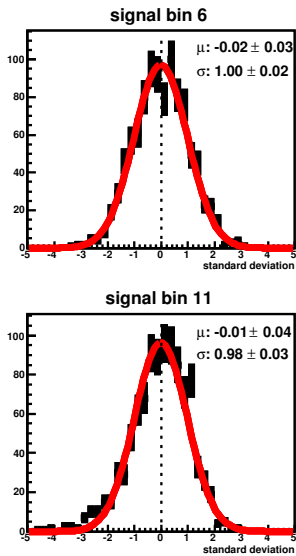
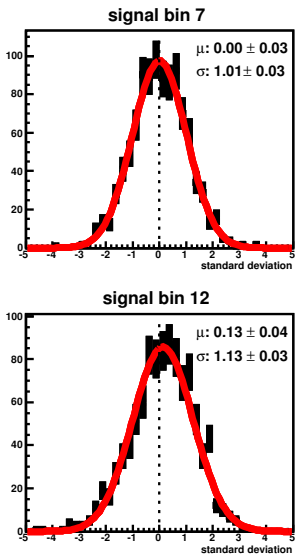
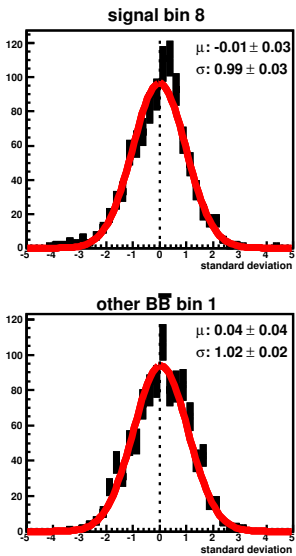
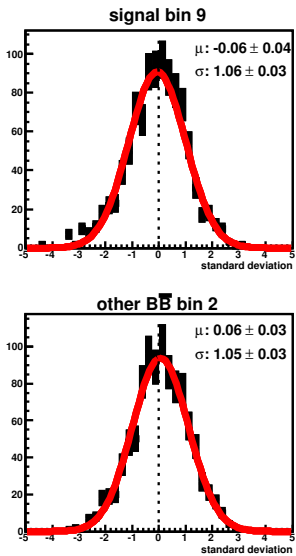
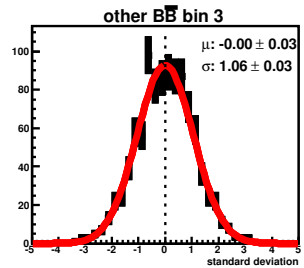
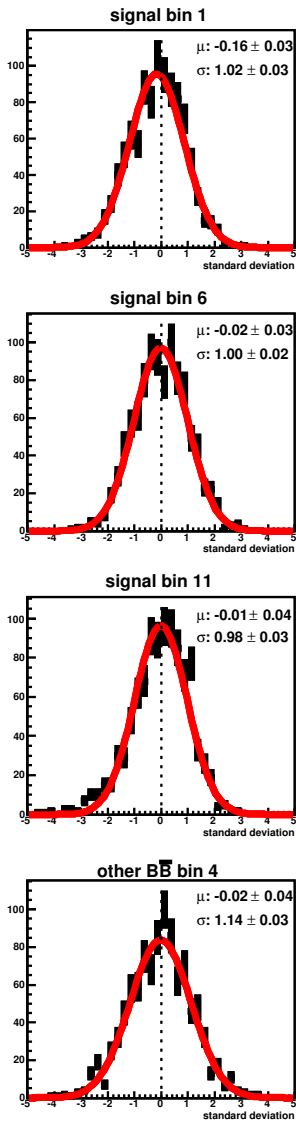
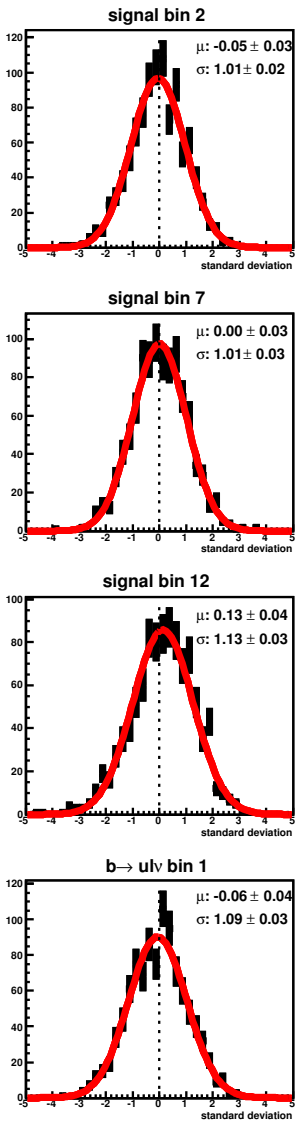
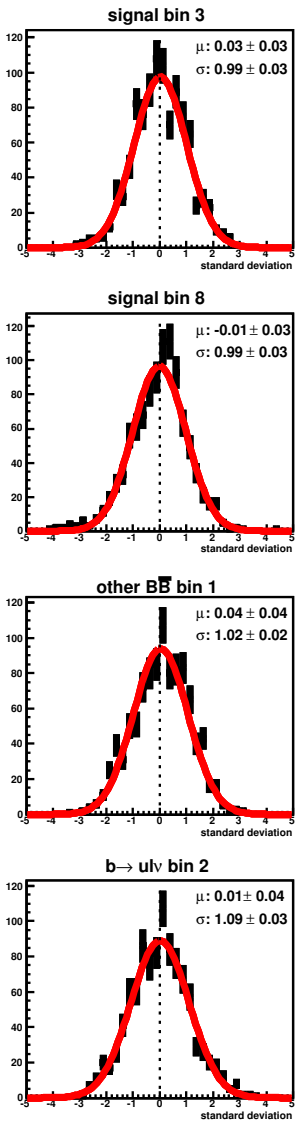
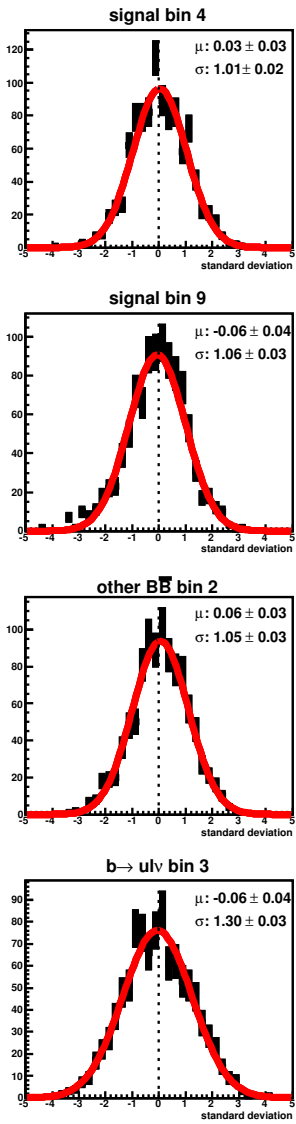
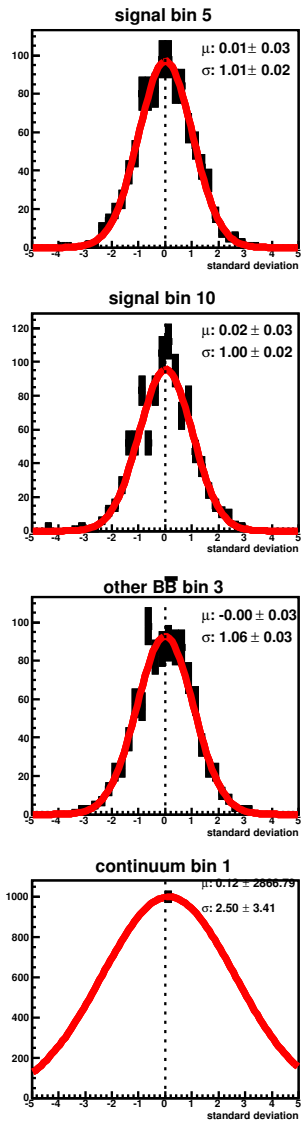


FIG. 3.27 – Pull distributions of all the fitted yields obtained from 1000 statistically independent TOY samples. The continuum yield is fixed in the fit.

3.6.5 Signal Monte Carlo statistics

The systematic uncertainty due to the limited statistics of the signal Monte Carlo sample used to compute the signal detector response matrix and the signal efficiency in bins of q^2 (see Sect. 3.3.5 and 3.3.6) is evaluated by generating 200 TOY signal MC samples in which N_{rt} and N_t^0 (from Eq. 3.3 and 3.7) have been varied randomly according to a gaussian standard deviation. We computed the B matrix given by Eq. 3.10 in each sample. Always using the central value of the measured yields, we computed the partial and total branching fractions with each B matrix. The standard deviation of the resulting BF's distributions yield the systematic uncertainties due to the MC statistics.

We are forced to use this procedure because the numerical inversion of the signal detector response matrix prevent us from using the usual analytic uncertainty propagation formula to interpret the known N_{rt} and N_t^0 statistical uncertainties in terms of the branching fraction uncertainties.

3.7 Results

The actual results of the analysis are presented in this section. They are the total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$, the unfolded $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ spectrum and its statistical and systematic covariance matrices, as well as the corresponding $|V_{ub}f_+(0)|$ constant and $f_+(q^2)$ shape parameters.

To check our procedure, optimize our cuts and make verifiable predictions, we first kept the analysis blind and extracted all the desired results using only the simulation. The procedure used to extract these MC-based results is described in Sect. 3.7.1, while the actual MC-based results are given in Sect. 3.7.2. The procedure used to extract the real results is then described in Sect. 3.7.3, and the real results are given in Sect. 3.7.4.

All results are obtained using the general analysis method described in Sect. 3.3 and 3.4. The central values of the results are all obtained by analyzing the data with the PDFs established with the central configuration of the simulation parameters described in Sect. 3.5.2. The systematic uncertainties are then derived from the variation of the results obtained by re-analyzing the same data with modified PDFs, as described in Sect. 3.6.

3.7.1 Special procedure for MC-based results

The high yields and low signal purity resulting from the use of the loose neutrino reconstruction technique mean that the systematic uncertainties are not expected to be small compared to the statistical uncertainties. Thus, both the statistical and the systematic uncertainties need to be minimized when the parameters of the analysis such as the values of the cuts, the number of free parameter in the fit, the boundaries of the fit region, and the number of $\tilde{q}^2$ and $\Delta E - m_{\text{ES}}$ bins are optimized. A detailed MC-based study was thus performed to evaluate the statistical and systematic uncertainties before unblinding the analysis. This study requires the generation of TOY Monte Carlo samples on which the entire analysis was performed as it would with the real data, following the procedure described in Sect. 3.7.1.1 to

3.7.1.3. The final results and uncertainties obtained by the analysis of the TOY data samples with optimized parameters are presented in Sect. 3.7.2, hence establishing verifiable predictions that can be compared to the real results after the analysis is unblinded.

3.7.1.1 Generation of TOY data samples

Generating realistic TOY data samples is not straightforward for this analysis. As a first step, realistic PDFs are needed to generate these TOY samples. Analytic PDFs are not available for this purpose (see Sect. 3.4). The needed realistic PDFs are thus obtained by using the ΔE - m_{ES} histogrammed distributions given by the full Monte Carlo simulation for the different $\tilde{q}^2$ intervals. However, these MC histograms are already used as fit PDF. The generation of TOY data samples that are statistically independent from the used histogrammed PDF hence represent a special problem. In addition, the generator distributions need to be sufficiently smooth to fulfill the assumptions made in the fitting algorithm.

To overcome these problems, we are using the combination of the SP5/6 and SP8 generic $B\bar{B}$ events to obtain the ΔE - m_{ES} histogrammed distributions used to generate the $b \rightarrow u\ell\nu$ and other $B\bar{B}$ background parts of the TOY data. This makes the statistics of the generator histograms roughly ~ 9 times higher than the data and twice higher than the regular histogrammed PDFs. For the continuum, which has the lowest available statistics, the SP5/6 and SP8 events are already used for the regular histogrammed PDFs. We are therefore using a special continuum sample in which three of the analysis cuts are relaxed³⁹ to increase the statistics by a factor of ~ 5 . The $\tilde{q}^2$ distribution of the special sample is corrected with a 6th order polynomial weight function, after which the $\tilde{q}^2$, ΔE and m_{ES} distributions all look very similar to the regular continuum distributions. Nothing special is done for the signal whose SP5/6 luminosity is already ~ 20 times higher than in data.

³⁹This special continuum sample is obtained by relaxing the $\cos\theta_{\text{thrust}}$ and $\cos\theta_\ell$ cuts to $\cos\theta_{\text{thrust}} < 0.85$ and $\cos\theta_\ell > -0.8$, and by not making the best couple selection (see Sect. 3.3.2 for the regular selections).

The ΔE - m_{ES} histogrammed distributions obtained from the MC samples with increased statistics were used to generate 1000 realistic TOY data samples in 12 $\tilde{q}^2$ intervals. Technically, this was done by generating a Poissonian random number of entries in each $(\Delta E, m_{\text{ES}}, \tilde{q}^2)$ bin according to the expected data statistics and ΔE - m_{ES} probability distribution of each event type (signal, $b \rightarrow u\ell\nu$, other $B\bar{B}$ and continuum). These TOY data samples were used to obtain all the MC-based results presented in this document.

3.7.1.2 Central values and statistical uncertainties

To estimate the central values of our MC-based results, we used the ΔE - m_{ES} histogrammed distributions obtained from the MC samples with increased statistics described in Sect. 3.7.1.1 to generate 1000 TOY MC samples in 12 $\tilde{q}^2$ intervals, separately for the four event types (signal, $b \rightarrow u\ell\nu$, other $B\bar{B}$ and continuum). These TOY MC samples contain Poissonian random number of entries corresponding to the statistics of the regular MC samples. With this procedure, we thus obtained 1000 realistic and statistically independent signal, $b \rightarrow u\ell\nu$, other $B\bar{B}$, continuum and data samples, all originating from the same underlying probability distributions.

We fitted the 1000 samples and computed the partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$, total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu)$ and the $f_+(q^2)$ parameters each time. The mean values of the resulting distributions are the central values of our MC-based results, and their standard deviation gives the statistical uncertainties. Deviation of the mean values from their generated central values indicates a systematic bias of the fit and an associated systematic uncertainty (see Sect. 3.6.4). As a cross-check, the statistical uncertainties given by the standard deviation of the distributions are also compared with the statistical uncertainties given by the covariance matrix of the fits.

The central values and pull distributions obtained from the 1000 TOY data and MC samples are shown in Sect. 3.6.4.

3.7.1.3 Systematic uncertainties

To estimate the MC-based systematic uncertainties, we followed exactly the procedure described in Sect. 3.6, using the TOY data samples described in Sect. 3.7.1.1 instead of the real data. To prevent our results from being affected by the statistical fluctuations of one particular TOY data sample, we estimated the systematic uncertainties independently for 10 statistically independent TOY data samples. We quote the mean value of the 10 uncertainties as the MC-based systematic uncertainty. In this special case, the elements of the covariance matrix of each systematic uncertainty are defined as :

$$V_{i,j} = \bar{\sigma}_i \bar{\sigma}_j \bar{C}_{i,j} \quad (3.38)$$

where $\bar{\sigma}_i$ and $\bar{\sigma}_j$ are the mean uncertainties obtained in the i^{th} and j^{th} bin of $\tilde{q}^2$, and $\bar{C}_{i,j}$ is the mean correlation factor obtained from the 10 TOY data samples.

3.7.2 Results and uncertainties based on MC simulation

All the results in this section were obtained using the TOY data samples and the special MC procedure described in Sect. 3.7.1.

3.7.2.1 Extraction of raw signal yields in $\tilde{q}^2$ bins

The MC-based values of the raw signal yields and their uncertainties obtained with the method described in Sect. 3.3.4 are given in Table 3.12. With the exception of the first $\tilde{q}^2$ bin, the statistical uncertainties are always larger than the systematic ones.

For illustrative purposes, the ΔE and m_{ES} fit projections obtained in each of the 12 q^2 bins are displayed in Figs. 3.28 and 3.29, respectively. The ΔE distributions correspond to a cut of $m_{\text{ES}} > 5.2675 \text{ GeV}/c^2$ and the m_{ES} distributions to a cut of $-0.16 < \Delta E < 0.2 \text{ GeV}$. These distributions correspond to the results of one of

the fits described in Sect. 3.7.1.2, selected at random⁴⁰.

3.7.2.2 Goodness of fit

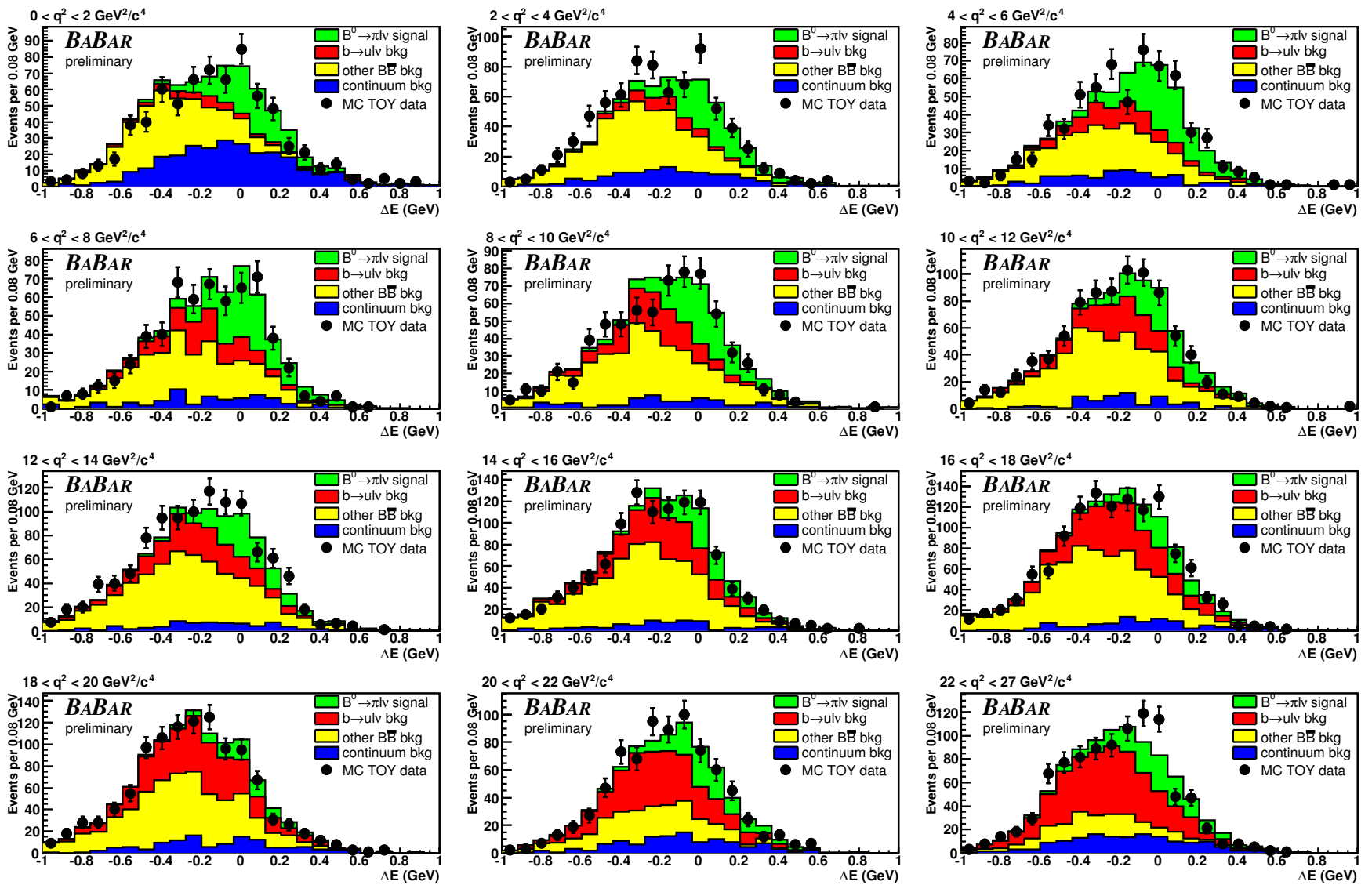
The goodness of the signal extraction fit cannot be evaluated from the value of the likelihood returned by the fitter. Hence, we used a separate χ^2 algorithm to evaluate it. This χ^2 algorithm is modified to take into account the statistical uncertainties of the data distribution as well as those of the histogrammed PDFs used in this analysis [138]. We used the TOY samples described in Sect. 3.7.1.2 to demonstrate that our goodness of fit estimator is well behaved when the underlying probability distributions are identical in the DATA and the PDFs. The results of this study are shown on Fig. 3.30. As expected, we obtained a mean $\chi^2/ndof$ close to 1.0. Hence, our goodness of fit estimator is useful to estimate the probability of the fitted results obtained with the real data. As shown in Sect. 3.7.4.1, the same fit performed on the real data gave a χ^2 value of 423 for 389 degrees of freedom, in good agreement with the TOY MC predictions.

3.7.2.3 Partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ and total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$

The MC-based values of the partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ and total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ and their uncertainties obtained with the method described in Sect. 3.3.6 and 3.3.7 are given in Table 3.13. The associated statistical and systematic covariance matrices are shown on Tables 3.14 and 3.15, respectively. Compared with the raw yields uncertainties, we note that q^2 -unfolding process increases the relative statistical uncertainties of the partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$, but not of the total BF. Also, the systematic uncertainties are increased with respect to the raw yields since the BFs are affected by systematic effects of the signal efficiency. As a result, the total systematic error is now larger than the statistical error for the total BF.

⁴⁰The same sample was used to make Figs. 3.28, 3.29 and 3.31.

FIG. 3.28 – ΔE yield fit projections obtained in 12 $\tilde{q}^2$ bins from one of the fits described in Sect. 3.7.1.2, selected at random. The fit was done using the full ΔE - m_{ES} fit region, but the displayed distributions are those after a $m_{\text{ES}} > 5.2675$ GeV/c^2 cut.



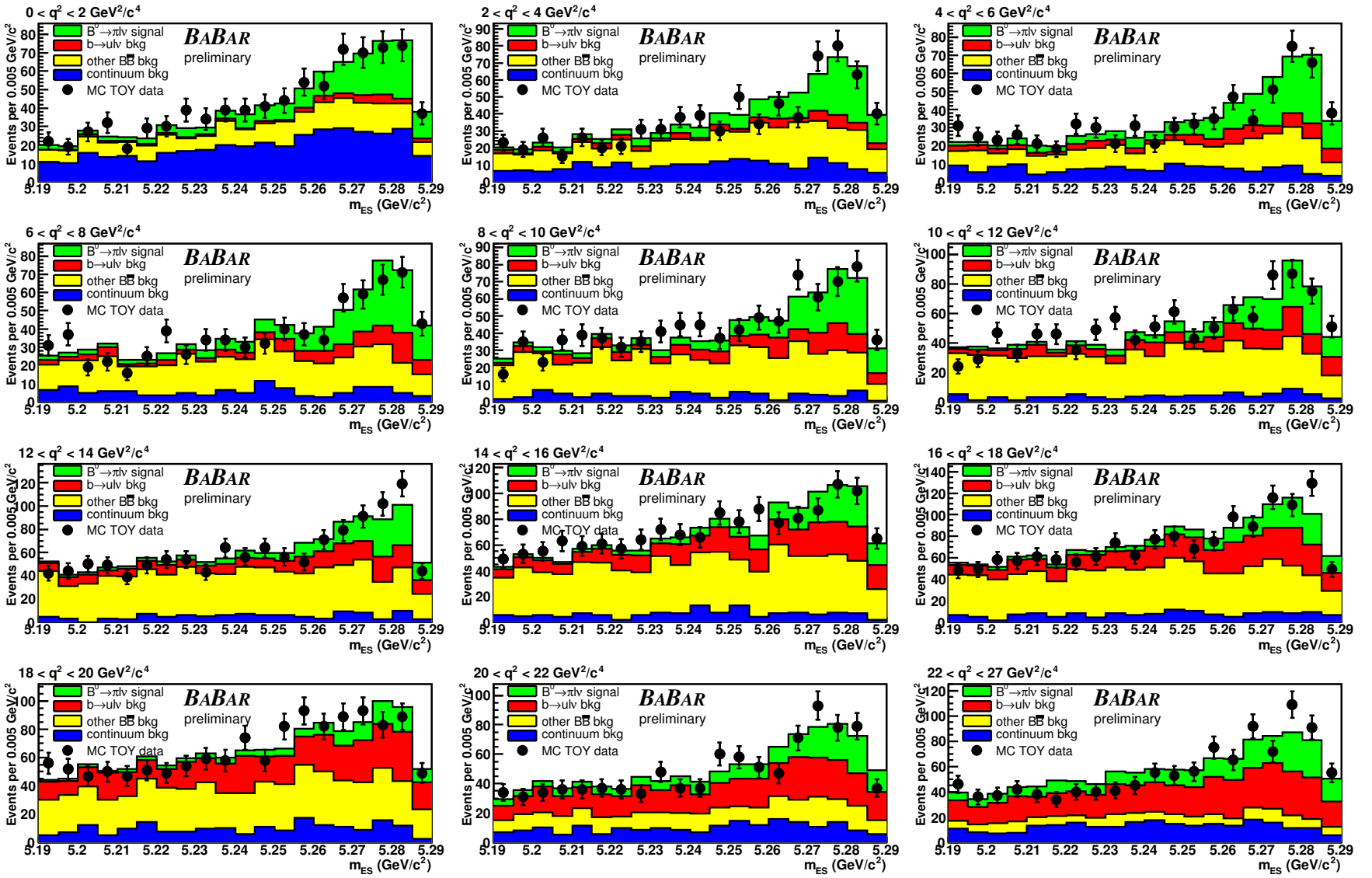


FIG. 3.29 – m_{ES} yield fit projections obtained in 12 q^2 bins from one of the fits described in Sect. 3.7.1.2, selected at random. The fit was done using the full ΔE - m_{ES} fit region, but the displayed distributions are those after a $-0.16 < \Delta E < 0.2$ GeV cut.

TAB. 3.12 – Raw fitted yields and their uncertainties from all sources, obtained from MC simulation.

$\tilde{q}^2$ bins (GeV ² /c ⁴)	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-26.4	q2<16	q2>16	Tot
fitted yield	321.5	389.5	401.6	393.9	375.2	377.1	390.8	393.3	404.2	391.2	346.1	529.3	3042.8	1670.9	4713.7
fitted yield stat err	14.1	11.3	10.8	11.6	13.9	14.7	16.3	16.5	18.0	19.5	17.2	17.1	6.2	10.6	5.7
trk eff	2.8	2.0	1.0	1.0	1.1	1.5	2.0	1.0	3.2	2.0	3.9	5.5	0.9	3.4	1.6
γ eff	5.3	0.9	1.3	2.7	1.7	3.6	1.6	3.2	2.1	1.9	3.8	3.0	2.1	2.1	1.0
K_L^0 eff	1.1	0.8	0.7	0.9	1.0	1.2	1.4	0.9	1.9	1.3	1.1	1.5	0.7	1.2	0.9
neutron eff	2.6	2.1	2.0	-0.5	-0.1	1.2	2.0	-0.1	1.7	0.7	-3.2	-1.4	1.1	-0.5	0.5
PID	5.3	1.3	0.6	0.2	1.0	0.8	1.2	0.9	1.3	1.7	1.6	3.0	1.1	2.0	1.4
continuum yield	6.8	1.1	0.6	0.2	0.7	0.8	0.8	0.6	0.9	1.7	1.4	2.5	1.1	1.6	1.2
continuum $\tilde{q}^2$	19.6	2.6	1.1	0.9	1.4	1.3	1.9	1.3	1.7	2.7	3.2	4.0	2.5	1.7	1.7
continuum m_{ES}	1.3	0.4	0.1	0.1	0.2	0.2	0.4	0.3	0.4	0.5	0.7	0.6	0.2	0.5	0.3
continuum ΔE	3.2	1.9	0.8	1.0	1.4	0.2	0.3	0.8	0.8	1.7	3.6	3.3	1.1	2.4	1.6
$b \rightarrow ul\nu$ BF	0.9	0.6	0.9	0.9	2.0	1.9	1.7	2.0	1.4	2.6	9.0	7.0	1.1	4.0	1.9
SF param	0.8	0.8	0.3	0.5	-0.1	-0.1	-0.6	-0.3	-0.0	2.7	-2.6	7.5	0.1	2.5	1.0
$B \rightarrow \rho l\nu$ A1 -1σ	2.5	1.6	3.1	2.1	1.2	0.6	-2.5	2.3	0.1	-1.7	-0.3	1.8	1.4	0.2	0.9
$B \rightarrow \rho l\nu$ A2 -1σ	-2.0	-1.3	-2.2	-1.3	-0.5	0.0	2.5	-2.1	0.2	2.1	0.9	-0.0	-0.8	0.7	-0.3
$B \rightarrow \rho l\nu$ V -1σ	-0.4	-0.2	-0.4	-0.3	-0.3	-0.1	0.3	-0.5	0.1	0.2	-0.6	-0.8	-0.2	-0.3	-0.3
$B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ FF	-0.1	-0.1	-0.0	-0.1	-0.0	-0.1	-0.1	0.0	0.1	0.1	2.2	3.4	-0.0	1.6	0.5
$D \rightarrow K_L^0$ BF	2.7	1.8	1.8	3.0	2.8	2.9	3.6	3.2	1.6	2.2	1.6	1.0	1.8	0.7	1.3
$b \rightarrow cl\nu$ BF	1.7	1.8	1.1	2.3	4.5	1.2	2.8	1.5	1.4	1.6	1.4	1.0	1.0	0.9	0.8
$B \rightarrow D^* l\nu$ FF	0.8	0.9	0.1	1.7	3.0	1.0	1.5	0.7	1.0	1.0	0.6	1.3	0.8	0.4	0.6
$B \rightarrow D l\nu$ FF	3.3	2.1	1.3	-0.9	-3.9	-0.1	0.1	-0.8	0.6	0.7	-0.6	-0.6	0.1	-0.0	0.1
$\Upsilon(4S) \rightarrow B^0 B^0$ BF	0.4	0.5	0.1	0.2	0.3	0.2	0.2	0.4	0.4	0.6	0.6	0.4	0.2	0.4	0.2
total syst error	23.4	6.5	5.8	6.2	8.4	6.1	7.6	6.7	6.0	7.6	13.0	14.6	5.1	7.7	4.7
total error	27.3	13.1	12.2	13.1	16.2	15.9	18.0	17.8	19.0	21.0	21.5	22.4	8.0	13.1	7.4

TAB. 3.13 – Partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ and total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu)$ and their uncertainties from all sources, obtained from MC simulation.

$\tilde{q}^2$ bins (GeV ² /c ⁴)	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-26.4	q2<16	q2>16	Tot
BF $\times 10^7$	110.1	117.5	120.9	122.2	121.3	120.4	119.6	113.1	107.7	98.6	84.7	95.9	945.0	387.0	1332.0
fitted yield stat err	16.5	16.5	16.5	17.3	19.8	19.4	21.4	20.7	21.6	24.4	22.7	23.6	6.3	11.0	5.5
trk eff	6.6	1.1	3.4	3.2	3.8	2.2	3.1	4.7	2.0	3.7	2.1	6.1	3.3	1.5	2.1
γ eff	8.0	1.1	3.5	5.6	3.6	6.7	3.5	5.9	2.1	3.2	3.4	3.2	4.3	1.5	2.9
K_L^0 eff	0.9	0.7	0.8	1.0	1.4	1.0	1.5	1.3	1.9	1.3	1.1	1.8	0.5	1.1	0.6
neutron eff	3.5	2.4	3.6	-0.8	1.1	1.9	3.1	-0.0	2.4	1.6	-3.6	-1.4	1.8	-0.1	1.3
PID	7.5	2.3	2.4	2.2	0.8	2.8	3.2	2.5	3.1	3.1	3.4	4.9	2.9	3.6	3.1
continuum yield	7.8	0.6	0.8	0.2	1.1	1.0	0.9	0.6	0.8	1.8	1.1	3.0	1.1	1.6	1.2
continuum $\tilde{q}^2$	22.5	1.6	1.3	1.1	2.1	1.8	2.2	1.5	1.7	2.9	4.3	6.3	2.7	1.8	2.0
continuum m_{ES}	1.5	0.4	0.2	0.2	0.2	0.2	0.5	0.4	0.4	0.5	0.8	0.7	0.2	0.5	0.3
continuum ΔE	3.4	1.9	0.6	1.0	1.8	0.3	0.4	1.0	0.7	1.6	4.0	3.7	1.1	2.4	1.5
$b \rightarrow u\ell\nu$ BF	1.4	1.4	1.2	1.1	2.5	2.3	2.3	2.5	1.6	3.4	11.3	8.6	1.4	3.9	1.9
SF param	0.8	1.0	0.0	0.8	-0.3	0.0	-0.7	-0.3	-0.3	3.6	-5.3	11.1	0.1	2.4	0.8
$B \rightarrow \rho\ell\nu$ A1 -1σ	2.7	1.1	3.8	1.9	1.1	1.2	-3.8	3.3	-0.1	-2.2	-0.6	2.8	1.4	0.0	1.0
$B \rightarrow \rho\ell\nu$ A2 -1σ	-2.2	-0.9	-2.7	-1.2	-0.3	-0.5	3.7	-3.0	0.3	2.5	1.0	-0.5	-0.9	0.8	-0.4
$B \rightarrow \rho\ell\nu$ V -1σ	-0.4	-0.2	-0.5	-0.3	-0.3	-0.2	0.6	-0.6	0.1	0.3	-0.7	-1.1	-0.2	-0.3	-0.3
$B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$ FF	-0.0	0.2	0.3	0.3	0.4	0.3	0.4	0.5	0.6	0.1	2.8	4.7	0.3	2.0	0.8
$D \rightarrow K_L^0$ BF	3.8	4.4	5.9	3.0	3.6	3.2	2.7	4.6	4.5	3.1	5.3	4.0	2.7	3.6	3.0
$b \rightarrow c\ell\nu$ BF	1.9	2.2	1.6	2.2	5.9	1.4	3.5	1.8	1.7	2.2	1.9	1.5	1.0	1.0	0.9
$B \rightarrow D^*\ell\nu$ FF	0.8	1.1	0.2	1.7	3.7	0.9	1.7	0.8	1.2	1.2	0.6	1.8	0.8	0.4	0.6
$B \rightarrow D\ell\nu$ FF	3.5	2.2	1.7	-0.6	-5.3	0.9	0.2	-1.1	0.9	0.9	-0.6	-0.9	0.1	0.1	0.1
$\Upsilon(4S) \rightarrow B^0\bar{B}^0$ BF	2.0	2.3	1.7	1.6	1.6	1.8	2.0	1.4	1.9	0.9	2.9	1.2	1.8	1.7	1.7
B counting	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1
signal MC stat error	1.6	1.7	1.7	1.9	1.7	1.8	1.6	1.5	1.3	1.4	1.6	1.3	0.5	0.6	0.4
total syst error	28.5	8.0	10.8	9.1	12.0	9.8	10.7	11.2	8.2	10.4	17.0	19.9	8.3	8.7	7.2
total error	33.0	18.4	19.7	19.5	23.2	21.7	24.0	23.5	23.1	26.5	28.4	30.9	10.4	14.0	9.1

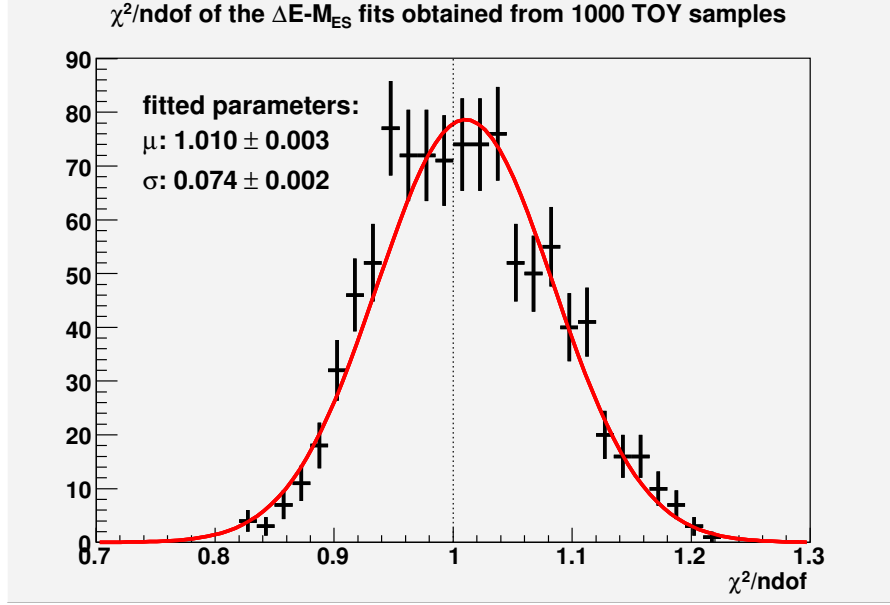


FIG. 3.30 – $\chi^2/ndof$ of fits to 1000 statistically independent TOYs MC DATA and PDFs histograms generated as described in Sect. 3.7.1.2.

3.7.2.4 Fits of $|V_{ub}f_+(0)|$ and the $f_+(q^2)$ shape parameters

The MC-based values of the $f_+(q^2)$ shape parameters and their uncertainties obtained with the method described in Sect. 3.3.8 are given in Table 3.16. The values of the shape parameters α and δ are authorized to vary with no limit to minimize the χ^2 in the fitting algorithm. The generated values of α and δ are 0.61 and 0.0, respectively. In these conditions, we observe that the fitted values of the δ parameter are unstable. The results obtained with about 75% of the fits are contained in a Gaussian peak centered around the true value of δ . However, the results of the remaining 25% are part of an highly asymmetric tail whose values were most of the time unreasonably far from the true value. For this reason, we decided to not use Hill's parametrization with the real data.

For illustrative purposes, the $f_+(q^2)$ parameter fit done with the BK parametrization is shown in Fig. 3.31. It corresponds to the results of one of the fits described

TAB. 3.14 – Covariance matrix of the partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ statistical uncertainties obtained from the MC simulation.

q^2 bins (GeV ² /c ⁴)	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-26.4
0-2	273.7	-70.5	31.3	13.8	18.6	15.3	13.4	-8.8	-3.7	-10.1	-6.2	1.9
2-4	-70.5	272.6	-78.1	26.7	9.9	5.3	-1.8	-8.2	4.2	11.8	-9.1	-17.0
4-6	31.3	-78.1	271.6	-82.2	67.8	4.9	74.2	-31.0	-6.4	-2.0	-7.8	5.2
6-8	13.8	26.7	-82.2	297.6	-90.0	61.6	18.6	10.2	14.8	5.9	-5.2	-4.1
8-10	18.6	9.9	67.8	-90.0	392.8	-67.7	79.9	-22.5	5.5	-8.5	-23.7	-11.6
10-12	15.3	5.3	4.9	61.6	-67.7	376.8	1.2	-14.5	-9.2	9.6	-9.9	-25.7
12-14	13.4	-1.8	74.2	18.6	79.9	1.2	459.0	-118.9	7.5	2.7	-3.2	-11.7
14-16	-8.8	-8.2	-31.0	10.2	-22.5	-14.5	-118.9	427.0	40.0	105.3	-9.9	13.7
16-18	-3.7	4.2	-6.4	14.8	5.5	-9.2	7.5	40.0	467.3	42.2	-11.5	15.0
18-20	-10.1	11.8	-2.0	5.9	-8.5	9.6	2.7	105.3	42.2	597.2	-114.0	-58.6
20-22	-6.2	-9.1	-7.8	-5.2	-23.7	-9.9	-3.2	-9.9	-11.5	-114.0	516.8	11.9
22-26.4	1.9	-17.0	5.2	-4.1	-11.6	-25.7	-11.7	13.7	15.0	-58.6	11.9	559.0

in Sect. 3.7.1.2, selected at random⁴¹.

⁴¹The same sample was used to make Figs. 3.28, 3.29 and 3.31.

TAB. 3.15 – Covariance matrix of the partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ systematic uncertainties obtained from the MC simulation.

q^2 bins (GeV ² /c ⁴)	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-26.4
0-2	812.9	57.5	135.1	64.8	3.9	142.3	123.3	105.5	65.9	88.3	53.4	-8.4
2-4	57.5	64.5	44.3	6.6	-9.8	15.7	12.3	17.0	32.7	13.2	29.3	52.7
4-6	135.1	44.3	116.0	58.9	43.7	72.5	26.0	78.4	46.2	29.7	14.8	17.5
6-8	64.8	6.6	58.9	82.5	64.8	61.5	26.2	74.0	18.0	33.3	5.9	14.2
8-10	3.9	-9.8	43.7	64.8	144.2	34.8	48.1	62.5	18.2	25.5	29.6	1.3
10-12	142.3	15.7	72.5	61.5	34.8	95.6	45.5	73.2	27.0	45.5	-1.5	-5.7
12-14	123.3	12.3	26.0	26.2	48.1	45.5	115.1	10.0	31.5	45.5	18.1	-28.7
14-16	105.5	17.0	78.4	74.0	62.5	73.2	10.0	126.5	14.7	38.9	32.8	1.2
16-18	65.9	32.7	46.2	18.0	18.2	27.0	31.5	14.7	67.2	34.7	38.0	31.8
18-20	88.3	13.2	29.7	33.3	25.5	45.5	45.5	38.9	34.7	107.7	1.1	36.6
20-22	53.4	29.3	14.8	5.9	29.6	-1.5	18.1	32.8	38.0	1.1	289.4	54.4
22-26.4	-8.4	52.7	17.5	14.2	1.3	-5.7	-28.7	1.2	31.8	36.6	54.4	397.3

TAB. 3.16 – α and δ parameter values and uncertainties obtained from a fit of the differential decay rate formula to the partial $\Delta\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu, q^2)$ spectrum with the form factor $f_+(q^2)$ described with the BK (α) and Hill (α, δ) parametrizations. The generated values were $\alpha = 0.61$ and $\delta = 0$.

	α (BK)	α (Hill)	δ (Hill)
fitted $f_+(q^2)$ parameter	0.630	0.640	-0.379
statistical error	0.056	0.094	0.968
trk eff	0.011	0.012	0.178
γ eff	0.010	0.011	0.168
K_L^0 eff	0.003	0.004	0.105
neutron eff	-0.009	-0.007	0.077
PID	0.003	0.008	0.364
continuum yield	0.007	0.009	0.443
continuum $\tilde{q}^2$	0.024	0.028	1.193
continuum m_{ES}	0.002	0.003	0.072
continuum ΔE	0.004	0.007	0.284
$b \rightarrow u\ell\nu$ BF	0.017	0.021	0.223
SF param	0.014	0.020	0.333
$B \rightarrow \rho\ell\nu$ A1 -1σ	-0.009	-0.007	0.076
$B \rightarrow \rho\ell\nu$ A2 -1σ	0.013	0.012	0.009
$B \rightarrow \rho\ell\nu$ V -1σ	0.002	0.002	0.010
$B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ FF	0.012	0.012	0.145
$D \rightarrow K_L^0$ BF	0.003	0.009	0.363
$b \rightarrow c\ell\nu$ BF	0.006	0.008	0.371
$B \rightarrow D^*\ell\nu$ FF	0.005	0.004	0.166
$B \rightarrow D\ell\nu$ FF	-0.006	0.000	0.319
$\Upsilon(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0$ BF	0.002	0.002	0.050
total syst error	0.044	0.052	1.583
total error	0.071	0.107	1.855

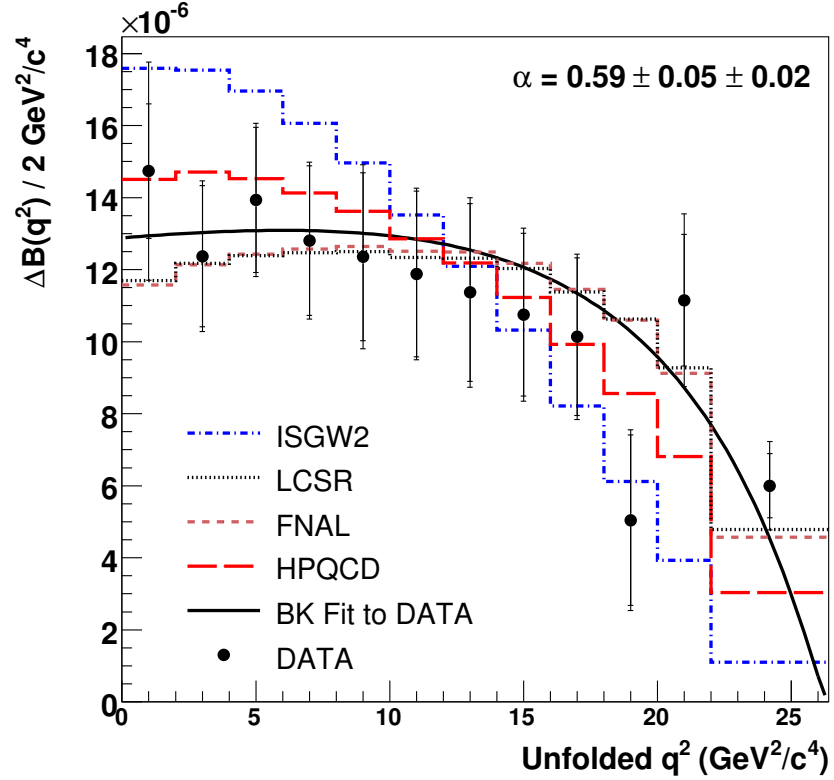


FIG. 3.31 – Differential decay rate formula (Eq. 3.12) fitted to the partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ spectrum. The data points corresponds to the $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ values obtained from one of the fits described in Sect. 3.7.1.2, selected at random. The smaller uncertainty bars are statistical only and the larger uncertainty bars are statistical + systematic. In this particular exemple, a fit of the BK parametrization yields : $\alpha_{BK} = 0.59 \pm 0.05 \pm 0.02$. The generated values was $\alpha = 0.61$. The data are also compared to unquenched LQCD calculations ^[49,50], LCSR calculations ^[48], and the ISGW2 quark model ^[47].

3.7.3 Procedure for real data results - blind analysis

With real data, there is only one dataset. The procedure is then relatively simple : the dataset is analyzed using the method described in Sect. 3.3 to 3.6. The only complication to this procedure concerns the possibility that the measured values be systematically biased because of a problem of the analysis method. This eventuality cannot be studied with only one dataset, but it can be studied with TOY MC samples. As shown in Sect. 3.6.4, we performed such a study that demonstrates that there is no significant bias in our analysis.

On the other hand, with the exception of early Data/MC comparisons, this analysis has been kept completely blind to the signal events of the real on-resonance data until the entire analysis method was approved by the external reviewers of the *BABAR* Semileptonic Analysis Working Group. We followed this procedure in order to prevent our measurement of being biased towards any preferred value or accidental lower fluctuation of its uncertainties.

Finally, as presented in Sect. 3.7.1 and 3.7.2, the entire analysis was performed on simulated samples treated like real data. In doing so, we made realistic predictions of the results and of their expected precision in this analysis. After the unblinding, it turned out that we obtained results very similar to these predictions. This is not only true of the central values, but also of the relative error sizes and of the covariance matrices. Considering our blind analysis procedure, this gives even more confidence that our precise results are indeed correct.

3.7.4 Results and uncertainties obtained in real data

After giving the raw fit parameters and signal yields in Sect. 3.7.4.1, the values of the partial and total BFs are given in Sect. 3.7.4.2. In Sect. 3.7.4.3, the $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ distribution is displayed in Fig. 3.34, together with the result of an $f_+(q^2)$ shape fit using the BK parametrization from which we also obtain the value of $|V_{ub}f_+(0)|$. Our measured $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ distribution is also compared with theoretical predictions in Sect. 3.7.4.4. Finally, we extract values of $|V_{ub}|$ in Sect. 3.7.4.5.

3.7.4.1 Extraction of raw signal yields in $\tilde{q}^2$ bins

After all the analysis selections, our nominal fit to the real data yields a total of : 5072 ± 251 signal events, 9867 ± 564 $b \rightarrow u\ell\nu$ background events and 33341 ± 409 other $B\bar{B}$ background events. The continuum yield is 9299 ± 450 events, as given by the off-resonance data control sample. The fit worked as expected, with a χ^2 value of 423 for 389 degrees of freedom that is compatible with the MC predictions for the goodness of fit shown in Fig. 3.30.

The signal yields and their various uncertainties in each $\tilde{q}^2$ bins are given in Table 3.17 for the raw yields and in Table 3.18 for the unfolded yields. For illustrative purposes, the ΔE and m_{ES} fit projections obtained in each of the 12 q^2 bins are displayed in Figs. 3.32 and 3.33, respectively. The ΔE distributions correspond to a cut of $m_{ES} > 5.2675$ GeV/ c^2 and the m_{ES} distributions to a cut of $-0.16 < \Delta E < 0.2$ GeV.

The raw fit parameters are :

```

signal-q1 = 1.02822 +- 0.132634
signal-q2 = 1.10507 +- 0.107454
signal-q3 = 1.18368 +- 0.101264
signal-q4 = 1.1118 +- 0.10782
signal-q5 = 1.1412 +- 0.128026
signal-q6 = 1.03607 +- 0.13445
signal-q7 = 1.36011 +- 0.158762
signal-q8 = 0.874601 +- 0.152209
signal-q9 = 1.19899 +- 0.187107
signal-q10 = 0.988395 +- 0.214319
signal-q11 = 1.19368 +- 0.190104
signal-q12 = 0.962466 +- 0.166953
ulnu-q1 = 0.590948 +- 0.128953
ulnu-q2 = 0.780889 +- 0.0894335
ulnu-q3 = 0.998905 +- 0.034909

```



```

otherBB-q1 = 1.03316 +- 0.0249164
otherBB-q2 = 0.97802 +- 0.0240906
otherBB-q3 = 1.0638 +- 0.0218909
otherBB-q4 = 1.11445 +- 0.0338042
continuum-q1 = 1 +- 0

```

A raw fit parameter value of 1.0 means that the fitted value of the parameter is equal to the MC prediction. In general, the background fit parameters are close to the MC predictions, even though the fitted $b \rightarrow u\ell\nu$ background yields are lower than the MC predictions for low and mid $\tilde{q}^2$, and the other $B\bar{B}$ yields are slightly higher than the MC predictions at high $\tilde{q}^2$. The signal fit parameters are close to the MC predictions. The continuum is fixed to 1.0.

The full correlation matrix (elements in %) of the raw fit parameters is :

```

signal-q1: 100  -6  -7   5   6   7   8   3   5   3   0   0   0   0   0   0   0   0
ulnu_bkg-q1: 100 -64  -9 -33 -35 -42 -44 -72 -52   0   0   0   0   0   0   0   0
otherBB_bkg-q1: 100 -13   7   4   6  29  48  34   0   0   0   0   0   0   0   0
signal-q2:      100   9  10  12   4   7   5   0   0   0   0   0   0   0   0
signal-q3:      100  17  21  15  25  18   0   0   0   0   0   0   0   0
signal-q4:      100  23  16  26  19   0   0   0   0   0   0   0   0
signal-q5:      100  19  32  23   0   0   0   0   0   0   0   0
signal-q6:      100  14  32   0   0   0   0   0   0   0   0
otherBB_bkg-q2:      100  18   0   0   0   0   0   0   0   0
signal-q7:      100   0   0   0   0   0   0   0   0
signal-q8:      100 -40  11  30  25  29  -2 -11   0
ulnu_bkg-q2:      100 -73 -54 -59 -70   8  28   0
otherBB_bkg-q3:      100  23  45  53  -5 -20   0
signal-q9:      100  33  39  -4 -15   0
signal-q10:      100  20  -1  -7   0
otherBB_bkg-q4:      100 -11 -39   1
signal-q11:      100 -32  24
ulnu_bkg-q3:      100 -53
signal-q12:      100

```

There are no correlations between the fit parameters with $\tilde{q}^2 < 14 \text{ GeV}^2/c^4$ and $\tilde{q}^2 > 14 \text{ GeV}^2/c^4$, which reflects the fit parameters' structure illustrated by Fig. 3.15. The signal parameters only have small correlations with the other fit parameters.

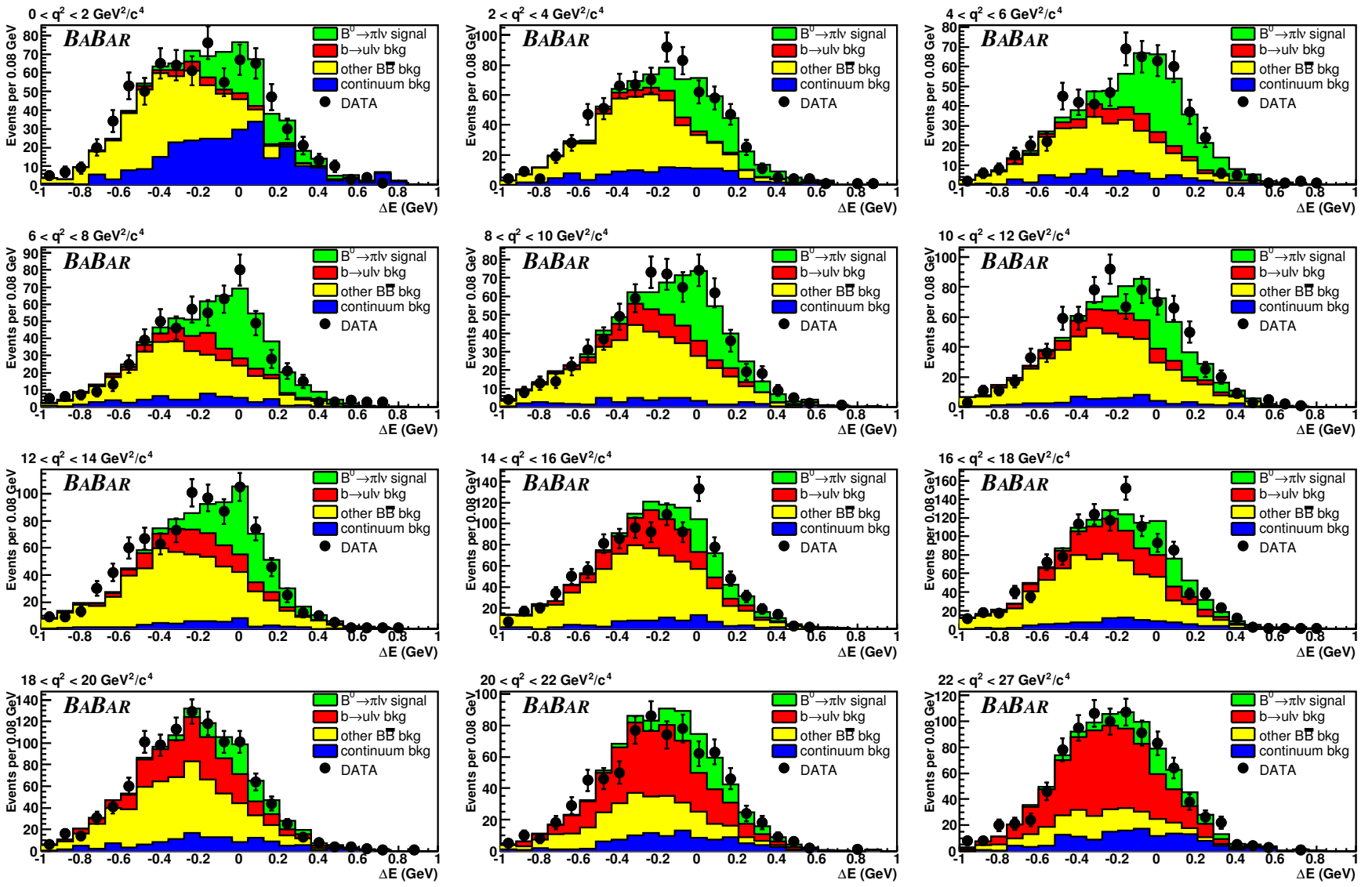


FIG. 3.32 – ΔE yield fit projections obtained in 12 q^2 bins from the nominal fit to the real data. The fit was done using the full ΔE - m_{ES} fit region, but the displayed distributions are those after a $m_{ES} > 5.2675 \text{ GeV}/c^2$ cut.

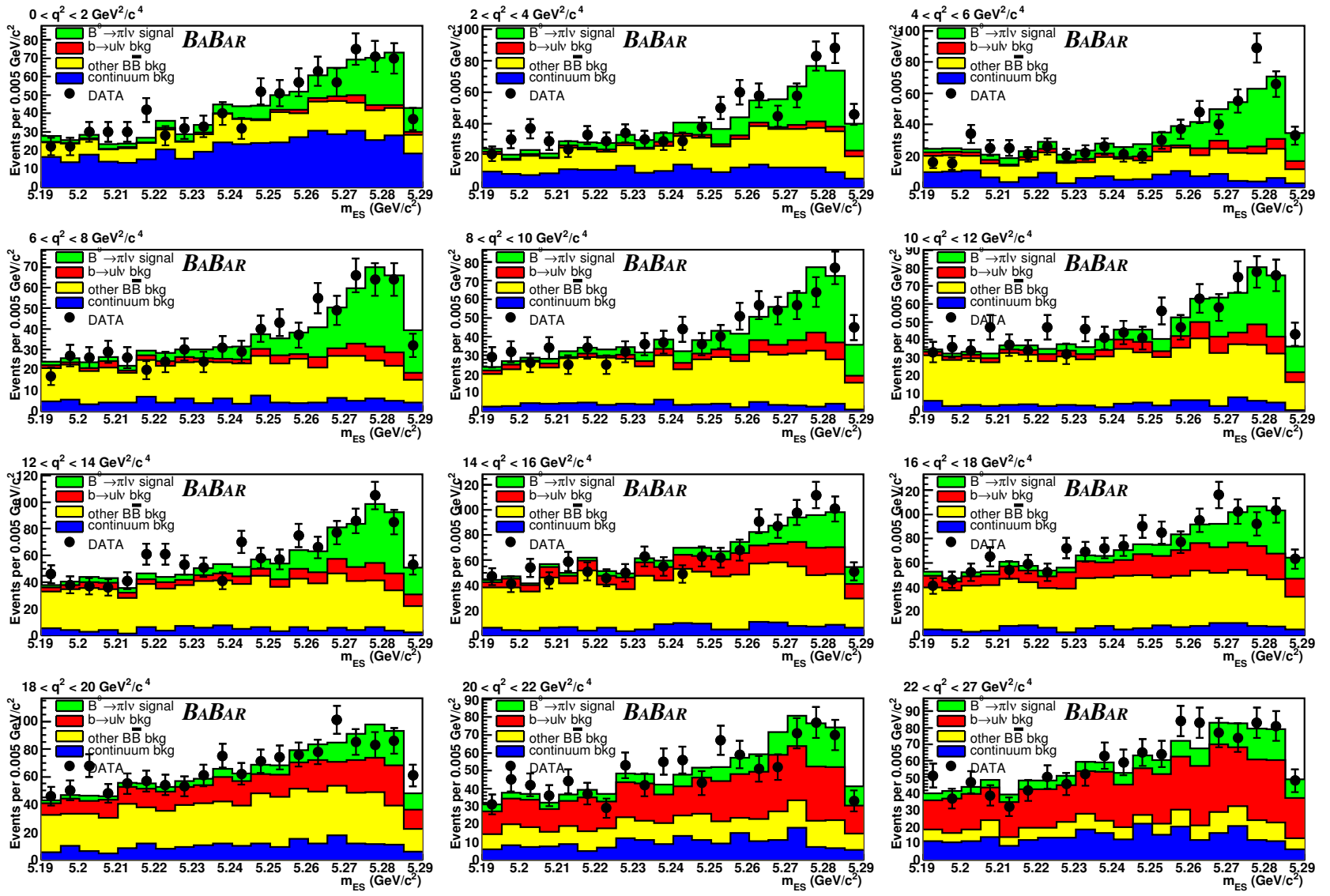


FIG. 3.33 – m_{ES} yield fit projections obtained in 12 $\hat{q}^2$ bins from the nominal fit to the real data. The fit was done using the full ΔE - m_{ES} fit region, but the displayed distributions are those after a $-0.16 < \Delta E < 0.2$ GeV cut.

TAB. 3.17 – Raw fitted yields and their relative uncertainties(%) from all sources, obtained from the real data.

$\tilde{q}^2$ bins (GeV ² /c ⁴)	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-26.4	$\tilde{q}^2 < 16$	$\tilde{q}^2 > 16$	Tot
Fitted yield	366.6	462.9	499.5	451.8	436.4	391.0	522.7	333.6	458.0	355.4	364.8	428.8	3464.6	1606.9	5071.5
trk eff	1.1	2.6	0.9	1.0	1.4	1.4	0.7	3.6	1.5	2.2	3.2	6.1	0.6	2.8	1.1
γ eff	2.4	1.8	0.5	2.6	1.5	1.2	1.1	2.0	2.2	2.6	4.3	5.4	0.9	2.6	0.5
K_L^0 & neutrons	0.9	0.6	0.7	1.0	1.0	1.1	1.2	0.9	1.7	1.4	0.9	1.5	0.7	1.1	0.8
PID	4.7	1.2	0.5	0.1	0.9	0.6	0.9	0.9	1.0	1.6	1.6	3.6	0.9	2.0	1.2
continuum yield	6.1	1.0	0.5	0.2	0.6	0.6	0.6	0.7	0.7	1.7	1.3	2.9	0.9	1.6	1.0
continuum $\tilde{q}^2$	17.4	2.2	0.9	0.8	1.2	1.1	1.4	1.5	1.6	2.9	3.2	4.9	2.2	1.8	1.6
continuum m_{ES}	1.0	0.3	0.0	0.1	0.1	0.1	0.3	0.4	0.3	0.5	0.7	0.8	0.1	0.5	0.3
continuum ΔE	2.8	1.6	0.7	1.0	1.3	0.1	0.1	1.0	0.7	1.9	3.6	4.2	1.0	2.6	1.5
$b \rightarrow ul\nu$ BF	0.5	0.6	0.5	0.5	0.8	0.9	0.8	1.3	1.5	2.2	8.6	8.5	0.5	3.6	1.3
SF param	0.4	0.5	0.3	0.4	0.1	0.1	0.1	0.4	0.4	2.9	3.4	8.8	0.2	2.3	0.9
$B \rightarrow \rho l\nu$ FF	1.3	0.9	1.6	1.2	0.9	0.8	0.8	2.0	0.5	2.5	1.2	2.5	0.9	0.8	0.6
$B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ FF	0.1	0.1	0.0	0.0	0.1	0.1	0.0	0.3	0.3	0.5	0.7	1.9	0.1	0.8	0.3
FSR	0.6	0.8	0.8	0.5	1.0	0.9	1.0	0.0	0.8	0.7	0.2	0.3	0.7	0.4	0.6
$b \rightarrow cl\nu$ BF	1.6	1.6	0.7	2.2	3.8	1.2	2.2	1.6	1.1	1.7	1.3	1.3	0.9	0.8	0.8
$B \rightarrow D^* l\nu$ FF	0.8	0.8	0.1	1.6	2.6	1.0	1.3	0.8	0.8	0.9	0.6	1.7	0.7	0.4	0.6
$B \rightarrow D l\nu$ FF	1.6	1.1	0.6	0.4	1.7	0.1	0.1	0.5	0.5	0.7	0.3	0.5	0.1	0.4	0.2
$D \rightarrow X l\nu$ BF	2.8	2.7	0.5	0.7	0.7	1.3	1.5	0.7	1.0	0.9	0.4	0.8	0.9	0.7	0.8
$\Upsilon(4S) \rightarrow B^0 B^0$ BF	0.4	0.5	0.0	0.2	0.3	0.1	0.1	0.5	0.3	0.7	0.6	0.5	0.1	0.4	0.2
$D \rightarrow K_L^0$ BF	1.7	2.1	0.7	1.2	1.2	1.1	0.8	1.8	1.4	2.0	1.5	1.4	0.5	0.6	0.5
Total syst error	20.0	6.3	3.2	4.9	6.3	4.1	4.3	6.1	4.9	7.9	12.3	17.4	3.7	7.3	3.9
Fit error	12.9	9.7	8.6	9.7	11.2	13.0	11.7	17.4	15.6	21.7	15.9	17.3	5.3	9.9	5.0
Total error	23.8	11.6	9.1	10.9	12.9	13.6	12.4	18.4	16.4	23.1	20.1	24.5	6.4	12.3	6.3

TAB. 3.18 – Unfolded yields and their relative uncertainties(%) from all sources, obtained from the real data.

$\tilde{q}^2$ bins (GeV ² /c ⁴)	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-26.4	$\tilde{q}^2 < 16$	$\tilde{q}^2 > 16$	Tot
Unfolded yield	374.7	452.3	515.3	442.2	459.1	360.7	583.4	302.7	514.3	357.7	406.3	303.0	3490.2	1581.3	5071.5
trk eff	1.0	3.2	1.0	1.4	2.0	2.4	0.7	5.4	1.6	2.5	3.0	10.1	0.6	3.2	1.1
γ eff	3.0	2.8	0.7	3.3	1.7	1.2	1.3	2.5	2.2	3.1	4.7	7.8	1.0	2.7	0.5
K_L^0 & neutrons	1.0	0.8	0.8	1.3	1.0	1.1	1.4	1.2	1.8	1.6	1.0	2.4	0.7	1.1	0.8
PID	5.2	0.7	0.5	0.3	1.4	0.9	0.9	0.9	1.0	1.8	1.3	5.0	0.9	2.0	1.2
continuum yield	7.0	0.5	0.6	0.2	0.9	1.0	0.6	0.8	0.6	1.9	1.1	4.0	0.9	1.7	1.0
continuum $\tilde{q}^2$	20.1	1.5	1.0	1.0	1.8	1.8	1.5	2.0	1.5	3.3	4.0	8.8	2.2	1.9	1.6
continuum m_{ES}	1.1	0.3	0.1	0.1	0.1	0.1	0.3	0.6	0.3	0.6	0.7	1.0	0.2	0.5	0.3
continuum ΔE	3.0	1.6	0.5	1.0	1.5	0.2	0.1	1.2	0.6	1.8	3.9	5.2	1.0	2.6	1.5
$b \rightarrow u\ell\nu$ BF	0.6	0.7	0.5	0.6	0.9	1.1	0.8	1.9	1.7	3.5	10.4	12.3	0.5	3.6	1.3
SF param	0.4	0.5	0.3	0.6	0.1	0.1	0.1	0.5	0.4	4.2	5.8	15.2	0.2	2.3	0.9
$B \rightarrow \rho\ell\nu$ FF	1.3	0.7	1.8	1.1	0.8	1.2	1.3	3.2	0.5	3.3	1.3	4.3	0.9	0.8	0.6
$B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$ FF	0.2	0.1	0.0	0.0	0.1	0.1	0.0	0.4	0.3	0.5	0.6	3.0	0.1	0.8	0.3
FSR	0.2	0.5	1.2	0.4	1.3	1.4	0.8	0.2	1.0	0.4	0.0	0.1	0.8	0.4	0.6
$b \rightarrow c\ell\nu$ BF	1.6	2.0	1.0	2.4	4.8	1.1	2.5	2.3	1.3	2.3	1.8	2.0	0.9	0.9	0.8
$B \rightarrow D^*\ell\nu$ FF	0.7	1.1	0.1	1.6	3.2	0.9	1.4	1.0	0.9	1.2	0.6	2.7	0.7	0.4	0.6
$B \rightarrow D\ell\nu$ FF	1.7	1.2	0.6	0.3	2.2	0.4	0.1	0.7	0.5	0.9	0.4	0.7	0.1	0.4	0.2
$D \rightarrow X\ell\nu$ BF	2.8	3.4	0.8	0.7	1.0	1.6	1.6	0.7	1.1	1.0	0.6	1.1	0.9	0.7	0.8
$\Upsilon(4S) \rightarrow B^0\bar{B}^0$ BF	0.4	0.6	0.1	0.1	0.3	0.1	0.1	0.7	0.3	1.0	0.8	0.6	0.1	0.4	0.2
$D \rightarrow K_L^0$ BF	1.5	2.8	1.2	1.4	1.2	1.5	1.0	3.2	1.8	3.0	2.0	2.2	0.5	0.7	0.5
signal MC stat error	0.8	1.2	1.3	1.6	1.2	1.6	0.8	1.4	0.8	1.0	0.9	1.3	0.1	0.2	0.0
total syst error	22.9	7.3	3.7	5.6	7.8	5.2	4.8	8.9	5.2	10.0	14.9	27.3	3.7	7.6	3.9
Fit error	15.2	14.4	12.8	14.8	15.4	19.2	13.9	25.2	17.6	28.5	20.2	27.7	5.4	10.2	5.0
total error	27.5	16.2	13.3	15.9	17.3	19.9	14.7	26.7	18.4	30.2	25.1	38.9	6.5	12.8	6.3

3.7.4.2 Partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ and total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$

The partial and total BF's and their various uncertainties in each $\tilde{q}^2$ bins are given in Table 3.19. Our value of the total BF, $(1.46 \pm 0.07_{stat} \pm 0.08_{syst}) \times 10^{-4}$, is comparable in precision to the world average prior to our result [4] : $(1.35 \pm 0.08_{stat} \pm 0.08_{syst}) \times 10^{-4}$. The total branching fraction uncertainty is due in large part to the statistical and detector simulation uncertainties. However, the use of the loose neutrino reconstruction did indeed reduce their impact with respect to previous untagged measurements. The systematic uncertainties arising from the branching fractions and form factors of the backgrounds have also been significantly reduced by the many-parameter fit to the background yields in the twelve bins of $\tilde{q}^2$.

3.7.4.3 Fits of $|V_{ub}f_+(0)|$ and the $f_+(q^2)$ shape parameters

The $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ distribution is displayed in Fig. 3.34 together with theoretical predictions. As described in Sect. 3.3.8, we modify the measured q^2 distribution to remove FSR effects, in order to allow a direct comparison with the theoretical predictions which do not include such effects (this procedure is labelled “No FSR”). We obtain the $f_+(q^2)$ shape from a fit to this distribution. The χ^2 function minimized in the $f_+(q^2)$ fit uses a PDF based on the two-parameter BK parametrization. It is defined in terms of the $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ covariance matrix to take into account the correlations among the measurements in the various q^2 bins. The fit gives $\alpha = 0.52 \pm 0.05_{stat} \pm 0.03_{syst}$, compared to the previous measurement $\alpha = 0.61 \pm 0.09$ [108] (statistical error only), as well as a value of $|V_{ub}f_+(0)| = (9.6 \pm 0.3_{stat} \pm 0.2_{syst}) \times 10^{-4}$ from the fit extrapolated to $q^2 = 0$, with $P(\chi^2)=65\%$. This value includes a 67% anti-correlation between the shape and normalization parameters, α and c_B , and can be used to predict [55] rates of other decays such as $B \rightarrow \pi\pi$.

TAB. 3.19 – Partial and total BF ($\times 10^7$) obtained from real data and their relative uncertainties(%) from all sources.

The $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ values labelled “No FSR” are modified to remove FSR effects.

q^2 bins (GeV ² /c ⁴)	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-26.4	$q^2 < 16$	$q^2 > 16$	Total
$\Delta\mathcal{B}(q^2)$	125.5	139.5	156.9	136.8	149.4	113.7	177.9	84.5	130.3	85.5	95.3	68.9	1084.3	380.0	1464.3
$\Delta\mathcal{B}(q^2)$ (No FSR)	130.6	141.6	157.5	136.7	148.6	113.5	175.3	83.3	129.3	85.1	93.8	68.4	1087.1	376.6	1463.7
Tracking efficiency	1.6	1.7	1.3	3.1	3.8	1.3	1.8	7.1	2.3	1.7	2.2	9.2	1.9	1.8	1.1
γ efficiency	4.7	1.3	2.6	5.0	3.6	3.2	3.5	3.1	3.0	3.5	3.8	7.0	2.9	1.7	1.9
K_L^0 & neutrons	0.7	0.6	0.7	1.0	1.2	1.2	1.2	1.3	2.0	1.5	1.1	2.2	0.5	1.0	0.6
Particle ID	7.0	2.5	2.1	1.9	0.7	2.7	2.6	2.5	2.6	3.4	2.9	7.0	2.6	3.6	2.9
Continuum yield	7.0	0.5	0.6	0.2	0.9	1.0	0.6	0.8	0.6	1.9	1.1	4.0	1.0	1.6	1.0
Continuum $\tilde{q}^2$	20.1	1.5	1.0	1.0	1.7	1.8	1.5	2.0	1.5	3.3	4.0	8.7	2.4	1.9	1.8
Continuum m_{ES}	1.1	0.3	0.1	0.1	0.1	0.1	0.3	0.6	0.3	0.6	0.7	1.0	0.2	0.5	0.2
Continuum ΔE	3.0	1.6	0.5	1.0	1.5	0.2	0.1	1.2	0.6	1.8	3.8	5.2	1.0	2.5	1.4
$B \rightarrow X_u \ell \nu$ BFs	1.2	1.4	0.7	0.7	1.0	1.4	1.1	1.8	1.7	3.6	10.4	12.1	0.9	3.4	1.2
SF param	0.4	0.5	0.3	0.5	0.1	0.1	0.1	0.4	0.4	4.1	5.7	14.9	0.2	2.1	0.7
$B \rightarrow \rho \ell \nu$ FFs	1.3	0.7	1.8	1.1	0.8	1.1	1.2	3.2	0.5	3.3	1.3	4.3	0.9	0.8	0.6
$B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ FF	0.4	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.8	0.7	0.7	1.1	3.5	0.5	1.3	0.7
FSR	0.7	1.5	2.2	1.9	2.6	2.7	2.2	0.6	2.5	2.0	1.3	1.1	1.9	1.8	1.9
$B \rightarrow X_c \ell \nu$ BFs	1.8	2.1	1.1	2.2	4.6	1.2	2.4	2.2	1.3	2.5	1.7	2.2	0.9	1.0	0.8
$B \rightarrow D^* \ell \nu$ FFs	0.7	1.1	0.1	1.6	3.1	0.8	1.4	1.0	0.9	1.2	0.6	2.7	0.7	0.4	0.6
$B \rightarrow D \ell \nu$ FF	1.7	1.2	0.7	0.3	2.2	0.4	0.1	0.7	0.6	0.9	0.4	0.7	0.1	0.4	0.2
$\Upsilon(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0$ BF	2.1	2.5	1.5	1.5	1.3	1.7	1.6	1.2	1.6	1.0	2.4	1.9	1.7	1.7	1.7
$D \rightarrow X \ell \nu$ BFs	2.3	2.8	1.1	1.3	1.6	1.1	1.1	0.9	0.6	0.9	1.0	0.8	0.4	0.5	0.3
$D \rightarrow K_L^0$ BFs	0.6	1.7	2.3	1.5	2.0	2.3	1.0	4.2	1.8	3.9	1.0	1.7	1.1	1.0	1.1
B counting	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1
Signal MC stat error	1.5	1.7	1.6	1.9	1.6	1.9	1.4	1.8	1.4	1.6	1.3	1.5	0.5	0.6	0.4
Total systematic error	23.7	7.0	6.2	8.1	9.6	7.3	7.1	11.0	7.0	11.0	14.9	27.0	6.3	7.8	5.7
Fit error	15.2	14.4	12.8	14.8	15.4	19.2	13.9	25.2	17.6	28.5	20.2	27.7	5.3	10.3	4.8
Total error	28.2	16.1	14.2	16.9	18.2	20.5	15.6	27.5	19.0	30.6	25.1	38.7	8.2	12.9	7.5

TAB. 3.20 – Correlation matrix of the partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ statistical uncertainties obtained from the real data. The correlations have the same values for the “No FSR” case as for the one with FSR, within the quoted precision.

q^2 bins (GeV ² /c ⁴)	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-26.4
0-2	1.00	-0.26	0.11	0.01	0.06	0.01	0.03	-0.01	-0.00	-0.00	-0.00	-0.01
2-4	-0.26	1.00	-0.33	0.14	0.03	-0.00	0.01	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
4-6	0.11	-0.33	1.00	-0.30	0.21	0.05	0.13	-0.02	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
6-8	0.01	0.14	-0.30	1.00	-0.22	0.15	0.09	-0.01	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
8-10	0.06	0.03	0.21	-0.22	1.00	-0.22	0.20	-0.03	0.00	-0.00	-0.00	-0.00
10-12	0.01	-0.00	0.05	0.15	-0.22	1.00	-0.02	0.02	-0.00	0.00	-0.00	-0.00
12-14	0.03	0.01	0.13	0.09	0.20	-0.02	1.00	-0.25	-0.00	-0.03	0.00	-0.00
14-16	-0.01	-0.00	-0.02	-0.01	-0.03	0.02	-0.25	1.00	0.06	0.21	-0.06	-0.04
16-18	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	0.00	-0.00	-0.00	0.06	1.00	0.13	-0.08	-0.06
18-20	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	0.00	-0.03	0.21	0.13	1.00	-0.21	-0.13
20-22	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	0.00	-0.06	-0.08	-0.21	1.00	-0.05
22-26.4	-0.01	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.04	-0.06	-0.13	-0.05	1.00

TAB. 3.21 – Correlation matrix of the partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ systematic uncertainties obtained from the real data. The correlations have the same values for the “No FSR” case as for the one with FSR, within the quoted precision.

q^2 bins (GeV ² /c ⁴)	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-26.4
0-2	1.00	0.19	0.32	0.11	-0.06	0.46	0.44	0.13	0.31	0.23	0.13	0.00
2-4	0.19	1.00	0.21	-0.09	-0.28	0.31	0.11	-0.05	0.23	0.14	0.18	0.35
4-6	0.32	0.21	1.00	0.66	0.46	0.74	0.58	0.52	0.56	0.30	0.04	0.04
6-8	0.11	-0.09	0.66	1.00	0.75	0.58	0.67	0.60	0.54	0.27	-0.05	-0.09
8-10	-0.06	-0.28	0.46	0.75	1.00	0.32	0.59	0.48	0.35	0.13	0.04	-0.11
10-12	0.46	0.31	0.74	0.58	0.32	1.00	0.67	0.37	0.55	0.36	0.08	0.05
12-14	0.44	0.11	0.58	0.67	0.59	0.67	1.00	0.32	0.62	0.36	0.08	-0.14
14-16	0.13	-0.05	0.52	0.60	0.48	0.37	0.32	1.00	0.40	0.28	0.05	-0.11
16-18	0.31	0.23	0.56	0.54	0.35	0.55	0.62	0.40	1.00	0.54	0.05	-0.08
18-20	0.23	0.14	0.30	0.27	0.13	0.36	0.36	0.28	0.54	1.00	-0.10	0.23
20-22	0.13	0.18	0.04	-0.05	0.04	0.08	0.08	0.05	0.05	-0.10	1.00	0.08
22-26.4	0.00	0.35	0.04	-0.09	-0.11	0.05	-0.14	-0.11	-0.08	0.23	0.08	1.00

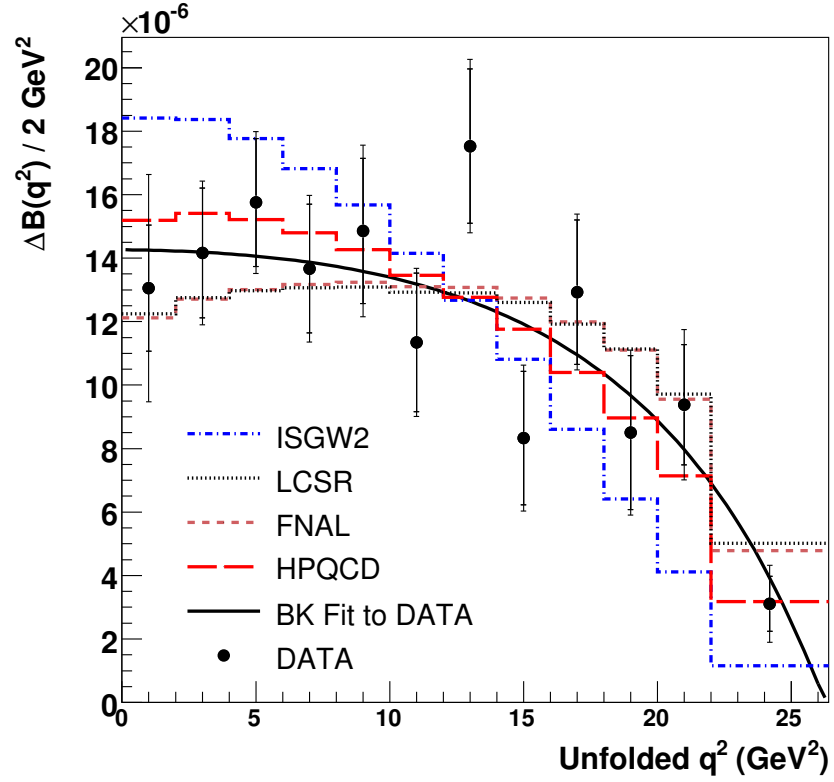


FIG. 3.34 – Partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ spectrum in 12 bins of q^2 . The smaller error bars are statistical only while the larger ones also include systematic uncertainties. The solid black curve shows the result of the fit of the BK parametrization to the data. The data are also compared to unquenched LQCD calculations ^[49,50], LCSR calculations ^[48], and the ISGW2 quark model ^[47].

3.7.4.4 Tests of QCD calculations

TAB. 3.22 – χ^2 values and associated probabilities for various QCD calculations compared to our measured q^2 spectrum, for twelve degrees of freedom.

QCD model	stat error only		stat+syst errors	
	χ^2	$Prob(\chi^2)$ (%)	χ^2	$Prob(\chi^2)$ (%)
ISGW2 ^[47]	50.6	0.000%	34.5	0.056%
Ball-Zwicky ^[48]	16.8	15.8%	12.4	41.2%
FNAL ^[50]	15.7	20.7%	11.9	45.0%
HPQCD ^[49]	11.5	48.9%	9.4	66.9%

The χ^2 probabilities have been calculated relative to the binned data result displayed in Fig. 3.34 for various theoretical predictions, considering only experimental errors, as described in Sect. 3.3.9. In Table 3.22 we give the values of χ^2 and their associated probabilities for the four different models. We obtain $P(\chi^2)=67\%$ for HPQCD ^[49], 45% for FNAL ^[50] and 41% for LCSR ^[48]. The ISGW2 quark model ^[47], $P(\chi^2)=0.06\%$, is clearly incompatible with our data. A more definitive choice among the remaining calculations must await a substantial increase in statistics.

3.7.4.5 Extraction of $|V_{ub}|$

We extract $|V_{ub}|$ from the partial BFs $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ using the relation : $|V_{ub}| = \sqrt{\Delta\mathcal{B}(q^2)/(\tau_{B^0}\Delta\zeta)}$, where $\tau_{B^0} = 1.530 \pm 0.009$ ps ^[4] is the B^0 lifetime and $\Delta\zeta = \Gamma/|V_{ub}|^2$ is the normalized partial decay rate predicted by the form-factor calculations ^[47–50,139] (see Sect. 3.3.10). Excluding the ISGW2 model, the values of $|V_{ub}|$ given in Table 3.23 range from $(3.6 - 4.1) \times 10^{-3}$. All these values have to be considered since our current experimental sensitivity does not allow a definitive choice among the corresponding calculations. For the most recently published unquenched LQCD calculation ^[49], we obtain :

$$|V_{ub}| = (4.1 \pm 0.2_{stat} \pm 0.2_{syst-0.4FF}^{+0.6}) \times 10^{-3}.$$

TAB. 3.23 – Values of $|V_{ub}|$ derived from the form-factor calculations. The first two uncertainties arise from the statistical and systematic uncertainties of the partial BFs, respectively. The third uncertainty comes from the uncertainties on $\Delta\zeta$ due to the calculations.

	q^2 (GeV ² /c ⁴)	$\Delta\mathcal{B}$ (10 ⁻⁴)	$\Delta\zeta$ (ps ⁻¹)	$ V_{ub} $ (10 ⁻³)
Ball-Zwicky [48]	< 16	$1.09 \pm 0.06 \pm 0.07$	5.44 ± 1.43	$3.6 \pm 0.1 \pm 0.1^{+0.6}_{-0.4}$
HPQCD [49]	> 16	$0.38 \pm 0.04 \pm 0.03$	1.46 ± 0.35	$4.1 \pm 0.2 \pm 0.2^{+0.6}_{-0.4}$
FNAL [50]	> 16	$0.38 \pm 0.04 \pm 0.03$	1.83 ± 0.50	$3.7 \pm 0.2 \pm 0.2^{+0.6}_{-0.4}$
APE [139]	> 16	$0.38 \pm 0.04 \pm 0.03$	1.80 ± 0.86	$3.7 \pm 0.2 \pm 0.2^{+1.4}_{-0.7}$
ISGW2 [47]	0–26.4	$1.46 \pm 0.07 \pm 0.08$	9.6 ± 4.8	$3.2 \pm 0.1 \pm 0.1^{+1.3}_{-0.6}$

3.8 Cross-checks

We have performed various cross-checks to make sure that the results and their uncertainties are self-coherent. The high statistics provided by our technique allow us to show that there is good agreement between data and simulation for the critical variables in signal depleted, signal enhanced, $b \rightarrow u\ell\nu$ enhanced and continuum control samples. Consistent results are obtained either by dividing the final dataset into sub-samples or using modified binnings or modified event selections. These cross-checks are however not intended to estimate systematic uncertainties.

3.8.1 Data/MC comparisons

We compared the data and MC distributions of key quantities of the analysis after all selections and corrections. The comparisons presented in Sect. 3.8.1.1 and 3.8.1.2 were made while the analysis was still kept blind⁴². The comparisons presented in Sect. 3.8.1.3 were made after the analysis has been unblinded. The overall agreement is very good.

In Figs. 3.35, 3.37 and 3.39, we compared quantities related to Y signal candidates : the crucial ΔE , m_{ES} and $\tilde{q}^2$ as well as the lepton momentum and the pion and lepton polar angle in the laboratory frame. Figs. 3.36, 3.38 and 3.40 show Data/MC comparisons of event variables, namely : θ_{Miss} , P_{Miss} , the number of GTVL tracks, the number of CalorNeutral EMC bumps, the charged energy and the neutral energy. These quantities are of indirect interest since they can affect the neutrino reconstruction which in turns affects the ΔE and m_{ES} distributions. Not surprisingly, we note that the number of CalorNeutral bumps is poorly simulated. This is a well-known effect that primarily comes from background photons of very low energy. However, our analysis does not depend directly on the number of EMC bumps. A more relevant quantity is the neutral energy : the sum of all CalorNeutral bumps' energy, which is well simulated.

⁴²See Sect. 3.7.3 for more details regarding our “blind analysis” procedure.

3.8.1.1 Comparison of off-resonance data with continuum MC

We compared distributions obtained with the central configuration of the continuum MC simulation with those of the off-resonance data control sample, in the entire ΔE - m_{ES} fit region. As shown in Figs. 3.35 and 3.36, the agreement between data and MC is very good.

3.8.1.2 Comparison of on-resonance data with full MC simulation in the sidebands of ΔE and m_{ES}

We compared distributions obtained with the central configuration of the simulation with the on-resonance data ones in the ΔE - m_{ES} sidebands⁴³, where the signal contribution is depleted. Since the $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal and $b \rightarrow u \ell \nu$ background yields are not expected to be predicted precisely in the simulation, the MC histograms were scaled by factors given by a blinded fit to the data ($p_{u\ell\nu} = 0.854 \pm 0.019$, $p_{\text{other } BB} = 1.015 \pm 0.011$, $p_{\text{cont}} = 1.097 \pm 0.039$). The fit was performed in the sidebands of ΔE and m_{ES} , using a combined PDF for the $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal and the $b \rightarrow u \ell \nu$ background. The $\tilde{q}^2$ information was not used. The χ^2/ndof of the fit was $402.53/272 = 1.48$. The signal contribution is expected to be around $\sim 6\%$. As shown in Figs. 3.37 and 3.38, the agreement between data and MC is very good.

3.8.1.3 Comparison of on-resonance data with full MC simulation in the ΔE - m_{ES} signal region (unblinded)

We compared distributions obtained with the central configuration of the simulation with the on-resonance data ones in the unblinded ΔE - m_{ES} signal region, where the signal contribution is enhanced. The signal and background distributions are corrected in the various $\tilde{q}^2$ regions using the nominal value of the fit parameters quoted in Sect. 3.7.4.1. As shown in Figs. 3.39 and 3.40, the agreement between

⁴³The ΔE - m_{ES} sidebands are the entire fit region with the signal region removed (see Fig. 3.14). They are defined as $\Delta E < -0.16 \text{ GeV}$ or $\Delta E > 0.20 \text{ GeV}$ or $m_{\text{ES}} < 5.2675 \text{ GeV}/c^2$.

data and MC is very good. In Fig. 3.39, we show the key cut variables $\cos\theta_{thrust}$ and $\cos\theta_\ell$ in addition to the usual $\tilde{q}^2$ and lepton and pion momentum and lepton polar angle in the laboratory frame. The new value of the $f_+(q^2)$ shape parameter obtained in this analysis was not used to make the signal distribution.

3.8.1.4 Comparison of on-resonance data with full MC simulation for $b \rightarrow u\ell\nu$ enhanced samples (unblinded)

We compared $b \rightarrow u\ell\nu$ enhanced distributions obtained with the central configuration of the simulation with the on-resonance data ones in the entire unblinded ΔE - m_{ES} fit region. The fraction of $b \rightarrow u\ell\nu$ events is enhanced by only selecting the events with $\tilde{q}^2 > 20 \text{ GeV}^2/c^4$. The signal and background distributions are corrected in the various $\tilde{q}^2$ regions using the nominal value of the fit parameters quoted in Sect. 3.7.4.1. The results are shown in Figs. 3.41. The agreement between data and MC is excellent, particularly for ΔE and m_{ES} .

3.8.1.5 lepton momentum spectrum in the $\Upsilon(4S)$ frame

No cut is currently applied to p_{lepton}^* , the lepton momentum in the $\Upsilon(4S)$ frame. However, there are cuts on the minimum momenta in the laboratory frame as well as a rather tight cut on $\cos\theta_\ell$ (the helicity angle of the W) which are strongly correlated to p_{lepton}^* . As a result, we can see in Figs. 3.42 and 3.43 that cutting on p_{lepton}^* will not have a big effect to the background rejection nor the Data/MC agreement. The selection used in the previous semileptonic untagged measurement by *BABAR* ^[108], $p_{lepton}^* > 0.8 \text{ GeV}/c$, is indicated by a dashed line in the figures.

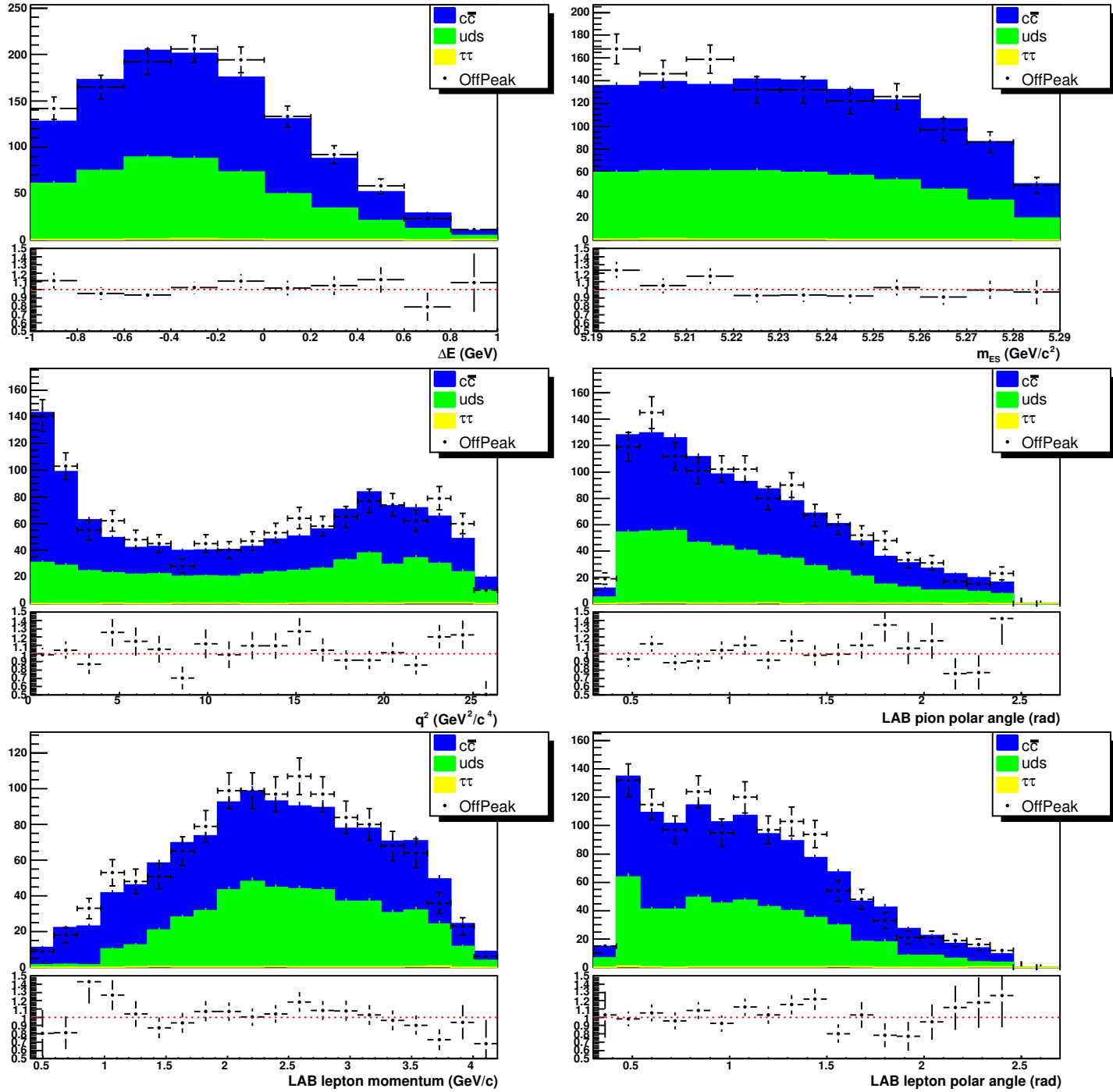


FIG. 3.35 – Comparison of Y variables distributions obtained in the off-resonance data and continuum MC simulation, in the entire ΔE - m_{ES} fit region, after applying all analysis cuts and MC simulation corrections.

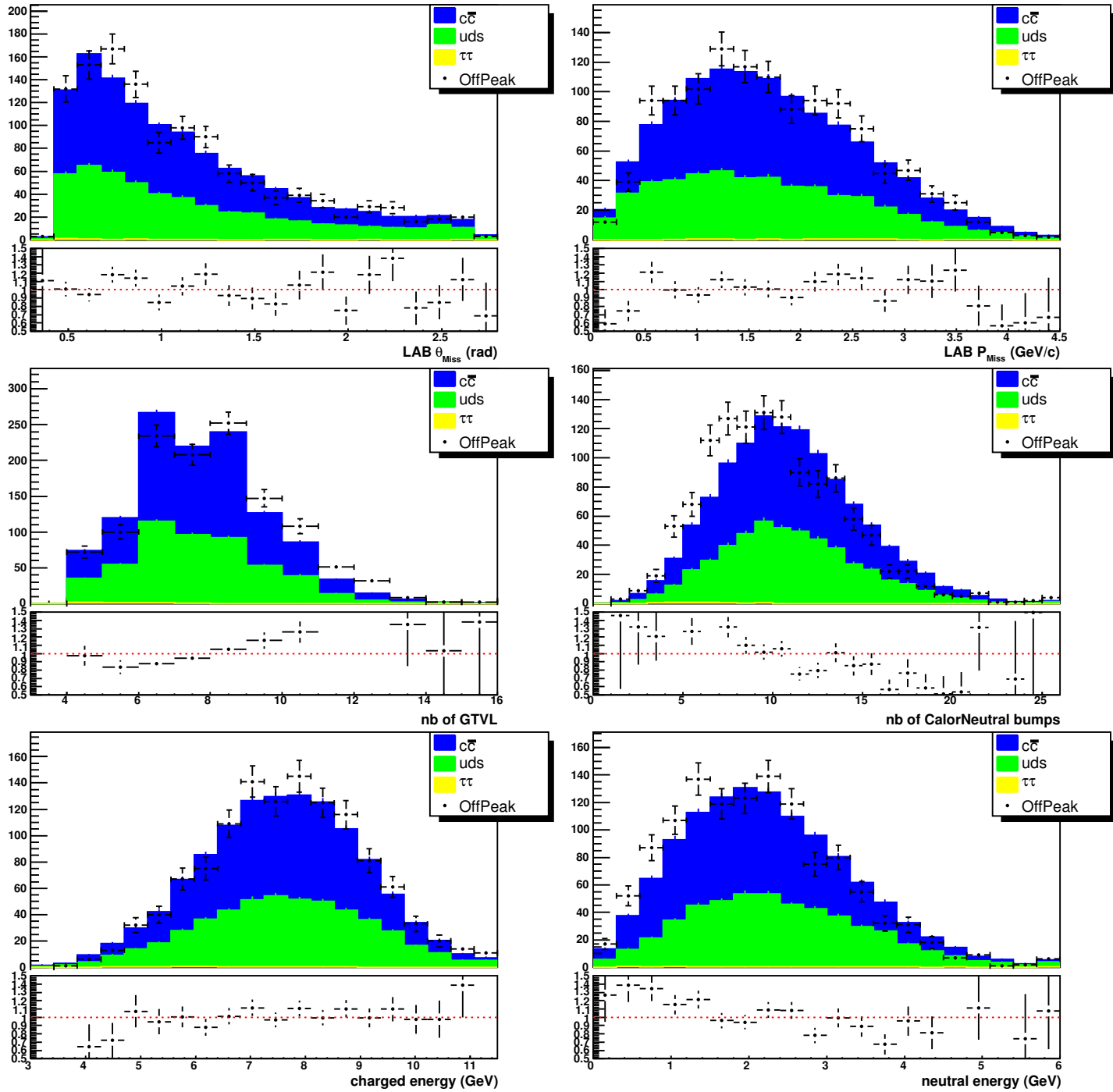


FIG. 3.36 – Comparison of event variables distributions obtained in the off-resonance data and continuum MC simulation, in the entire ΔE - m_{ES} fit region, after applying all analysis cuts and MC simulation corrections.

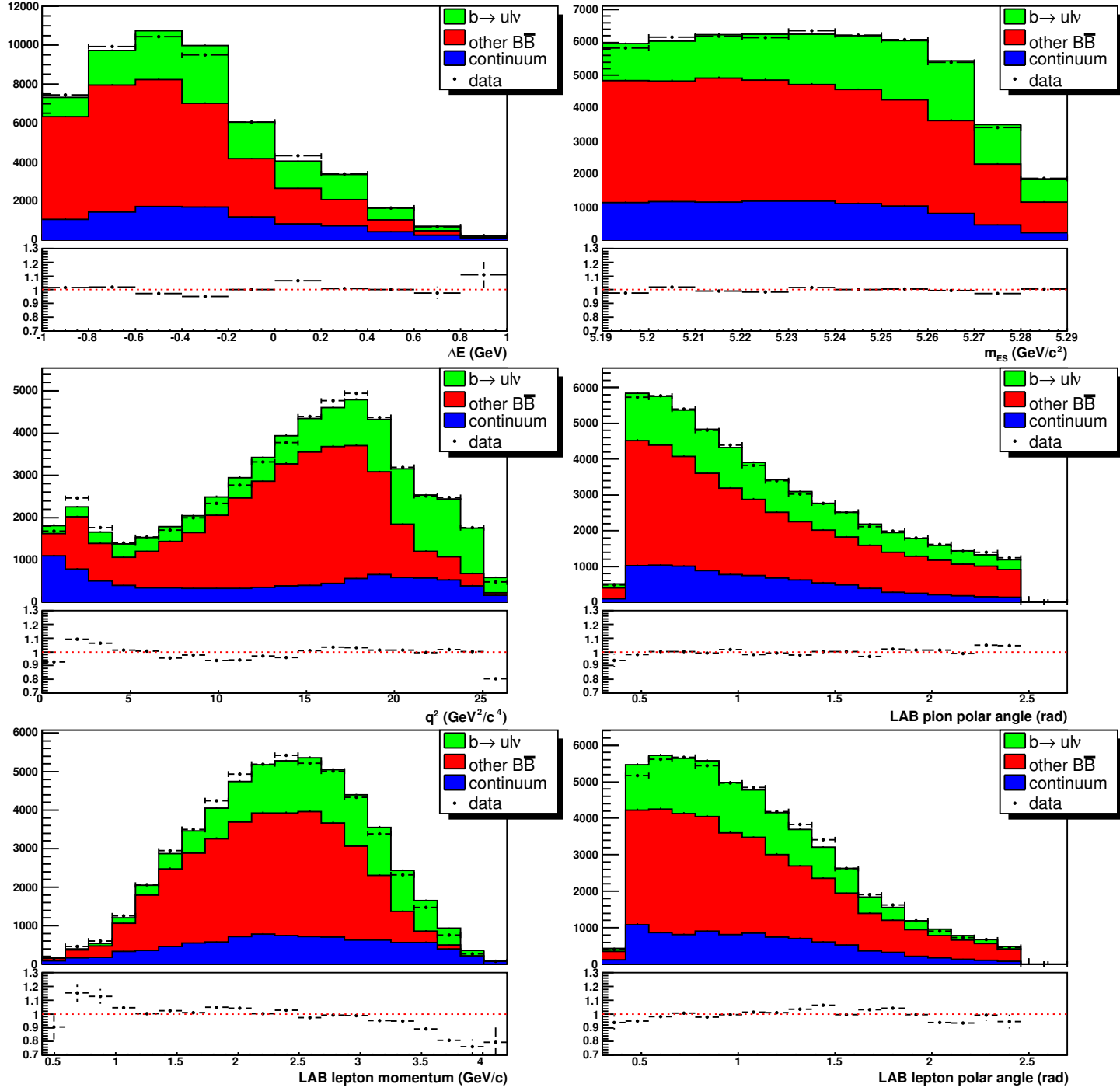


FIG. 3.37 – Comparison of Y variables distributions obtained in the on-resonance data and MC simulation, in the sidebands of ΔE and m_{ES} , after applying all analysis cuts and MC simulation corrections. The MC histograms were scaled by factors given by a blinded fit to the data.

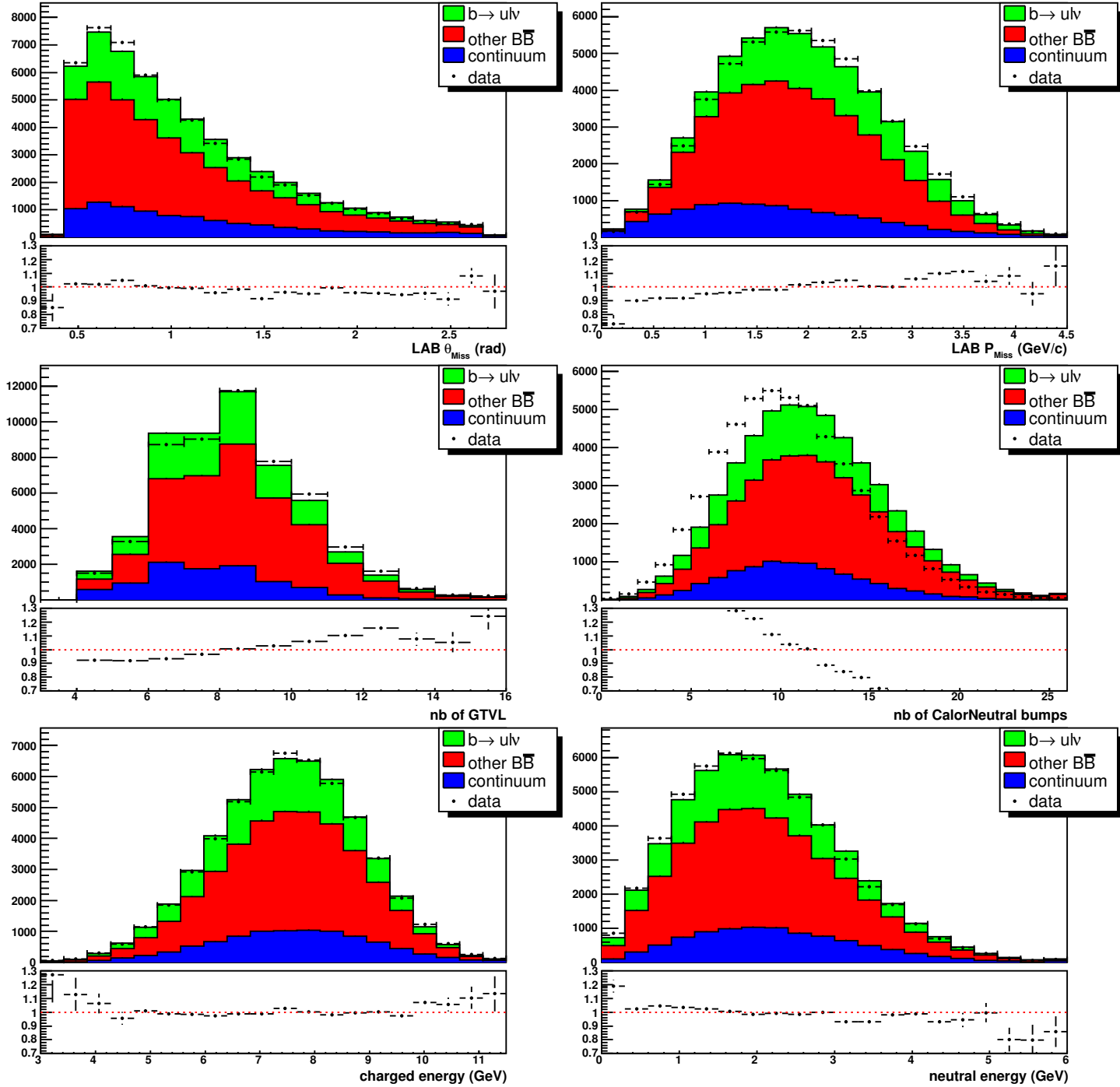


FIG. 3.38 – Comparison event variables distributions obtained in the on-resonance data and MC simulation, in the sidebands of ΔE and m_{ES} , after applying all analysis cuts and MC simulation corrections. The MC histograms were scaled by factors given by a blinded fit to the data.

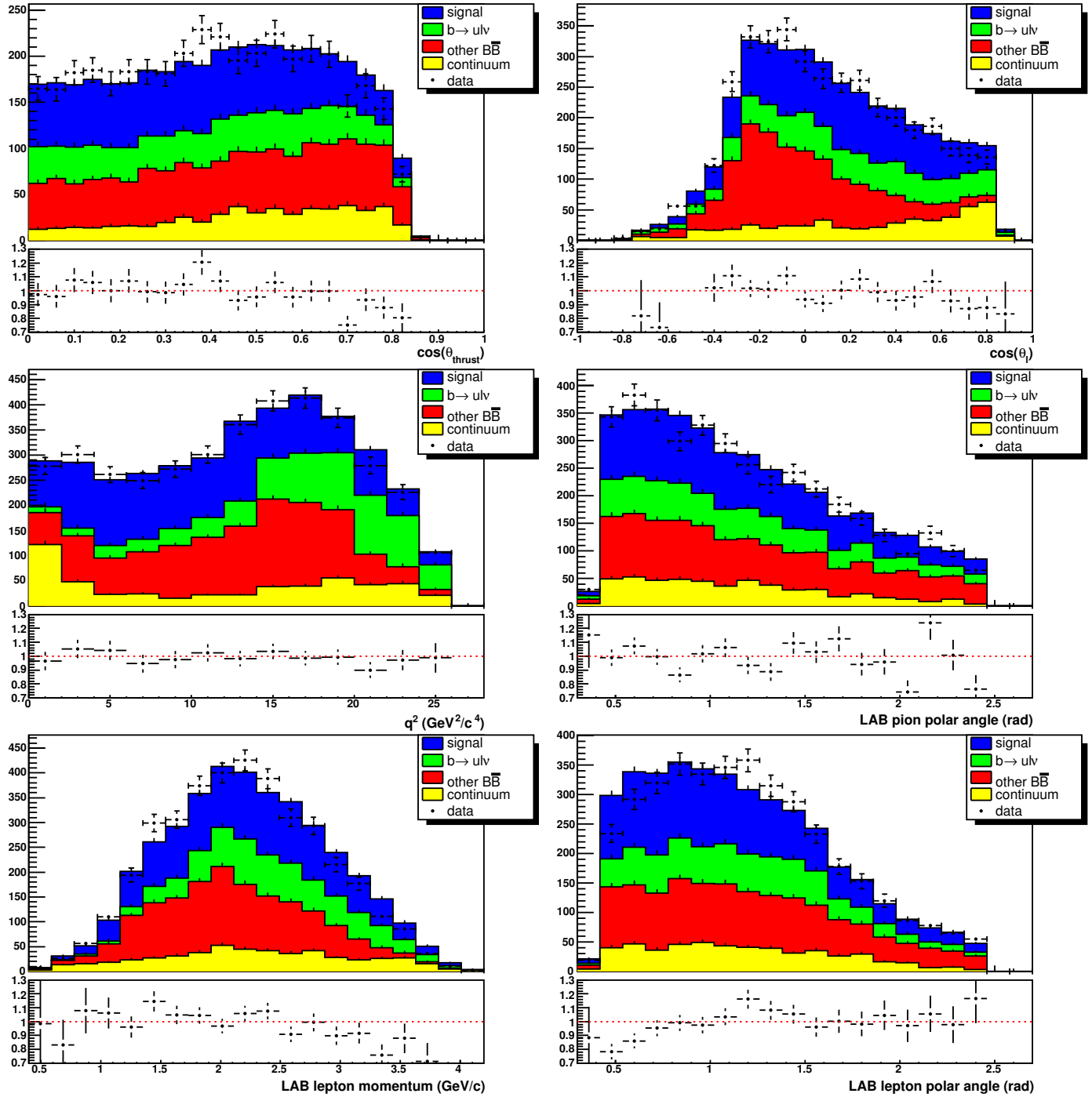


FIG. 3.39 – Comparison of Y variables distributions obtained in the on-resonance data and MC simulation, in the ΔE - m_{ES} signal region, after applying all analysis cuts and MC simulation corrections. The MC histograms were scaled by factors given by the nominal fit to the data.

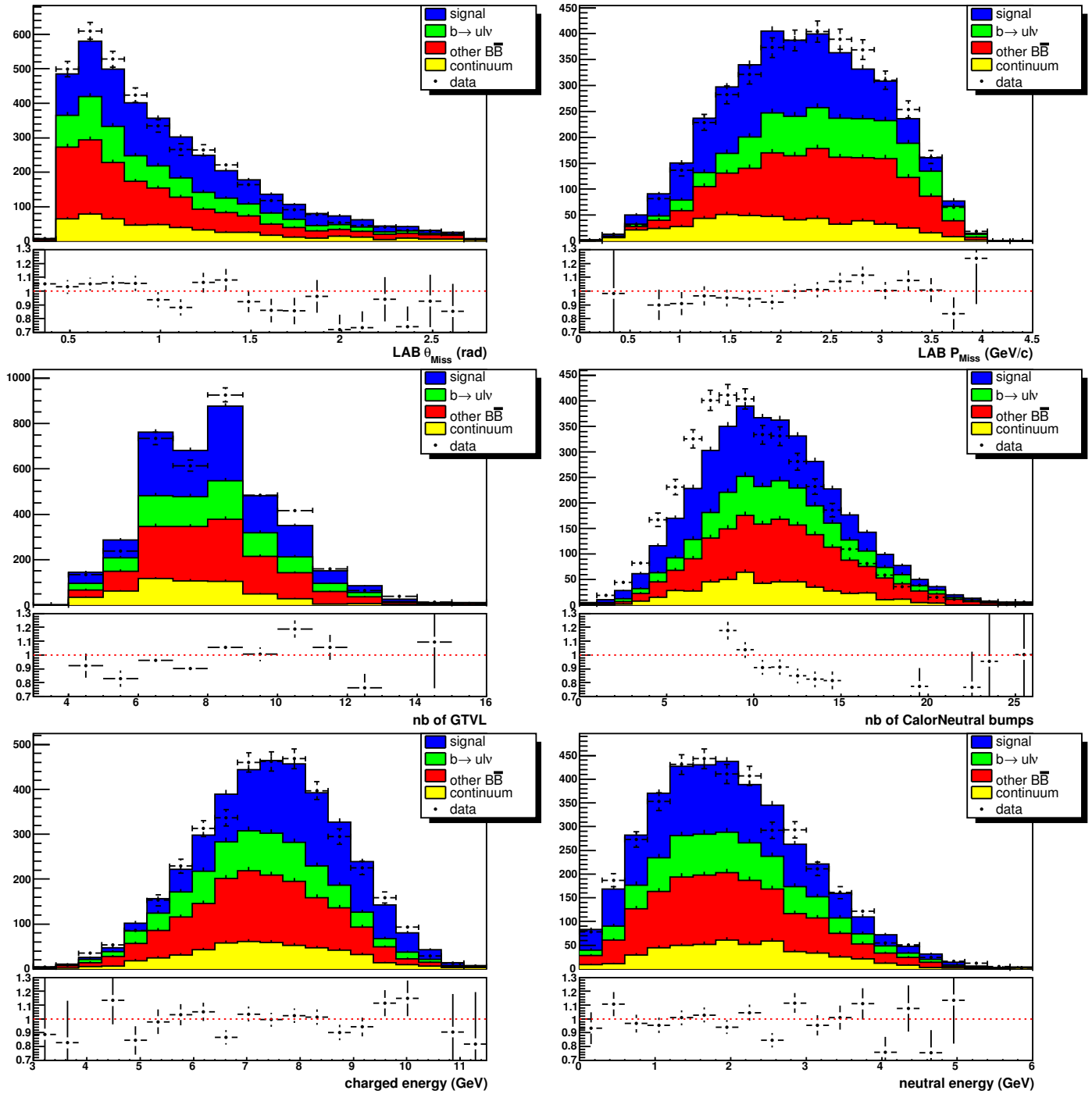


FIG. 3.40 – Comparison of event variables distributions obtained in the on-resonance data and MC simulation, in the ΔE - m_{ES} signal region, after applying all analysis cuts and MC simulation corrections. The MC histograms were scaled by factors given by the nominal fit to the data.

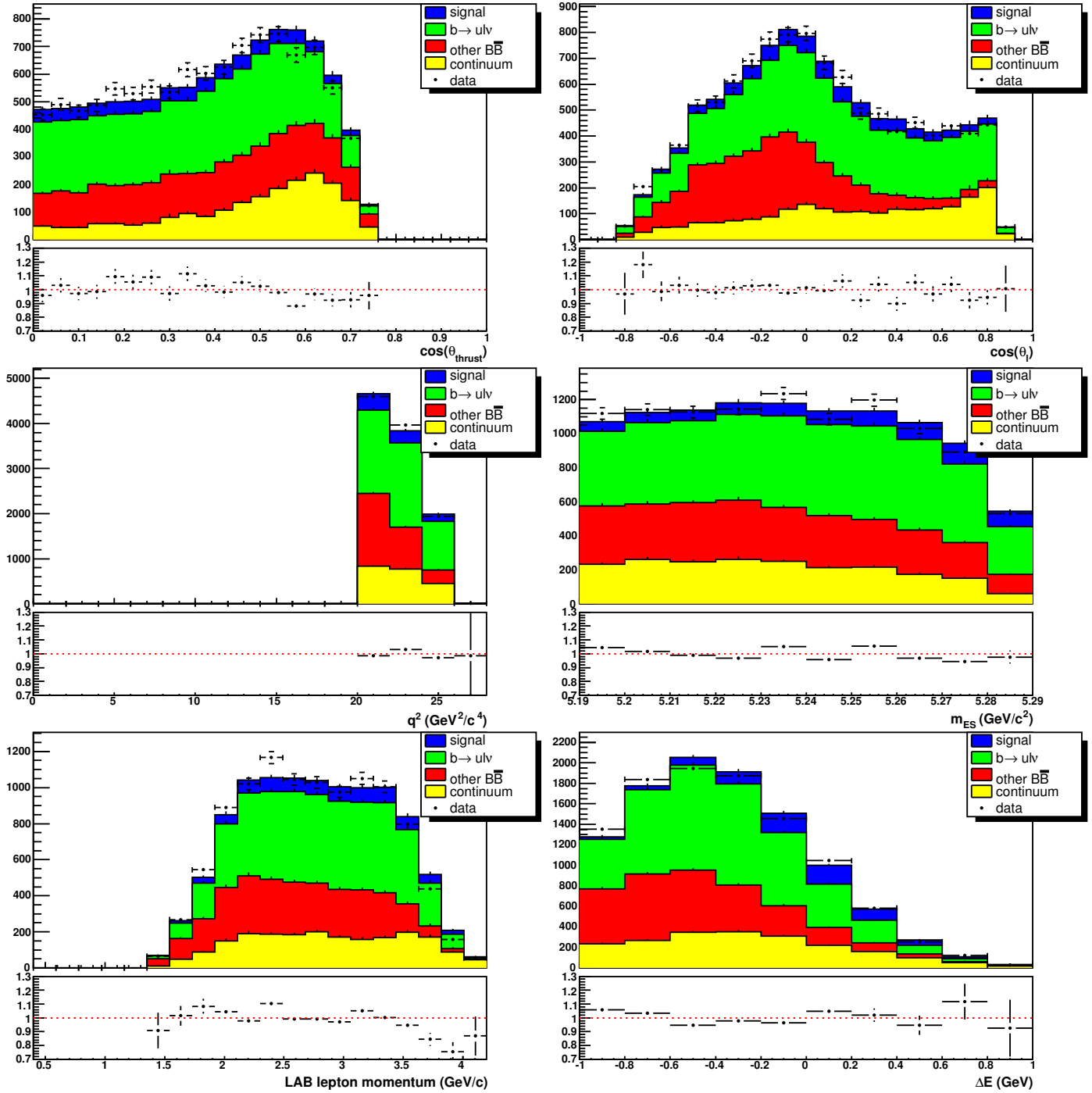


FIG. 3.41 – Comparison of Y variables $b \rightarrow ul\nu$ enhanced distributions obtained in the on-resonance data and MC simulation, for the entire fit region, after applying all analysis cuts and MC simulation corrections. The MC histograms were scaled by factors given by the nominal fit to the data.

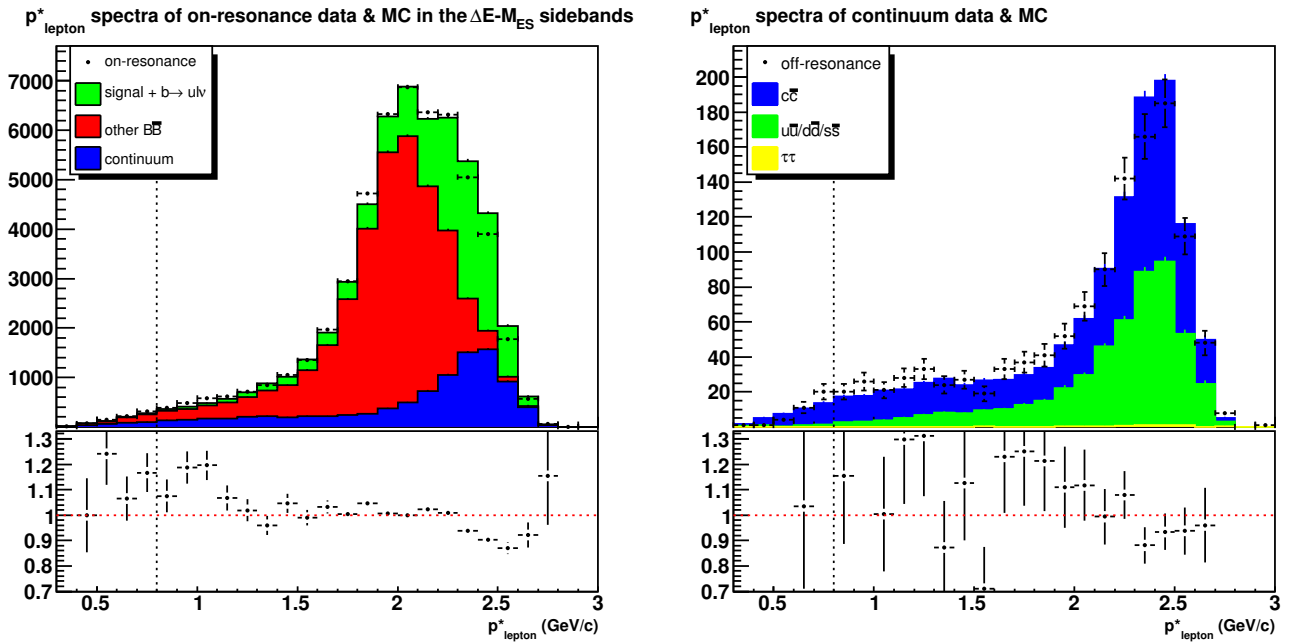


FIG. 3.42 – p_{lepton}^* spectra of data and MC after all selections and MC corrections. On the right-hand side, the on-resonance data are compared with the full MC in the ΔE - m_{ES} sidebands and the MC histograms are scaled according to the results of a blinded fit (see BAD 1313 Sect. 8.1.1). On the left-hand side, the off-resonance data are compared with the continuum MC.

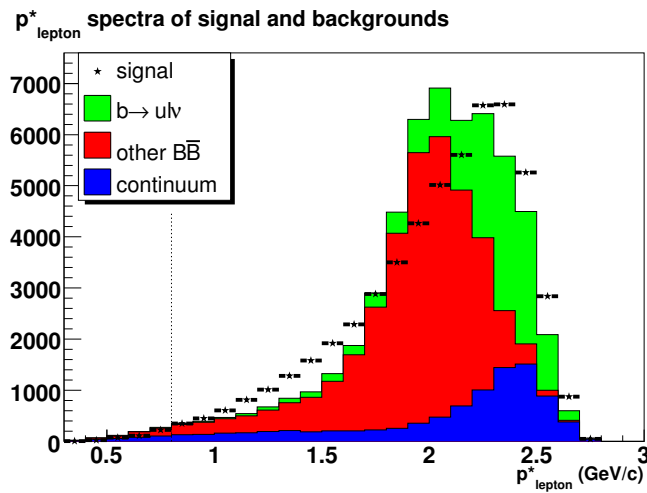


FIG. 3.43 – p_{lepton}^* spectra of signal and backgrounds after all selections.

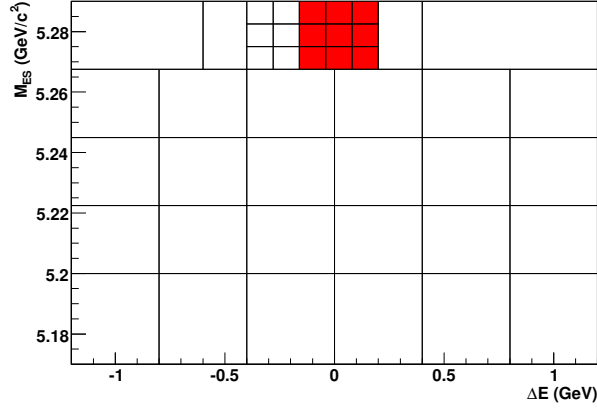


FIG. 3.44 – 2D binning of the larger ΔE - m_{ES} plane used for the cross-check signal extraction fit denoted “larger ΔE - m_{ES} plane” in Table 3.24. The entire fit region contains 43 bins.

3.8.2 Quality checks

The self-coherence of the unblinded results has been tested with various quality checks that consisted of repeating the analysis using variations of the nominal method presented in Sect. 3.3. The analysis was repeated with each of the cuts tighten or loosen or removed, one after the other. The analysis was also repeated with different $\tilde{q}^2$ or ΔE - m_{ES} binnings. These new results are not expected to be identical to the nominal values, but should be coherent within the uncertainties. All the cross-checks are summarized in Table 3.24, and are indeed coherent with the nominal values. A summary of the non-trivial cut modifications involved in some of the cross-checks is given in Table 3.25. The ΔE - m_{ES} 2D binnings used for the last four cross-checks of Table 3.24 are illustrated on Figs. 3.44 to 3.47. The results of these quality checks should be compared with our preliminary result presented at ICHEP’06^[105]. Considering the minor differences between our final and preliminary results, it is fully expected that the demonstrated self-coherence holds for the final result as well.

TAB. 3.24 – Summary of the results of all the cross-checked performed on real data. All the quoted uncertainties are statistical only, except for the nominal value. The results of these quality checks should be compared with our preliminary result presented at ICHEP'06^[105].

	$BF \times 10^4$	α_{BK}	signal yield	bkg yield
Nominal value	$1.444 \pm 0.070(\pm 0.103)$	$0.545 \pm 0.053(\pm 0.04)$	5047	52605
lepton flavors				
electrons only	1.420 ± 0.093	0.643 ± 0.055	2716	26671
muons only	1.397 ± 0.134	0.517 ± 0.092	2207	26081
Continuum modelling and non-simulated events				
off-resonance as PDF	1.449 ± 0.089	0.508 ± 0.074	5039	52433
no $\frac{\vec{p}_{tot} \cdot \vec{z}}{E_{tot}}$	1.428 ± 0.071	0.535 ± 0.053	5106	54349
no photon conversion veto	1.453 ± 0.071	0.527 ± 0.055	5178	54197
nb tracks ≥ 3	1.447 ± 0.071	0.540 ± 0.053	5067	52703
Other cut variations				
no best couple	1.400 ± 0.073	0.571 ± 0.052	5249	55587
loosen $\cos \theta_\ell$	1.500 ± 0.072	0.581 ± 0.049	5668	61238
tighten $\cos \theta_\ell$	1.466 ± 0.077	0.563 ± 0.054	4617	43668
loosen $\cos \theta_{thrust}$	1.469 ± 0.075	0.519 ± 0.056	5821	66659
tighten $\cos \theta_{thrust}$	1.507 ± 0.076	0.585 ± 0.053	4467	40687
loosen θ_{miss}	1.403 ± 0.070	0.502 ± 0.057	5248	60212
tighten θ_{miss}	1.442 ± 0.073	0.561 ± 0.052	4584	45644
no $Prob(\chi^2) Y$	1.426 ± 0.075	0.539 ± 0.056	5274	69559
tighten $Prob(\chi^2) Y$	1.472 ± 0.072	0.524 ± 0.055	4927	47624
no M_{miss}^2	1.421 ± 0.073	0.556 ± 0.050	5768	66006
loosen M_{miss}^2	1.420 ± 0.076	0.563 ± 0.054	5335	57411
tighten M_{miss}^2	1.501 ± 0.075	0.556 ± 0.052	4561	46070
no “ J/Ψ veto”	1.438 ± 0.076	0.559 ± 0.053	5081	55276
$0.41 < \theta_\pi < 2.54 \text{ rad}$	1.396 ± 0.069	0.543 ± 0.054	5226	57645
$0.41 < \theta_{lep} < 2.54 \text{ rad}$	1.433 ± 0.075	0.557 ± 0.053	5017	52732
Variation of fit parameters				
6 signal $\tilde{q}^2$ bins (+8 bkg)	1.507 ± 0.074	0.570 ± 0.053	5263	52376
larger ΔE - m_{ES} plane	1.412 ± 0.069	0.537 ± 0.050	5319	70428
smaller ΔE - m_{ES} plane	1.469 ± 0.076	0.582 ± 0.051	4576	35896
more ΔE - m_{ES} bins	1.428 ± 0.071	0.516 ± 0.055	4970	52692
less ΔE - m_{ES} bins	1.310 ± 0.071	0.487 ± 0.061	4559	53102

TAB. 3.25 – Summary of the non-trivial cut modifications in the cross-checks. In the following relations, $\tilde{q}^2$ is given in units of GeV^2/c^4 . The nominal cuts are shown in Table 3.1.

loosen $\cos \theta_\ell$	$\cos \theta_\ell > -0.938 + 0.0994 \cdot \tilde{q}^2 - 0.00384 \cdot \tilde{q}^4 - 0.1$ and $\cos \theta_\ell < 0.95$
tighten $\cos \theta_\ell$	$\cos \theta_\ell > -0.938 + 0.0994 \cdot \tilde{q}^2 - 0.00384 \cdot \tilde{q}^4 + 0.1$ and $\cos \theta_\ell < 0.75$
loosen $\cos \theta_{thrust}$	$\cos \theta_{thrust} < 0.460 + 0.0576 \cdot \tilde{q}^2 - 0.00215 \cdot \tilde{q}^4 + 0.1$
tighten $\cos \theta_{thrust}$	$\cos \theta_{thrust} < 0.460 + 0.0576 \cdot \tilde{q}^2 - 0.00215 \cdot \tilde{q}^4 - 0.1$
loosen θ_{miss}	$\theta_{miss} > (0.512 - 0.0162 \cdot \tilde{q}^2 + 0.000687 \cdot \tilde{q}^4 - 0.1) \text{ rad}$ and $\theta_{miss} < 2.8 \text{ rad}$
tighten θ_{miss}	$\theta_{miss} > (0.512 - 0.0162 \cdot \tilde{q}^2 + 0.000687 \cdot \tilde{q}^4 + 0.1) \text{ rad}$ and $\theta_{miss} < 2.6 \text{ rad}$
loosen M_{miss}^2	$M_{miss}^2 < (10.2 - 1.12 \cdot \tilde{q}^2 + 0.0625 \cdot \tilde{q}^4 + 2.0) \text{ GeV}^2/c^4$
tighten M_{miss}^2	$M_{miss}^2 < (10.2 - 1.12 \cdot \tilde{q}^2 + 0.0625 \cdot \tilde{q}^4 - 2.0) \text{ GeV}^2/c^4$
loosen $Prob(\chi^2) Y$	$Prob(\chi^2) Y > 0.04$
smaller ΔE - m_{ES} plane	$-0.8 < \Delta E < 0.8 \text{ GeV}$ and $5.21 < m_{ES} < 5.29 \text{ GeV}/c^2$
larger ΔE - m_{ES} plane	$-1.2 < \Delta E < 1.2 \text{ GeV}$ and $5.17 < m_{ES} < 5.29 \text{ GeV}/c^2$

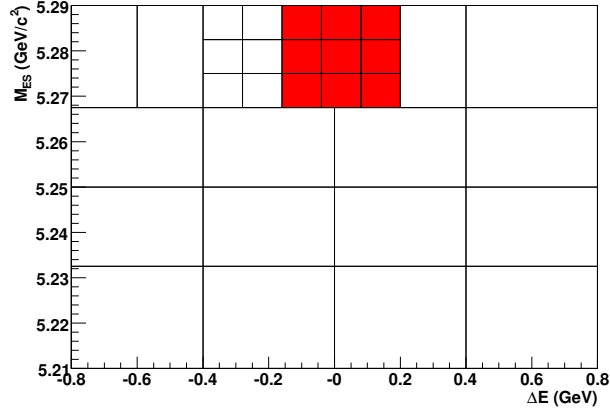


FIG. 3.45 – 2D binning of the smaller ΔE - m_{ES} plane used for the cross-check signal extraction fit denoted “smaller ΔE - m_{ES} plane” in Table 3.24. The entire fit region contains 31 bins.

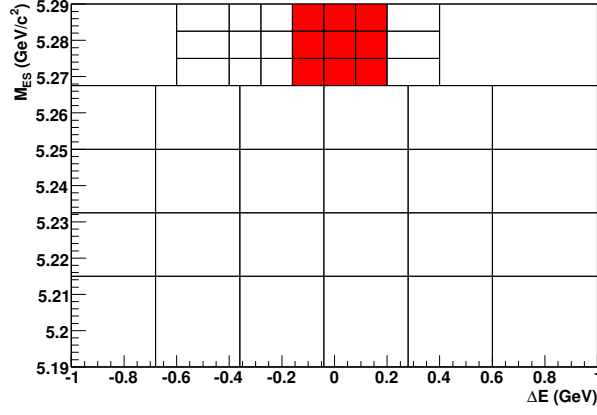


FIG. 3.46 – Alternate ΔE - m_{ES} 2D binning with more bins used for the cross-check signal extraction fit denoted “more ΔE - m_{ES} bins” in Table 3.24. The entire fit region contains 47 bins.

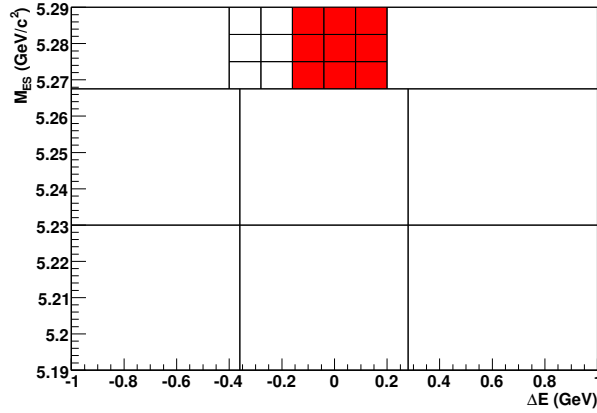


FIG. 3.47 – Alternate ΔE - m_{ES} 2D binning with less bins used for the cross-check signal extraction fit denoted “more ΔE - m_{ES} bins” in Table 3.24. The entire fit region contains 23 bins.

3.9 Summary

TAB. 3.26 – Summary of the main results.

$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu) = (1.46 \pm 0.07_{stat} \pm 0.08_{syst}) \times 10^{-4}$
$\alpha_{BK} = 0.52 \pm 0.05_{stat} \pm 0.03_{syst}$
$ V_{ub}f_+(0) = (9.6 \pm 0.3_{stat} \pm 0.2_{syst}) \times 10^{-4}$
$ V_{ub} = (4.1 \pm 0.2_{stat} \pm 0.2_{syst}^{+0.6}_{-0.4FF}) \times 10^{-3}$

In the present analysis, we have measured the partial $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ branching fractions in 12 bins of q^2 using a loose neutrino reconstruction technique. From these measurement, we obtained the most precise measurement to date of the $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ and $|V_{ub}f_+(0)|$, as well as a detailed description of the $f_+(q^2)$ shape. This shape can be compared with various theoretical predictions and, in particular, shows that the ISGW2 model can be ruled out. Our results are presented in details in Sect. 3.7.4. We summarize them in Table 3.26 in which the quoted value of $|V_{ub}|$ has been extracted from a recent calculation of the form factor ^[49].

The values and uncertainties in Table 3.19 together with the correlation matrices of the statistical and systematic uncertainties presented in Tables 3.20 and 3.21 allows the present data to be studied with different $f_+(q^2)$ parametrizations or compared with different QCD calculations. They also allow the use of our data in independent analyses that may lead to improved values of $|V_{ub}|$. Indeed, this has already been done by P. Ball in Ref. ^[43] and by Ebert, Faustov and Galkin in Ref. ^[57], using our preliminary results presented at ICHEP'06 ^[105].

The succesful development of the loose neutrino reconstruction technique shows that it is not always necessary to have very pure signal samples to control the systematic uncertainties. In this analysis, the gain in statistical precision has overcome the negative features of large backgrounds. This suggests that the loose neutrino reconstruction technique could be used advantageously in future measurements, possibly those of other exclusive $B \rightarrow X_u \ell \nu$ decays.

3.10 Appendix – Standard definitions and terminology

3.10.1 Charged Tracks Lists

The primary charged tracks list is *ChargedTracks* which corresponds to all candidates with non-zero charge, pion mass hypothesis assigned. As listed in Table 3.27, other lists, *GoodTracksVeryLoose* (GTVL) and *GoodTracksLoose* (GTL), are subsets of this list, based on the following selection criteria :

- maximum distance of closest approach to the beam spot center in the xy direction ($DOCA_{xy}$)
- maximum distance of closest approach to the beam spot center in the z direction ($DOCA_z$)
- maximum momentum in LAB frame (p_{LAB})
- minimum transverse momentum (pt)
- minimum number of DCH hits ($\#DCH$)

Criteria	GTVL	GTL
$DOCA_{xy}$ max.(cm)	1.5	1.5
$DOCA_z$ max.(cm)	10	10
p_{LAB} max.(GeV/c)	10	10
pt min.(GeV/c)	none	0.1
$\#DCH$ min.	none	12

TAB. 3.27 – Subset lists of the *ChargedTracks* list

3.10.2 Neutrino reconstruction four-vectors

Three basic four-vectors are often used throughout this document.

- s is the four-momentum sum of the colliding e^+ and e^- beams, as provided by PEP-II;
- P_{tot} is the four-momentum sum of all reconstructed GTVL tracks and CalorNeutral bumps, its energy component is referred to as E_{tot} ;
- P_{miss} is the missing momentum four-vector, defined as $P_{miss} \equiv (\vec{p}_{miss}, |\vec{p}_{miss}|)$

with $\vec{p}_{miss} = \vec{s} - \vec{p}_{tot}$. By setting the P_{miss} energy to $|\vec{p}_{miss}|$, P_{miss} is massless by construction. This method gives a more accurate estimation of the signal neutrino four-vector than by setting $E_{miss} = s_{energy} - E_{tot}$.

To reconstruct P_{tot} and the other full-event quantities, we use the CalorNeutral selection of EMC bumps instead of more stringent selections because our MC studies show that it yields more precise measurements of the $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ and $f_+(q^2)$ shape parameters. With stringent EMC selections (e.g. *à la* BAD 1111), too much real photons are rejected, which results in additional missing energy that is not coming from the signal neutrino. The consequences of using tight EMC bump selections are thus that the ΔE and m_{ES} shape differences between signal and background are less sharp and the separation of the signal from the background is worsen.

3.10.3 Terminology of semileptonic decays

The following terminology is used throughout this document to describe $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decays.

- Y represents a fictive particle whose four-momenta is the vectorial sum of the pion and lepton four-momenta : $P_Y = P_\pi + P_\ell$, so that $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ could be written as $B^0 \rightarrow Y \nu$;
- q^2 means either the true q^2 in its theoretical sense or the experimental unfolded q^2 which is in principle equivalent to the true q^2 ;
- $\tilde{q}^2$ means the reconstructed q^2 . It differs from the true and unfolded q^2 because of experimental uncertainties.

In addition, the symbols X_u and X_c are used to represent one or several charmless or charmed meson(s), respectively.

3.11 Appendix – Optimization of the fit parameters

The nominal signal extraction fit parameters used in the V1-V4 of this document were :

- four categories of events : $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal and $b \rightarrow u \ell \nu$, other $B\bar{B}$ and continuum backgrounds;
- 11 bins of $\tilde{q}^2$ in which the signal scale factors are fitted independently but the backgrounds' scaling factors are constrained to be the same, for a total of 14 free parameters;
- width of the 10 first bins : $2.376 \text{ GeV}^2/c^4$;
- width of the last bin : $2.64 \text{ GeV}^2/c^4$.

Starting from these parameters (thereafter referred to as “standard-sig11-uln01-bb01-con01”), we optimized the number of $\tilde{q}^2$ bins and the number of independent scaling factors for the backgrounds. We also tried different $\tilde{q}^2$ binnings in which the width of the last bin is modified. We conserved the same four categories events. The entire study was done using simulated data only.

We only considered the dominant sources of uncertainty for the optimization process. These uncertainties are : statistical, $B \rightarrow \rho \ell \nu$ A1 and A2 form factors, $b \rightarrow u \ell \nu$ BF, $D \rightarrow K_L X$ BF, $\tilde{q}^2$ spectrum of the continuum, as well as tracking and EMC efficiencies in the full-event reconstruction. The continuum yield and signal form factor systematic uncertainties were also considered even if they are not dominant. To ease the optimization process, only 50 different samples were used to estimate the $b \rightarrow u \ell \nu$ BF, $D \rightarrow K_L X$ BF and $\tilde{q}^2$ spectrum of the continuum systematic uncertainties. The $B \rightarrow \rho \ell \nu$ and signal form factor as well as the continuum yield uncertainties were estimated using only one sample where the relevant parameter is varied by one sigma. The statistical uncertainty was estimated from 50 statistically independent TOY data and MC samples.

We optimized the signal extraction fit parameters based on the MC estimation of the total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ uncertainties. In general, it was found that the $f_+(q^2)$ parameters' uncertainties are not very sensitive to the signal extraction fit parameters and thus were not used for the optimization.

As a first step, we merged the original bins #10 and #11 into a single bin corresponding to $21.384 \text{ GeV}^2/c^4 < \tilde{q}^2 < 26.4 \text{ GeV}^2/c^4$. We observed that the uncertainties on the total signal yield, the total signal BF and the $f_+(q^2)$ parame-

ter α_{BK} are all slightly reduced with this configuration (thereafter referred to as “SigMax90-sig10-uln01-bb01-con01”). This can be seen for the BF in the first two lines of Table 3.28. Hence, we started from the SigMax90-sig10-uln01-bb01-con01 configuration for the next optimization step.

For the second step of the optimization, we kept the number of signal parameters constant, and varied the number of parameters for each background category, one at the time. The results are illustrated in the second, third and fourth blocks of Table 3.28. In all cases, we found that increasing the number of background parameters also increased the statistical uncertainty of the signal. On the other hand, increasing the number of $b \rightarrow u\ell\nu$ and other $B\bar{B}$ parameters decreased the systematic uncertainty. Increasing the number of continuum parameters did not seem to be of any benefit. Increasing the number of $b \rightarrow u\ell\nu$ parameters from one to two (three) reduces the $B \rightarrow \rho\ell\nu$ form factors systematic uncertainty by 60% (70%) and the $b \rightarrow u\ell\nu$ BF systematic uncertainty by 30% (40%). The systematic uncertainty reduction then gets to a plateau that is compensated by the increase in statistical uncertainty. We decided to use three $b \rightarrow u\ell\nu$ parameters for the nominal fit. Increasing the number of other $B\bar{B}$ parameters has a smaller effect on both systematic and statistical uncertainties. The $D \rightarrow K_L X$ BF uncertainty is reduced on the signal yields, but not the BF (this uncertainty is dominated by the signal efficiency). Choosing the number of other $B\bar{B}$ parameters then becomes a trade-off between relying more on the MC simulation or dealing with a more complex fit. We decided to use four other $B\bar{B}$ parameters for the nominal fit.

For the third optimization step, we varied the number of $\tilde{q}^2$ bins and signal parameters (which are equal) from 5 to 15, while the number of background parameters was kept fixed to their values determined previously. The results are illustrated in the fifth block of Table 3.28. We found that the total BF uncertainties obtained with either number of parameters are essentially the same. This conclusion also applies to the $f_+(q^2)$ shape parameters. In the individual bins, the statistical (stat+syst) uncertainty slowly increase from $\sim 13\%$ ($\sim 20\%$) to $\sim 23\%$ ($\sim 30\%$) when going from 5 to 15 bins. With 15 $\tilde{q}^2$ bins, the signal yield in each bin always remain above

~ 70 , and it seems that the fit could handle even larger number of bins without major problems. We can then choose to use any number of bins⁴⁴. A quick review of the litterature about $f_+(q^2)$ calculations did not convince us that any particular $\tilde{q}^2$ binning is of greater interest. Thus, we decided to use 10 $\tilde{q}^2$ bins.

We made one more adjustment of the last two $\tilde{q}^2$ bins, that we redefined (19.008, 21.648, 26.4) instead of (19.008, 21.384, 26.4). We also redefined the last two bins of the other $B\bar{B}$ background to be (11.88, 16.632, 26.4) instead of (11.88, 19.008, 26.4). With this final configuration, we obtained the result denoted “Nominal-sig10-uln03-bb04-con01” on the last line of Table 3.28.

At this stage, the new optimized parameters of the nominal signal extraction fit were :

- four categories of events : $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal and $b \rightarrow u \ell \nu$, other $B\bar{B}$ and continuum backgrounds ;
- 10 bins of $\tilde{q}^2$ in which the signal scale factors are fitted independently ;
- four free parameters for the other $B\bar{B}$, three for the $b \rightarrow u \ell \nu$ and one for the continuum backgrounds, for a total of 18 free parameters (was 14 before) ;
- width of the 8 first bins : $2.376 \text{ GeV}^2/c^4$;
- width of the 9th bin : $2.64 \text{ GeV}^2/c^4$;
- width of the last (10th) bin : $4.752 \text{ GeV}^2/c^4$.

In the end, we were convinced that it is better to choose yet another $\tilde{q}^2$ binning that :

- 1) is easy to combine with the existing and expected analyses of $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decays ;
- 2) uses easy-to-explain, round numbers.

For these reasons, we decided to use 12 $\tilde{q}^2$ bins with boundaries at : 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22 and 27 GeV^2/c^4 . In this way, our results can be easily

⁴⁴Above 15 signal fit paramters, CPU requiremments start to be heavy to handle.

TAB. 3.28 – $\tilde{q}^2$ binning and fit parameters optimization for the total BF. The generated value is 1.330.

fit configuration	$(val \pm stat \pm syst) \times 10^7$	total error
standard-sig11-uln01-bb01-con01	$1328.2 \pm 69.7 \pm 106.7$	127.4
SigMax90-sig10-uln01-bb01-con01	$1337.9 \pm 70.4 \pm 105.0$	126.5
SigMax90-sig10-uln02-bb01-con01	$1340.5 \pm 78.0 \pm 76.5$	109.2
SigMax90-sig10-uln03-bb01-con01	$1337.2 \pm 80.4 \pm 86.0$	117.7
SigMax90-sig10-uln04-bb01-con01	$1337.6 \pm 81.0 \pm 80.0$	113.8
SigMax90-sig10-uln05-bb01-con01	$1337.3 \pm 82.0 \pm 84.3$	117.6
SigMax90-sig10-uln06-bb01-con01	$1337.9 \pm 82.1 \pm 81.4$	115.7
SigMax90-sig10-uln07-bb01-con01	$1337.9 \pm 82.2 \pm 80.6$	115.1
SigMax90-sig10-uln01-bb01-con01	$1337.9 \pm 70.4 \pm 105.0$	126.5
SigMax90-sig10-uln01-bb02-con01	$1337.6 \pm 70.4 \pm 105.4$	126.7
SigMax90-sig10-uln01-bb03-con01	$1337.0 \pm 72.0 \pm 103.9$	126.4
SigMax90-sig10-uln01-bb04-con01	$1339.6 \pm 74.3 \pm 97.2$	122.4
SigMax90-sig10-uln01-bb05-con01	$1338.1 \pm 76.6 \pm 92.9$	120.4
SigMax90-sig10-uln01-bb06-con01	$1336.6 \pm 76.3 \pm 92.8$	120.1
SigMax90-sig10-uln01-bb07-con01	$1338.1 \pm 77.9 \pm 91.8$	120.4
SigMax90-sig10-uln01-bb01-con01	$1337.9 \pm 70.4 \pm 105.0$	126.5
SigMax90-sig10-uln01-bb01-con02	$1338.3 \pm 71.1 \pm 105.5$	127.2
SigMax90-sig10-uln01-bb01-con03	$1338.2 \pm 72.1 \pm 107.8$	129.7
SigMax90-sig10-uln01-bb01-con04	$1335.1 \pm 77.0 \pm 121.6$	144.0
SigMax90-sig05-uln03-bb04-con01	$1317.7 \pm 86.3 \pm 97.2$	130.0
SigMax90-sig06-uln03-bb04-con01	$1317.2 \pm 77.8 \pm 88.4$	117.7
SigMax90-sig07-uln03-bb04-con01	$1321.5 \pm 87.7 \pm 88.4$	124.5
SigMax90-sig08-uln03-bb04-con01	$1322.3 \pm 74.1 \pm 89.5$	116.2
SigMax90-sig09-uln03-bb04-con01	$1317.2 \pm 77.6 \pm 83.6$	114.1
SigMax90-sig10-uln03-bb04-con01	$1316.0 \pm 78.9 \pm 87.8$	118.0
SigMax90-sig11-uln03-bb04-con01	$1319.4 \pm 79.9 \pm 82.9$	115.1
SigMax90-sig15-uln03-bb04-con01	$1312.6 \pm 78.1 \pm 84.2$	114.8
SigMax90-sig10-uln03-bb05-con01	$1310.5 \pm 85.6 \pm 91.5$	125.3
Nominal-sig10-uln03-bb04-con01	$1310.8 \pm 80.8 \pm 89.0$	120.3

combined with the existing tagged measurements using 3 bins with boundaries at : 0, 8, 16, 27 GeV^2/c^4 . In addition, it was decided that the future *tight* neutrino reconstruction analysis of $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decays with *BABAR* would use 6 $\tilde{q}^2$ bins with boundaries at : 0, 4, 8, 12, 16, 20 and 27 GeV^2/c^4 .

Our final binning is shown in Fig. 3.15 (Sect. 3.4.2). The larger $b \rightarrow u\ell\nu$ bin at low $\tilde{q}^2$ and other $B\bar{B}$ bin at high $\tilde{q}^2$ accounts for the model-independent facts that $b \rightarrow u\ell\nu$ events are not expected to have low $\tilde{q}^2$ values and other $B\bar{B}$ events are not expected to have high $\tilde{q}^2$ values (see Sect. 3.12.1 as well as Figs. 3.28 and 3.29). The expected number of signal, $b \rightarrow u\ell\nu$ and other $B\bar{B}$ events per bin is approximately constant. In general, our studies show that the fitter can handle many different binning and free parameter configurations. We expect that the new optimized fit parameters will reduce the systematic uncertainty by $\sim 20\%$, and replace it by an increased statistical uncertainty. The total uncertainty is expected to be similar or slightly lower than before, but the analysis will less rely on the MC simulation predictions to determine the $\tilde{q}^2$ spectra of the $b \rightarrow u\ell\nu$ and other $B\bar{B}$ backgrounds.

3.12 Appendix – Miscellaneous

3.12.1 Early study of the background fit parameters

[This test was performed on a TOY MC sample at a time where the analysis had 11 $\tilde{q}^2$ bins and only one parameter per background type for the entire $\tilde{q}^2$ spectrum.]

In the nominal fit, the $\tilde{q}^2$ yields of the signal are free parameters but the $\tilde{q}^2$ distribution of the backgrounds is fixed. It is thus particularly important that the $\tilde{q}^2$ distribution of the backgrounds is well understood.

Let's first mention that this $\tilde{q}^2$ bkg “assumption” is not as scary as it first sounds. On one hand, the $\tilde{q}^2$ shape of the continuum is well known from the off-resonance data control sample. On the other hand it can be seen in Fig. 3.37 that the $\tilde{q}^2$ shape of the $B\bar{B}$ background cannot be very far off since the overall data/MC agreement is quite good. In addition, the $\tilde{q}^2$ shape of the background is partly constrained by model-independent considerations. For example, the bulk of the $b \rightarrow$

$c\ell\nu$ distribution should naturally stay at $\tilde{q}^2$ values below $(m_B - m_D)^2$. Oppositely, it is expected that few $b \rightarrow u\ell\nu$ background will have low values of $\tilde{q}^2$ since it requires a high momentum track in the B frame which can't be obtained by the pion candidates accounting for only a fraction of the X_u mesons' momentum (which necessarily have $n > 1$ daughters). Finally, these considerations are all implicitly taken into account in the evaluation of the systematic uncertainties. For example, the $\tilde{q}^2$ yields of the $B\bar{B}$ events are varied according to the uncertainties of the branching fractions and form factors systematic uncertainties⁴⁵.

To cross-check that the $\tilde{q}^2$ shape of the $B\bar{B}$ is well-modeled, we made fits in which the $b \rightarrow u\ell\nu$ and/or other $B\bar{B}$ background yields in various $\tilde{q}^2$ bins are free parameters of the fit to be able to compare the fitted $\tilde{q}^2$ background shape with the MC simulation predictions. In the MC simulation, we already know what is the $\tilde{q}^2$ shape of the background, so it doesn't need to be cross-checked. Still, we made two such tests (test #1 and #2 below) using the TOY data and MC samples illustrated in Figs. 3.28 and 3.29. In test #1, we let the $b \rightarrow u\ell\nu$ and other $B\bar{B}$ background yields float in 11 $\tilde{q}^2$ bins, in addition to the signal yields. In test #2, all the backgrounds and signal yields were floated in the 11 $\tilde{q}^2$ bins. The results of both test fits as well as of the nominal fit performed on the same sample are shown below.

The signal yields' statistical uncertainty obtained with the test #2 was about twice as big as for the nominal fit. However, the statistical uncertainties obtained with the test #1 were comparable with those of the nominal fit. In tests #1 and #2, the $b \rightarrow u\ell\nu$ background yield is zero in the first bin. However, we can see in Figs. 3.28 and 3.29 that the $b \rightarrow u\ell\nu$ yield in that bin is actually negligible. This is encouraging! Firstly, it shows that the cross-check of the $\tilde{q}^2$ shape of the background will be technically possible using the real data. And secondly, it suggests that some systematic uncertainties of the analysis might be further reduced by letting some of the backgrounds float in some $\tilde{q}^2$ bins, without increasing too much the statistical

⁴⁵In addition, it worth mentionning that a similar assumption was made for the previous BaBar untaged analysis ^[108] which was published in Phys.Rev.D.

uncertainty of the signal. For example, the dominant uncertainties from the $b \rightarrow ul\nu$ background BFs and $B \rightarrow \rho l\nu$ form factors could potentially be reduced by floating the yields of the $b \rightarrow ul\nu$ background in few $\tilde{q}^2$ bins. An important drawback of letting too many fit parameters float is however the dramatic increase in required CPU time. More work will be needed to investigate this further.

	Nominal fit	Test #1	Test #2
signal-q1	1.02 +- 0.16	1.24 +- 0.14	1.42 +- 0.21
signal-q2	1.00 +- 0.10	0.98 +- 0.10	0.93 +- 0.15
signal-q3	1.05 +- 0.09	1.09 +- 0.09	1.02 +- 0.15
signal-q4	0.80 +- 0.10	0.82 +- 0.11	0.82 +- 0.16
signal-q5	0.90 +- 0.11	0.84 +- 0.13	0.79 +- 0.22
signal-q6	0.67 +- 0.11	0.61 +- 0.11	0.74 +- 0.23
signal-q7	0.97 +- 0.13	1.23 +- 0.16	1.17 +- 0.24
signal-q8	0.68 +- 0.14	0.60 +- 0.14	0.61 +- 0.28
signal-q9	0.98 +- 0.16	1.11 +- 0.19	0.90 +- 0.29
signal-q10	1.03 +- 0.18	1.05 +- 0.15	1.13 +- 0.33
signal-q11	1.14 +- 0.25	0.85 +- 0.30	1.72 +- 0.64
ulnu_bkg	0.96 +- 0.03		
ulnu_bkg-q1		0.00 +- 0.15	0.00 +- 0.08
ulnu_bkg-q2		0.96 +- 0.19	0.91 +- 0.50
ulnu_bkg-q3		0.83 +- 0.13	1.05 +- 0.39
ulnu_bkg-q4		0.67 +- 0.15	0.69 +- 0.35
ulnu_bkg-q5		1.10 +- 0.12	1.11 +- 0.24
ulnu_bkg-q6		1.21 +- 0.08	1.22 +- 0.19
ulnu_bkg-q7		0.73 +- 0.09	0.70 +- 0.20
ulnu_bkg-q8		0.93 +- 0.05	0.92 +- 0.16
ulnu_bkg-q9		0.91 +- 0.06	0.83 +- 0.13
ulnu_bkg-q10		1.02 +- 0.05	1.03 +- 0.12
ulnu_bkg-q11		1.04 +- 0.04	0.88 +- 0.29

otherBB_bkg	1.02 +- 0.01		
otherBB_bkg-q1	1.11 +- 0.05	1.18 +- 0.08	
otherBB_bkg-q2	1.05 +- 0.04	1.32 +- 0.19	
otherBB_bkg-q3	1.06 +- 0.04	1.49 +- 0.41	
otherBB_bkg-q4	1.11 +- 0.04	0.98 +- 0.65	
otherBB_bkg-q5	1.00 +- 0.03	1.34 +- 0.79	
otherBB_bkg-q6	0.95 +- 0.02	0.37 +- 0.88	
otherBB_bkg-q7	1.05 +- 0.02	1.28 +- 0.60	
otherBB_bkg-q8	1.07 +- 0.02	1.28 +- 0.60	
otherBB_bkg-q9	1.05 +- 0.05	1.00 +- 0.09	
otherBB_bkg-q10	0.86 +- 0.08	0.90 +- 0.24	
otherBB_bkg-q11	1.03 +- 0.15	1.87 +- 0.98	
continuum	1.03 +- 0.05	0.99 +- 0.05	
continuum-q1		0.87 +- 0.10	
continuum-q2		1.32 +- 0.19	
continuum-q3		1.49 +- 0.41	
continuum-q4		0.98 +- 0.65	
continuum-q5		1.34 +- 0.79	
continuum-q6		0.37 +- 0.88	
continuum-q7		1.28 +- 0.60	
continuum-q8		1.01 +- 0.33	
continuum-q9		1.41 +- 0.35	
continuum-q10		0.90 +- 0.28	
continuum-q11		0.44 +- 0.35	
chisq/ndof:	386.427/360	367.314/340	355.038/330
CPU time:	6.66 sec	159.57 sec	216.23 sec

3.12.2 Illustration of the effect of the $f_+(q^2)$ shape parameter on the $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ spectrum.

Fig. 3.48 displays an illustration of Hill's $f_+(q^2)$ parametrization for various values of α and δ . In the top plot, the value of α is fixed. The red lines illustrate $\delta = 1, 0, -1, -2$, from bottom to top. The values of δ above 1.0 are not physical because they take q_{max}^2 values that are lower than $(m_B - m_\pi)^2$. The dashed line illustrates one such non-physical case, having $\delta = 1.5$. In the bottom plot, the value of δ is fixed. The red lines illustrate $\alpha = 0.01, 0.31, 0.61, 0.91$, from bottom to top. The curvature of the function is inversed for $\alpha < 0$. The dashed line illustrates one such non-physical case, having $\alpha = -1$.

3.12.3 Gaussian variation of the total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ for the main systematic uncertainties.

The total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ distributions obtained when the real data are re-analyzed with several modified PDFs is shown in Fig. 3.49. The standard deviation of each distribution yields the main systematic uncertainties of our analysis. All the distributions are compatible with a Gaussian distribution and their standard deviation is never very different than the fitted Gaussian sigma.

3.12.4 Additional tests on q^2 -unfolding

[This test was requested during the external review of our preliminary result ^[105]. At this time, we were presenting the q^2 spectrum shape information in the form of a distribution normalized distribution, instead of the absolute partial BF's used for the final result.]

We made a test where the normalized $\Delta\mathcal{B}(q^2)/\mathcal{B}$ spectrum is obtained without q^2 -unfolding to investigate the large q^2 part ($q^2 > 10 \text{ GeV}^2/c^4$) of our measured $\Delta\mathcal{B}(q^2)/\mathcal{B}$ spectrum (Fig. 3.34), which seems to show some oscillatory/fluctuating behavior (negative correlations between adjacent bins). The result of the test is illustrated in Fig. 3.50.

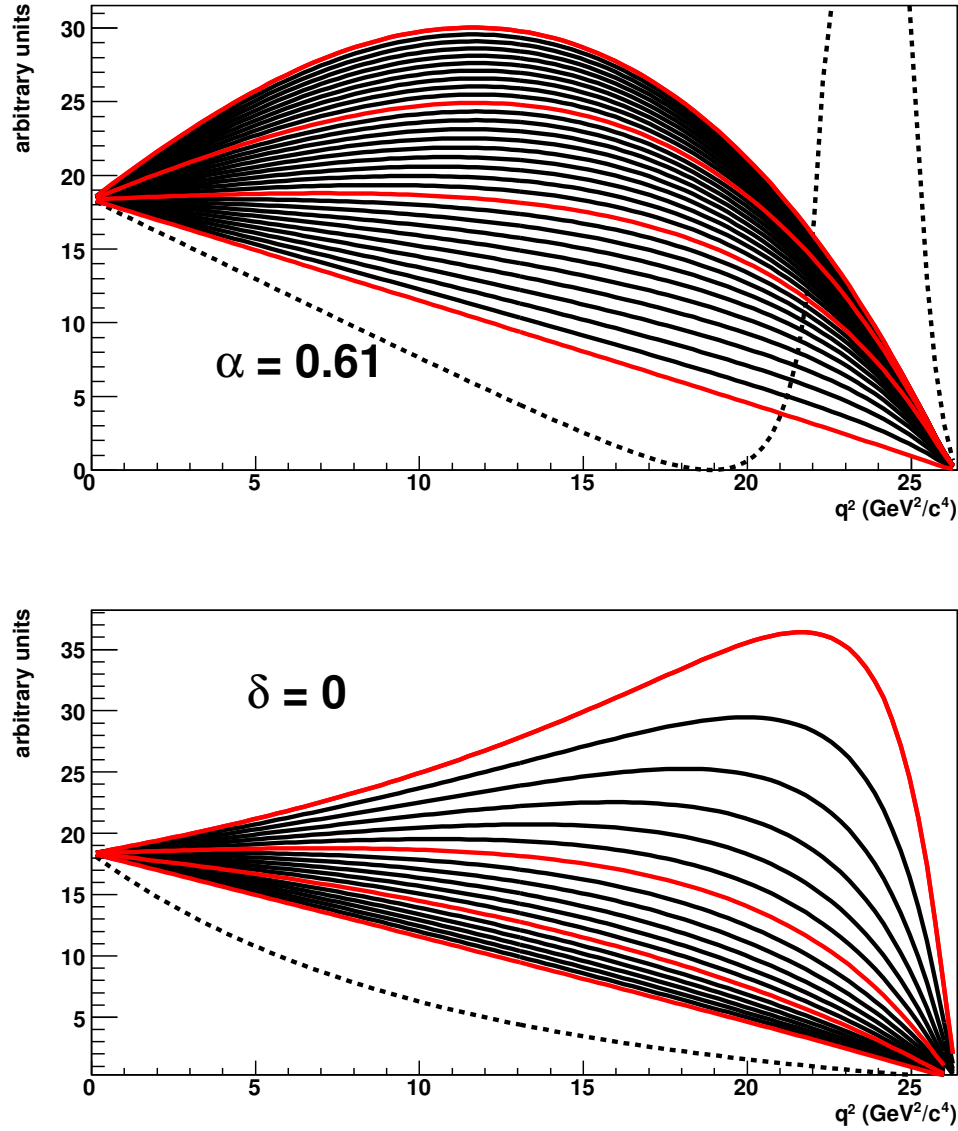


FIG. 3.48 – Illustration of Hill's $f_+(q^2)$ parametrization for various values of α and δ . In the top plot, the value of α is fixed. The red lines illustrate $\delta = 1, 0, -1, 2$, from bottom to top. The values of δ above 1.0 are not physical because they take q_{max}^2 values that are lower than $(m_B - m_\pi)^2$. The dashed line illustrates one such non-physical case, having $\delta = 1.5$. In the bottom plot, the value of δ is fixed. The red lines illustrate $\alpha = 0.01, 0.31, 0.61, 0.91$, from bottom to top. The curvature of the function is inversed for $\alpha < 0$. The dashed line illustrates one such non-physical case, having $\alpha = -1$.

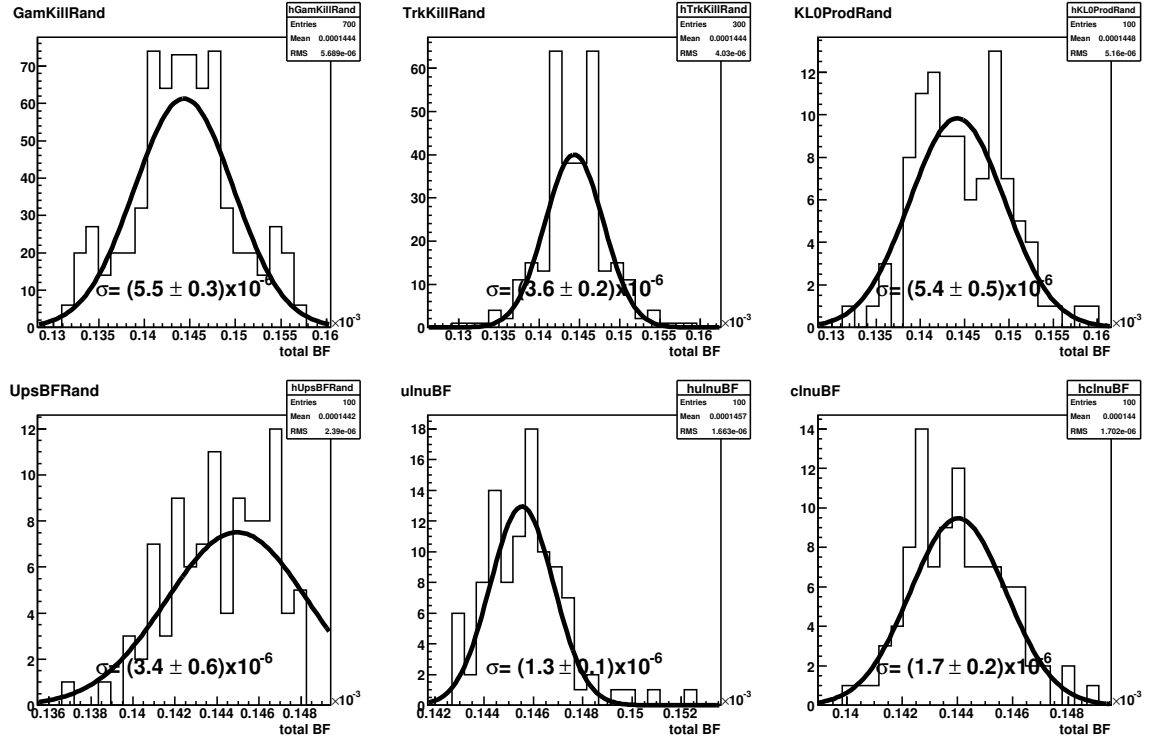


FIG. 3.49 – Variation of the total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ for its main systematic uncertainties. The fitted gaussian sigma is generally compatible with the standard deviation.

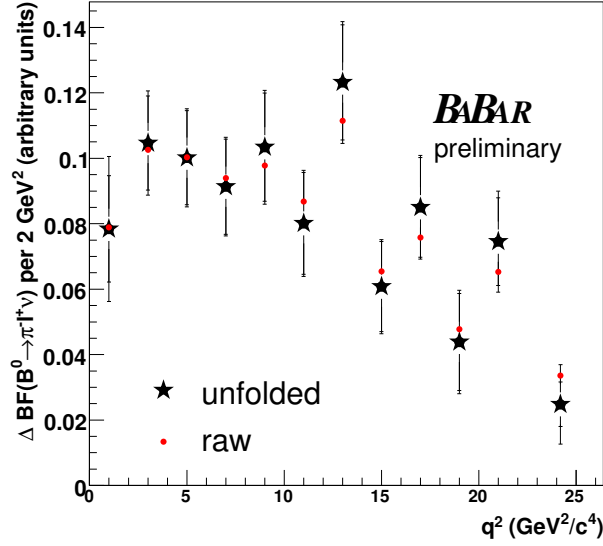


FIG. 3.50 – $\Delta\mathcal{B}(q^2)/\mathcal{B}$ spectrum obtained without q^2 -unfolding

The star histogram is our nominal $\Delta\mathcal{B}(q^2)/\mathcal{B}$ spectrum, with q^2 -unfolding. The red dots are obtained from the raw $\tilde{q}^2$ yields, without unfolding. We used the same efficiency vs true q^2 (illustrated by Fig. 3.12) to make both histograms.

As can be seen, the "oscillatory/fluctuating behavior" is visible already in the red dots histogram obtained without unfolding. These random fluctuations of the red dots histogram are amplified by the q^2 -unfolding procedure. We think this a perfectly normal behavior that is taken into account by our statistical uncertainties, which are indeed significantly increased by the q^2 -unfolding procedure (this can be seen in Table 3.7, Sect. 3.3.5).

The origin of the pattern is thus random fluctuations of the raw yields which are amplified by the unfolding procedure. The amplification of our statistical uncertainties by the q^2 -unfolding algorithm could be reduced by using a more sophisticated algorithm involving regularization. This would however introduce new systematic uncertainties and complications in the analysis. Since we can afford the increased statistical uncertainties, we have chosen to not use more complex unfolding algorithms.

CHAPITRE 4

**LA REpondÉration DES FACTEURS DE FORME DES
DÉSINTÉGRATIONS EXCLUSIVES $B \rightarrow X\ell\nu_\ell$ (ARTICLE PUBLIÉ
DANS *EUROPEAN PHYSICS JOURNAL C*)**

Les travaux de l'auteur de cette thèse sur la repondération des facteurs de forme des désintégrations semileptoniques ont fait l'objet d'un article publié dans *European Physics Journal C* **38**, 105-113 (2004). Ces travaux furent d'abord documentés en détail dans une note technique de 72 pages écrite pour la Collaboration *BABAR*. L'auteur de cette thèse était l'unique signataire de cette note technique. En s'appuyant sur ce document, le texte de l'article paru dans *European Physics Journal C* fut écrit avec l'aide du professeur Paul Taras et des deux autres coauteurs Sylvie Brunet et Benoit Viaud.

Reweighting of the form factors in exclusive $B \rightarrow X\ell\nu_\ell$ decays

(Dated : May 27th, 2006)

D. Côté, S. Brunet, P. Taras, B. Viaud

Laboratoire René J. A. Lévesque, Université de Montréal, C. P. 6128, Succursale Centre-ville, Montréal, QC H3C 3J7, Canada

Abstract

A form factor reweighting technique has been elaborated to permit relatively easy comparisons between different form factor models applied to exclusive $B \rightarrow X\ell\nu_\ell$ decays. The software tool developed for this purpose is described. It can be used with any event generator, three of which were used in this work : ISGW2, PHSP and FLATQ2, a new powerful generator. The software tool allows an easy and reliable implementation of any form factor model. The tool has been fully validated with the ISGW2 form factor hypothesis. The results of our present studies indicate that the combined use of the FLATQ2 generator and the form factor reweighting tool should play a very important role in future exclusive $|V_{ub}|$ measurements, with largely reduced errors.

4.1 Introduction

Exclusive semileptonic $B \rightarrow X_u\ell\nu_\ell$ decays can be used to measure the magnitude of the CKM matrix element V_{ub} as their branching fractions (B.F.) are related to $|V_{ub}|$ by the following relation :

$$|V_{ub}| = \sqrt{\frac{B.F.(B \rightarrow X_u\ell\nu_\ell)}{x \cdot \tau_B}} \quad (4.1)$$

where τ_B is the lifetime of the B meson and x is given by the relation : $\Gamma_{th}(B \rightarrow X_u \ell \nu_\ell) = x|V_{ub}|^2$, Γ_{th} is the theoretical partial decay rate.

The study of exclusive semileptonic $B \rightarrow X_u \ell \nu_\ell$ decays offers some experimental advantages compared to an inclusive study of all $b \rightarrow u \ell \nu_\ell$ decays, such as the possibility of keeping a higher fraction of the phase space and permitting a better background rejection. On the other hand, it deals with lower statistics and it is affected by large theoretical uncertainties arising from the calculation of the *form factors* describing the strong interaction effects on the hadronization of the different X_u final states. These uncertainties in the form factors lead to different predictions of the shape of the differential decay rate which, in turn, yield different predictions for the momentum spectrum of the lepton ℓ , the meson X_u and its daughters. The subsequent varying efficiencies for the experimental cuts lead to uncertainties in the measured branching fractions. The theoretical uncertainties in the form factors also affect the values of x . The resulting uncertainty in x is the largest source of uncertainty in the determination of $|V_{ub}|$ from exclusive branching fraction measurements.

In addition, in many analyses (e.g. those performed in BaBar), the simulated inclusive lepton spectrum of B decays does not agree with data. Since the $B \rightarrow D \ell \nu_\ell$ and $B \rightarrow D^* \ell \nu_\ell$ are the most abundant of all B decays, it is likely that at least part of the disagreement could arise from a wrong theoretical input to the simulation for these decays. Again, the most likely source of error comes from the form factors for these decays. Since the theoretical form factor predictions cover a rather large range, it is necessary to establish experimentally which theory best describes the data. This requires the possibility of varying the theoretical assumptions at the simulation level.

A tool to be described in this paper has been created for this purpose. It will permit to switch easily between various form factor hypotheses and/or to vary the parameters of a given hypothesis, within a full standard Geant4 Monte Carlo (MC) simulation framework. The basic principle of this new tool is to generate events and run the full simulation and reconstruction sequence only once, with a given form

factor hypothesis. Subsequently, the events thus generated are reweighted at the ntuple level with the values provided by a different form factor hypothesis.

The relevant formulas and basic principles of the form factor reweighting technique are presented in Sect. 4.2. In Sect. 4.3, the structure of the software tool developed for this purpose and how to use it are described. In that section, we also show how to incorporate new form factor hypotheses in the tool. Several histograms¹ that demonstrate that the tool is working properly are shown in Sect. 4.4. A sample of kinematical distributions calculated with different form factor models are compared in Sect. 4.5. The conclusions are given in Sect. 4.6.

4.2 Technique for form factors reweighting

4.2.1 Pseudo-scalar versus vector mesons

The exclusive $B \rightarrow X_u \ell^+ \nu_\ell$ decays² which could be studied with this technique are : $B^+ \rightarrow \pi^0/\eta/\eta'/\rho^0/\omega \ell^+ \nu_\ell$ and $B^0 \rightarrow \pi^-/\rho^- \ell^+ \nu_\ell$. As will be shown in Sect. 4.2.4, the differential decay rates are different for pseudo-scalar and vector mesons. The B^0 , $B^\pm$, $\pi^\pm$, π^0 , η and η' mesons are all pseudo-scalar particles, while the $\rho^\pm$, ρ^0 and ω mesons are vector particles. As well, the most abundant $B \rightarrow X_c \ell^+ \nu_\ell$ decays, $B \rightarrow D \ell^+ \nu_\ell$ and $B \rightarrow D^* \ell^+ \nu_\ell$, involve D pseudo-scalar mesons and D^* vector mesons.

4.2.2 Kinematics of semileptonic decays

A semileptonic $B \rightarrow X \ell \nu$ decay is generally described by the following process. The B meson first decays into a virtual $W^\pm$ boson and an X meson which are emitted back to back in the B frame. The virtual $W^\pm$ boson then decays to a lepton and a neutrino which are emitted back to back in the $W^\pm$ frame, while the X meson decays in various ways. The kinematics of such semileptonic decays can

¹A far more extensive document is available [140] from the authors. This document presents a large number of useful relations, part of the C^{++} software tool developed in this work as well as many more histograms.

²Charge conjugation is implied throughout this paper, unless explicitly stated otherwise.

be completely described by three angles : θ_ℓ , θ_V and χ defined in Fig. 4.1 and by q^2 , the invariant mass squared of the virtual $W^\pm$ boson. In terms of 4-momenta :

$$q^2 = (p_\ell + p_\nu)^2 = (p_B - p_X)^2 \quad (4.2)$$

The four variables are totally uncorrelated. In the B frame, q^2 is also given by :

$$q^2 = m_B^2 + m_X^2 - 2m_B E_X \quad (4.3)$$

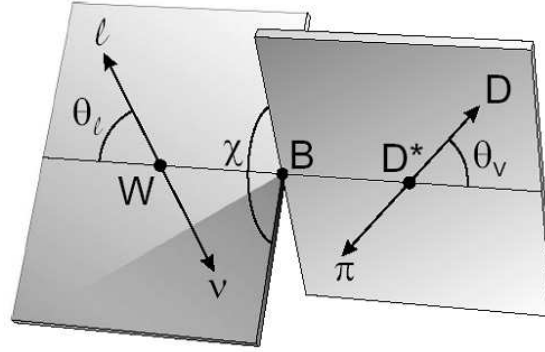


FIG. 4.1 – Definition of the angles θ_ℓ , θ_V and χ in the case of the B to vector semileptonic decay $B \rightarrow D^* \ell \nu$, $D^* \rightarrow D \pi$. θ_ℓ is the helicity angle of the $W^\pm$ boson, the angle between the direction of the W boson boosted in the B frame and the direction of the lepton boosted in the $W^\pm$ frame (where the ℓ and ν are emitted back to back). θ_V is the helicity angle of the X meson, here the angle between the direction of the D^* meson boosted in the B frame and the direction of the D meson boosted in the D^* frame (where the D and π mesons are emitted back to back). χ is the angle between the $\vec{W} \times \vec{\ell}$ plane and the $\vec{D}^* \times \vec{D}$ plane.

where E_X is the total energy of the X meson. It is also of interest to note that the magnitude of the 3-momentum p_X and q^2 are uniquely related by Eq. 4.4 in the B frame :

$$|p_X| = \sqrt{\frac{(m_B^2 + m_X^2 - q^2)^2}{4m_B^2} - m_X^2} \quad (4.4)$$

4.2.3 Form factors

The matrix element of a semileptonic $B \rightarrow X\ell\nu_\ell$ decay can be written as ^[29] :

$$M(B \rightarrow X\ell\nu_\ell) = -i\frac{G_F}{\sqrt{2}}V_{xb}L^\mu H_\mu \quad (4.5)$$

where G_F is the weak interaction's Fermi constant, V_{xb} is either V_{ub} or V_{cb} depending on the final state meson, L^μ is the leptonic current and H_μ is the hadronic current. The leptonic current is well-known and can be calculated precisely using perturbation theory.

The hadronic current accounts for the strong interactions between quarks and gluons, and thus for the hadronization of the final state quarks into a X meson. The hadronization of a $\bar{u}$ quark and a d *spectator* quark into a π^- meson in a $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu_\ell$ decay is a good example of such a situation. In all these processes which involve the exchange of soft gluons, the strong interaction coupling constant, $\alpha_s(\mu)$, is too large to allow the use of perturbative calculation techniques. Thus, even though the *structure* of hadronic currents is well known, such currents cannot be computed directly. However, they can be parametrized in terms of a small number of so-called universal Isgur-Wise functions, or *form factors* ^[47]. To compute the form factors, it is necessary to use either non-perturbative calculation techniques such as lattice QCD ^[141], or approximations of QCD. The approximation techniques can themselves be split into two categories : 1) those, such as the Light Cone Sum Rules (LCSR) ^{[142][143]}, which are identical to QCD at some extreme limits but are a good approximation of QCD in a restricted but known kinematic range and 2) those, such as ISGW2 ^[47] which, instead of QCD, use approximate wave functions based on quark models for the mesons. The values of the form factors extracted from experimental data can then be confronted with various models or used on their own.

In terms of form factors, the hadronic current is given by a different expression depending on whether the B meson decays to a pseudo-scalar or to a vector meson final state. In both cases however, the expression for the hadronic current can be

simplified in the limit ^[29] of a massless lepton, assumed to be true when $\ell = e$ or μ (see Sect. 4.4.4 for an estimate of the effect of this approximation).

For decays such as $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}_\ell$ where π^+ is a pseudo-scalar meson, the hadronic current is written, in the limit of a massless lepton as ^[29] :

$$H^\mu = \langle \pi^+(p') | u \gamma^\mu b | \bar{B}^0(p) \rangle = f^+(q^2)(p + p')^\mu \quad (4.6)$$

where $q = p - p'$ and $f^+(q^2)$ is the form factor describing the non-perturbative QCD effect.

For decays such as $\bar{B}^0 \rightarrow \rho^+ \ell^- \bar{\nu}_\ell$ where ρ^+ is a vector meson, the hadronic current is written, in the limit of a massless lepton as ^[29] :

$$\begin{aligned} H^\mu &= \langle \rho^+(p', \epsilon) | u \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b | \bar{B}^0(p) \rangle \\ &= \frac{2i\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}}{m_B + m_\rho} \epsilon_\nu^* p'_\alpha p_\beta V(q^2) - (m_B + m_\rho) \epsilon^{*\mu} A_1(q^2) \\ &\quad + \frac{\epsilon^* \cdot q}{m_B + m_\rho} (p + p')^\mu A_2(q^2) \end{aligned} \quad (4.7)$$

where $A_1(q^2)$, $A_2(q^2)$ and $V(q^2)$ are the three form factors describing the non-perturbative QCD effect.

The equations for these two hadronic currents as well as their expressions without the massless lepton approximation are discussed in various papers, for example in Ref. ^[29].

It is important to note that the leptonic current and the *structure* of the hadronic currents (Eqs. 4.6 and 4.7) follow directly from Lorentz invariance and are thus model-independent. The theoretical uncertainties in exclusive semi-leptonic decay analyses are only due to the uncertainties in the knowledge of the form factor(s) : $f^+(q^2)$, $A_1(q^2)$, $A_2(q^2)$ and $V(q^2)$ which are model-dependent. These factors nominally depend only on a single variable : q^2 . However, in the case of vector meson decays, interference effects between the $A_1(q^2)$, $A_2(q^2)$ and $V(q^2)$ form factors in-

introduce an additional model dependence for the angular differential decay rates [140].

4.2.4 Differential decay rates

The differential and total decay rates are the observable manifestations of the underlying leptonic and hadronic currents. According to quantum field theory, the decay rate is given by a squared matrix element containing a combination of leptonic and hadronic currents. Just like for the structure of the current equations (Sect. 4.2.3), the *structure* of the differential and total decay rate equations is also considered to be model-independent. Only the form factors appearing in the rates give rise to theoretical uncertainties in exclusive semi-leptonic decay analyses [140]. These will be investigated.

Our investigation will be greatly simplified by the use of a technique to reweight the form factors among the various hypotheses under study. As will be shown in Sect. 4.2.5, this reweighting is equivalent to a reweighting of the differential decay rates i.e. of the probabilities of generating an event. The total decay rate Γ does have a large effect [140] on the model dependency of $B \rightarrow X\ell\nu$ analyses but is not used in the context of form factor reweighting.

In the limit of a massless lepton, the differential decay rate of semileptonic B decays to a pseudo-scalar meson is given by [29] :

$$\frac{d\Gamma(B \rightarrow S\ell^+\nu_\ell)}{dq^2 d\cos\theta_\ell d\cos\theta_V d\chi} = |V_{xb}|^2 \frac{G_F^2}{128\pi^4} |\vec{p}_S|^3 \sin^2\theta_\ell \sin\theta_V |f^+(q^2)|^2 \quad (4.8)$$

where q^2 , θ_V , θ_ℓ and χ have been defined in Sect. 4.2.2, $\vec{p}_S$ is the 3-momentum of the final state pseudo-scalar meson in the B frame, $f^+(q^2)$ is the QCD form factor described in Sect. 4.2.3 and V_{xb} is either V_{ub} or V_{cb} depending on the final state meson. It is often practical to use an expression where two or three of the angles are integrated out in which case Eq. 4.8 becomes [144] :

$$\frac{d\Gamma(B \rightarrow S\ell^+\nu_\ell)}{dq^2 d\cos\theta_\ell} = |V_{xb}|^2 \frac{G_F^2}{32\pi^3} |\vec{p}_S|^3 \sin^2\theta_\ell |f^+(q^2)|^2 \quad (4.9)$$

$$\frac{d\Gamma(B \rightarrow S\ell^+\nu_\ell)}{dq^2} = |V_{xb}|^2 \frac{G_F^2}{24\pi^3} |\vec{p}_S|^3 |f^+(q^2)|^2 \quad (4.10)$$

Also, in the limit of a massless lepton, the differential decay rate of semileptonic B decays to a vector meson is ^[29] :

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma(B \rightarrow V\ell^+\nu_\ell)}{dq^2 d\cos\theta_\ell d\cos\theta_V d\chi} &= |V_{xb}|^2 \frac{3G_F^2 |\vec{p}_V| q^2}{8(4\pi)^4 m_B^2} \\ &\times \left\{ \begin{aligned} &(1 - \cos\theta_\ell)^2 \sin^2\theta_V |H_+(q^2)|^2 \\ &+ (1 + \cos\theta_\ell)^2 \sin^2\theta_V |H_-(q^2)|^2 \\ &+ 4\sin^2\theta_\ell \cos^2\theta_V |H_0(q^2)|^2 \\ &- 4\sin\theta_\ell(1 - \cos\theta_\ell) \sin\theta_V \cos\theta_V \cos\chi H_+(q^2) H_0(q^2) \\ &+ 4\sin\theta_\ell(1 + \cos\theta_\ell) \sin\theta_V \cos\theta_V \cos\chi H_-(q^2) H_0(q^2) \\ &- 2\sin^2\theta_\ell \sin^2\theta_V \cos 2\chi H_+(q^2) H_-(q^2) \end{aligned} \right\} \quad (4.11) \end{aligned}$$

where $\vec{p}_V$ is now the 3-momentum of the final state vector meson in the B frame. The functions $H_+(q^2)$, $H_-(q^2)$ and $H_0(q^2)$ are known as the helicity amplitudes of the vector meson. They are related ^[140] to the QCD form factors $A_1(q^2)$, $A_2(q^2)$ and $V(q^2)$ described in Sect. 4.2.3. Integrating out the angles, Eq. 4.11 becomes :

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma(B \rightarrow V\ell^+\nu_\ell)}{dq^2} &= |V_{xb}|^2 \frac{G_F^2 |\vec{p}_V| q^2}{96\pi^3 m_B^2} \times \\ &(|H_+(q^2)|^2 + |H_-(q^2)|^2 + |H_0(q^2)|^2) \quad (4.12) \end{aligned}$$

As can be seen from Eqs. 4.8 and 4.11, the form factors introduce a model dependence in the prediction of the shape of the differential decay rates of both pseudo-scalar and vector meson decays. This will be shown explicitly in Sect. 4.5. With standard procedures, this theoretical uncertainty in the shape of the differential decay rate leads to a “theoretical” uncertainty in the efficiency of the experimental cuts, and thus on the measured branching fraction.

4.2.5 Reweighting the probabilities of generating events among various form factor models

A useful feature of the form factor reweighting tool is that events are generated, fully simulated and reconstructed only once, using a given form factor hypothesis. The probabilities of generating events are then reweighted to any other form factor model at the ntuple level. Such a technique presents enormous advantages in terms of flexibility, time, CPU resources and disk space required, compared to generating, fully simulating and reconstructing separate data samples for each form factor model to be investigated.

Given the events generated with a certain probability by a specific form factor model G , the probabilities of generating events according to a different form factor hypothesis O , are obtained by applying a weight w to the probabilities of generating the events of type G . For a pseudo-scalar meson decay, the weights are defined as :

$$w = \frac{\left(\frac{d\Gamma(B \rightarrow S\ell\nu)}{dq^2 d\cos\theta_\ell}\right)_O}{\left(\frac{d\Gamma(B \rightarrow S\ell\nu)}{dq^2 d\cos\theta_\ell}\right)_G} \quad (4.13)$$

and for a vector meson decay as :

$$w = \frac{\left(\frac{d\Gamma(B \rightarrow V\ell\nu)}{dq^2 d\cos\theta_\ell d\cos\theta_V d\chi}\right)_O}{\left(\frac{d\Gamma(B \rightarrow V\ell\nu)}{dq^2 d\cos\theta_\ell d\cos\theta_V d\chi}\right)_G} \quad (4.14)$$

In this work, three different generators were used to calculate the initial probabilities for generating events. These probabilities were then reweighted to other form factor models. The generators are :

- ISGW2 : This generator, based on a quark model calculation^[47], is extensively used in BaBar, Belle and CLEO. It is used for the simulation of generic BBbar events including that of the $B \rightarrow X_u \ell \nu$ decays. The differential decay rates are computed in this hypothesis using Eqs. 10 and 12 and the form factors given in Ref. ^[47]³.

³It should be mentionned that there are typographical errors in Ref. ^[47]. These have been

- PHSP : This *PHase SPace* generator has been used for several decays in our work. It generates events with equal probability in all points of the phase space. In the context of this generator, the differential decay rate is given by the relation : $\frac{d\Gamma(B \rightarrow X\ell\nu)}{dq^2 d\cos\theta_\ell d\cos\theta_V d\chi} = \text{constant} \times |\vec{p}_X|$. This means that the generated $\cos\theta_l$, $\cos\theta_V$ and χ distributions are flat while the differential decay rate decreases almost linearly with q^2 (see Eq. 4.4 and Fig. 4.4).
- FLATQ2 : This new generator ^[140] has recently been implemented in the BaBar software. It defines the probability of each event as the probability given by the PHSP generator divided by the value of $|\vec{p}_X|$ in the B frame, with a cut-off at $|\vec{p}_X| > 0.01 \text{ GeV}/c$. In this case, the differential decay rate is given by the relation : $\frac{d\Gamma(B \rightarrow X\ell\nu)}{dq^2 d\cos\theta_\ell d\cos\theta_V d\chi} = \text{constant}$. This means that the generated $\cos\theta_l$, $\cos\theta_V$, χ and q^2 distributions are all flat i.e. all the events are generated with an equal probability throughout this 4-dimensional space. Of the three generators, this one is the most useful to extract the form factors of $B \rightarrow X\ell\nu$ decays. In particular, the fact that events are generated with an equal probability for the complete q^2 range is useful to evaluate the efficiency of the experimental cuts, especially at high q^2 where most models predict very few events. The high q^2 events are of the utmost importance in the study of lattice QCD results.

In cases where the initial distributions are generated with e.g. the ISWG2 generator, the distributions for any other form factor model, e.g. the LCSR one, will be obtained by applying, in the case of a $B \rightarrow S\ell\nu$ decay, the following weights to the ISGW2 distributions :

$$w = \frac{|V_{xb}|^2 \frac{G_F^2}{32\pi^2} |\vec{p}_S|^3 \sin^2 \theta_\ell |f_{LCSR}^+(q^2)|^2}{|V_{xb}|^2 \frac{G_F^2}{32\pi^2} |\vec{p}_S|^3 \sin^2 \theta_\ell |f_{ISGW2}^+(q^2)|^2} \quad (4.15)$$

$$= \frac{|f_{LCSR}^+(q^2)|^2}{|f_{ISGW2}^+(q^2)|^2} \quad (4.16)$$

If the same $B \rightarrow S\ell\nu$ decay distributions are generated initially with the

corrected in our work.

FLATQ2 generator, the event-by-event weight has, in this case, a rather simple form :

$$w = \sin^2 \theta_\ell |\vec{p}_S|^3 |f_{LCSR}^+(q^2)|^2 \quad (4.17)$$

4.3 The form factor reweighting software tool

4.3.1 Outline

The form factor reweighting software has been written in C^{++} . The code is *practically* self-contained, so that it can easily be used outside a specific framework (in that case, the CLHEP libraries need to be included). The code is written with an object oriented structure so that its different sections are independent of each other, each section being a separate class. For example, the section for computing the kinematic variables of Sect. 4.2.2 is independent of the one for computing the differential decay rate formulas and weights which in turn is independent of the one for computing the form factors of the different models. This structure of separate classes having as input arguments either the LorentzVectors in the LAB frame or the output objects of the other classes in the reweighting software, controlled by simple user interfaces, yields a high degree of versatility. This design should allow an easy and reliable implementation of expected new form factor models.

4.3.2 Software architecture

The form factor reweighting software consists of two separate tools : XSLKin and XSLEvtFFWeight, built on three inheritance levels, each made up of one or more classes. The top level class of each tool is the user's interface from which all the lower classes are inheriting, directly or indirectly. All variables or functions needed by the user are declared (known as "pure virtual functions") at this level and defined and used for computation at the lower levels. The software architecture is shown in Figs. 4.2 and 4.3. The three level structure of the XSLKin class diagram (Fig. 4.2) will probably be simplified in a future version of the software. On the other hand, the three level structure of the XSLEvtFFWeight tool (Fig. 4.3) is very efficient in

computing the reweighting among the various models to be investigated, as will be explained in Sect. 4.3.3.

4.3.2.1 The XSLKin tool

The XSLKin tool computes the kinematic variables described in Sect. 4.2.2, namely : q^2 , θ_ℓ , θ_V , χ . The objects of this tool are used as input arguments by the XSLEvtFFWeight tool to compute each event weight. The XSLKin tool can also be used as a standalone for other physics analyses. From the C^{++} point of view, the tool's structure is quite simple, as shown in Fig. 4.2.

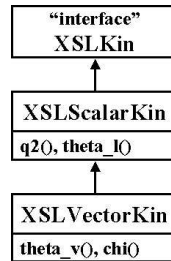


FIG. 4.2 – XSLKin class diagram. The arrows mean an inheritance.

The XSLKin user's interface is used to declare all the kinematic variables needed by users of this tool. The variables are defined and computed at the second and third levels. The second level class, named XSLScalarKin, is used to compute the kinematic variables (q^2 and θ_ℓ) characterizing a B to pseudo-scalar meson decay. The third level class, named XSLVectorKin, is used to compute the two additional kinematic variables (θ_V and χ) needed to describe fully a B to vector meson decay. The XSLVectorKin class already contains the values of q^2 and θ_ℓ inherited from the XSLScalarKin class.

This tool was created with an interface structure to allow the eventual addition of a second set of classes to compute the kinematic variables differently. It is not clear at present if this second set of classes will ever be used.

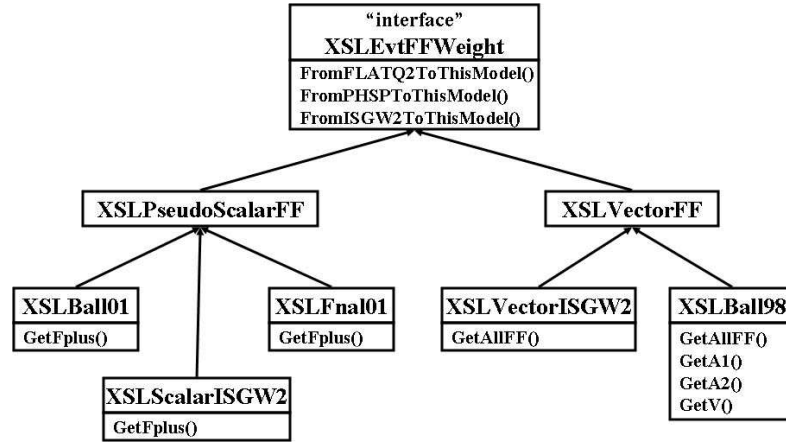


FIG. 4.3 – XSLEvtFFWeight class diagram. The arrows mean an inheritance.

4.3.2.2 The XSLEvtFFWeight tool

The XSLEvtFFWeight tool architecture is shown in Fig. 4.3. The top level user's interface of this tool is used to declare the functions needed by the tool's user for reweighting an event. The second level of the diagram contains the classes that inherit from the XSLEvtFFWeight interface. In these classes, the functions declared in the interface are written out explicitly for the cases to be investigated i.e. for the B to pseudo-scalar meson decays in the XSLPseudoScalarFF class and for the B to vector meson decays in the XSLVectorFF class. These functions are used only to calculate the weight required to reweight the probability of generating an event from a given generator to a given form factor model. The form factors themselves as well as the kinematic parameters are computed in other classes. At the second level, the form factors are declared as pure virtual functions (`GetFplus()` and `GetAllFF()`) to be defined and computed at the third level. The third level classes are then used to compute these `GetFplus()` or `GetAllFF()` virtual functions of the second level i.e. the $f^+(q^2)$ or $A_1(q^2)$, $A_2(q^2)$ and $V(q^2)$ form factor values as a function of q^2 for various models.

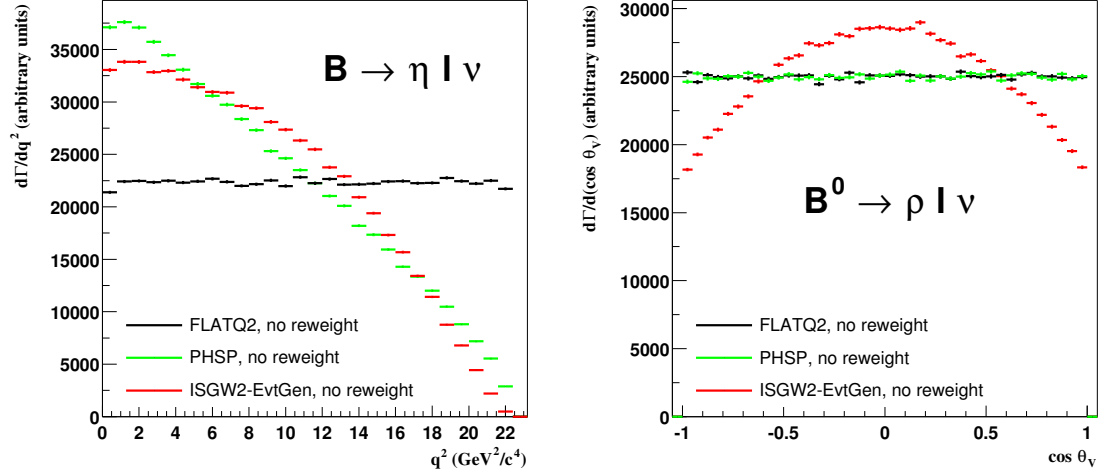


FIG. 4.4 – Events generated with the FLATQ2 (black), PHSP (pale grey) and ISGW2 (dark grey) generators : q^2 distributions for unweighted $B \rightarrow \eta l \nu$ decays (left panel) ; $\cos \theta_V$ distributions for unweighted $B^0 \rightarrow \rho l \nu$ decays (right panel)

4.3.3 How to implement new form factor models

The XSLEvtFFWeight tool has been created with a three-level structure to make it efficient in computing the reweighting among various form factor models : the form factors are modified at the third level while the other two levels remain the same independently of the form factors used. The third level class inherits from either the XSLPseudoScalarFF or XSLVectorFF class. The mathematical functions required to compute the form factor(s) as a function of q^2 are inserted in this class.

4.4 Validation of the reweighting technique and its software tool

In most simulations, the fully simulated events take into account the lepton's Final State Radiation (FSR). However, the effect of FSR is not included in the reweighting formulas presented in Sect. 4.2.5. As a consequence, the XSLEvtFFWeight tool could yield the wrong weights unless corrected for FSR. We have found that the easiest way around this problem is to use the LorentzVector of the lepton calculated from the vectors of the other particles of the decay as those are not

affected by FSR. This solution turns out to be very effective even in cases where the FSR modifies the lepton's energy by several GeVs. As long as the same lepton is used to compute the kinematic angles and the event weight, the effect of the FSR on the form factor reweighting is negligible.

The histograms shown in this section were calculated with such lepton LorentzVectors. They are extracted from 1 million entries generated with no detector simulation. This generator information is what is used with full Monte Carlo simulation in real physics analyses. Only a small sample is presented in this section. More can be found in Ref. ^[140].

Our reweighting software has not been tested on any $B \rightarrow X_c \ell \nu$ decay but there is no reason to believe that the results will be any different from those obtained with the $B \rightarrow X_u \ell \nu$ decays.

4.4.1 Properties of the generators FLATQ2, PHSP and ISGW2

The properties of the three generators used in this work, and calculated with the XSLKin tool, are illustrated by the distributions displayed in Fig. 4.4. The distributions for all the decay modes of interest have been investigated ^[140] and found to be as expected. Fig. 4.4 (left panel) shows that, both, the PHSP and ISGW2 generators yield low statistics at high q^2 . This makes precise efficiency corrections difficult in this important region (particularly important for lattice QCD tests). Fig. 4.4 (right panel) shows that the PHSP and FLATQ2 $\cos \theta_V$ distributions are identical. This is also true for the $\cos \theta_\ell$ and χ angle distributions ^[140]. Note that since the FLATQ2 generator yields flat distributions for all the variables $(\theta_\ell, \theta_V, \chi, q^2)$ of interest, it allows a smooth reweighting over the full phase space. It is thus ideally suited to evaluate and correct the efficiencies as a function of these variables. To determine the analysis cuts required in realistic physics simulation, the FLATQ2 and PHSP generated events have to be reweighted.

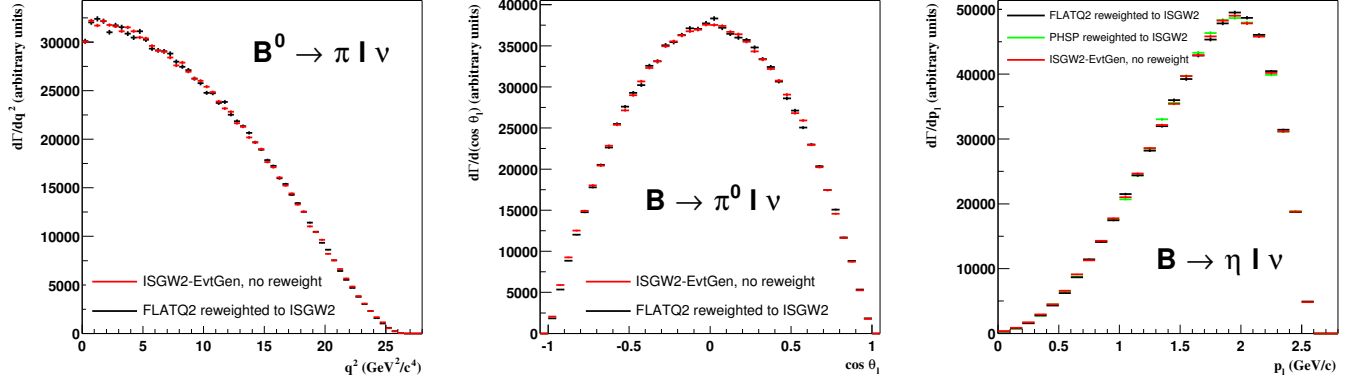


FIG. 4.5 – Pseudo-scalar decays. Events generated with a FLATQ2 generator and reweighted to the ISGW2 form factor hypothesis (black), events generated with a PHSP generator and reweighted to the ISGW2 form factor hypothesis (pale grey) and unweighted events generated directly with a ISGW2 generator (dark grey) : comparison of q^2 distributions for $B \rightarrow \pi^+ \ell \nu$ decay (left panel); comparison of $\cos \theta_\ell$ distributions for $B \rightarrow \pi^0 \ell \nu$ decays (center panel); comparison of p_ℓ distributions, in the true B frame, for $B \rightarrow \eta \ell \nu$ decays (right panel).

4.4.2 Reweighting of B to pseudo-scalar meson decays

Note that because of the three-level hierarchy of the XSLEvtFFWeight tool, it is sufficient to fully validate the software with only one generator. For this purpose, the ISGW2 generator was used. In this way, the XSLKin tool (Sect. 4.3.2.1) and the classes XSLEvtFFWeight, XSLPseudoScalarFF, XSLVectorFF, XSLScalarISGW2 and XSLVectorISGW2 (Sect. 4.3.2.2) are all validated. In the implementation of any new form factor model, it is then sufficient to ensure the correctness of the new form factor equations at the third level of the XSLEvtFFWeight tool (see Sect. 4.3.3).

As can be seen in Fig. 4.5, there is an excellent match between the distributions generated directly with the ISGW2 generator and those generated with the FLATQ2 or PHSP generators, and then reweighted to the ISGW2 form factor hypothesis with our software.

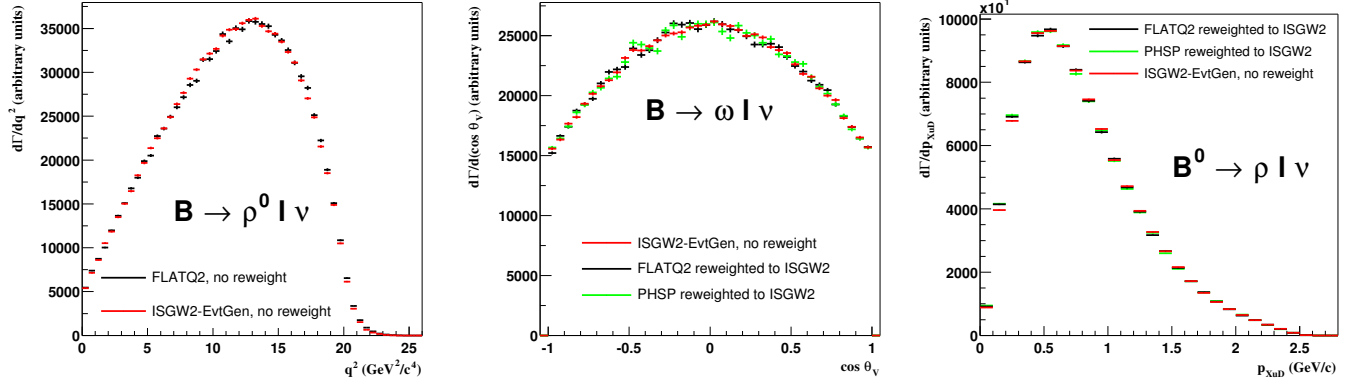


FIG. 4.6 – Vector meson decays. Events generated with a FLATQ2 generator and reweighted to the ISGW2 form factor hypothesis (black), events generated with a PHSP generator and reweighted to the ISGW2 form factor hypothesis (pale grey) and unweighted events generated directly with a ISGW2 generator (dark grey) : comparison of q^2 distributions for $B \rightarrow \rho^0 \ell \nu$ decays (left panel) ; comparison of $\cos \theta_V$ distributions for $B \rightarrow \omega \ell \nu$ decays (center panel) ; comparison of p_{XuD} distributions, in the true B frame, for $B \rightarrow \rho^+ \ell \nu$ decays (right panel). p_{XuD} is the momentum of any daughter of the X_u meson.

4.4.3 Reweighting of B to vector meson decays

Like for the reweighted pseudo-scalar meson decay results, there is the same excellent match (Fig. 4.6) when reweighting is applied to the distributions generated with the FLATQ2 or PHSP generators for vector meson decays.

4.4.4 Validity of the massless lepton approximation

Comparing various distributions generated with a standard ISGW2 generator to those generated with our form factor reweighting software allows us to test the validity of the massless approximation used in our reweighting software. This is the case since the standard code uses the exact formulas to compute the differential decay rates. Since the comparisons, done separately for electrons and muons, show the same good match, it can be concluded that the massless approximation is indeed justified for both, electrons and muons. An example of the quality of the match is displayed in Fig. 4.7.

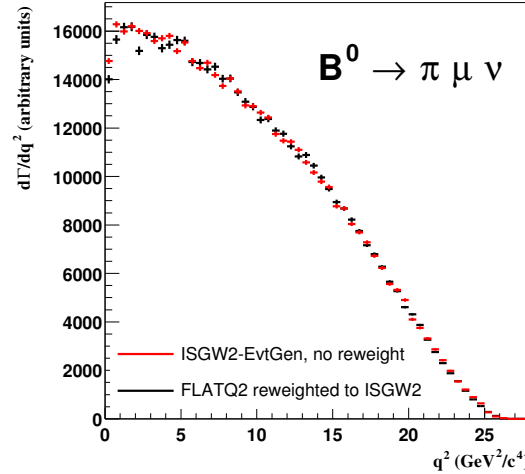


FIG. 4.7 – Comparison of q^2 distributions for $B \rightarrow \pi \mu \nu$ decays only. Events generated with a FLATQ2 generator and reweighted to the ISGW2 form factor hypothesis are shown in black while the unweighted events generated directly with a ISGW2 generator are shown in dark grey.

4.5 Improvements in measurements of $|V_{ub}|$

With our reweighting software, it is now easy to investigate the predictions of various form factor models, and to evaluate their impact on the experimental study of $B \rightarrow X_u \ell \nu$ decays. So far, two form factor models for pseudo-scalar and vector meson decays have been fully implemented in our software : the ISGW2 ^[47]

model (used in the validation of the reweighting technique and its software tool) and a LCSR model from P. Ball et al. ^{[142][143]}. Typical distributions for q^2 ⁴, $\cos \theta_V$ and p_ℓ (Fig. 4.8) deduced from these two models display a large difference while the $\cos \theta_\ell$ distributions for pseudo-scalar meson decays (Fig. 4.9, left panel) are not model-dependent, but those for vector meson decays (Fig. 4.9, right panel) are. This significant model-dependence shows why the values of the branching fraction and of the CKM matrix element $|V_{ub}|$, extracted from the study of exclusive semileptonic B meson decays, have such large theoretical errors.

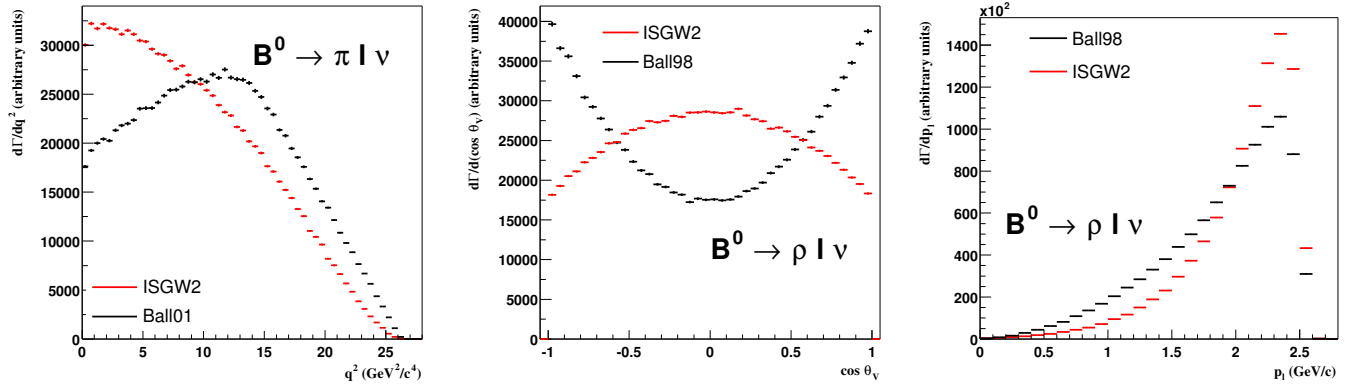


FIG. 4.8 – Events reweighted with the Ball01-LCSR form factor hypothesis (black), unweighted events generated directly with the ISGW2 form factor hypothesis (dark grey) : comparison of q^2 distributions for $B \rightarrow \pi^+ \ell \nu$ decays (left panel); comparison of $\cos \theta_V$ distributions for $B \rightarrow \rho^+ \ell \nu$ decays (center panel); comparison of p_ℓ distributions for $B \rightarrow \rho^+ \ell \nu$ decays (right panel).

The most precise value to date of $|V_{ub}|$ obtained from the analysis of exclusive semileptonic B decays is the one given in Ref. ^[145] :

$$|V_{ub}| = (3.27 \pm 0.13 \pm 0.19_{-0.45}^{+0.51}) \times 10^{-3}$$

where the first error is statistical, the second systematic and the third theoretical. It is clear that the theoretical error, of the order of 15%, due to form factor uncertainties, is by far the largest error. With our reweighting software tool, using

⁴ q^2 is uniquely related to p_{X_u} in the B frame as shown by Eq. 4.4.

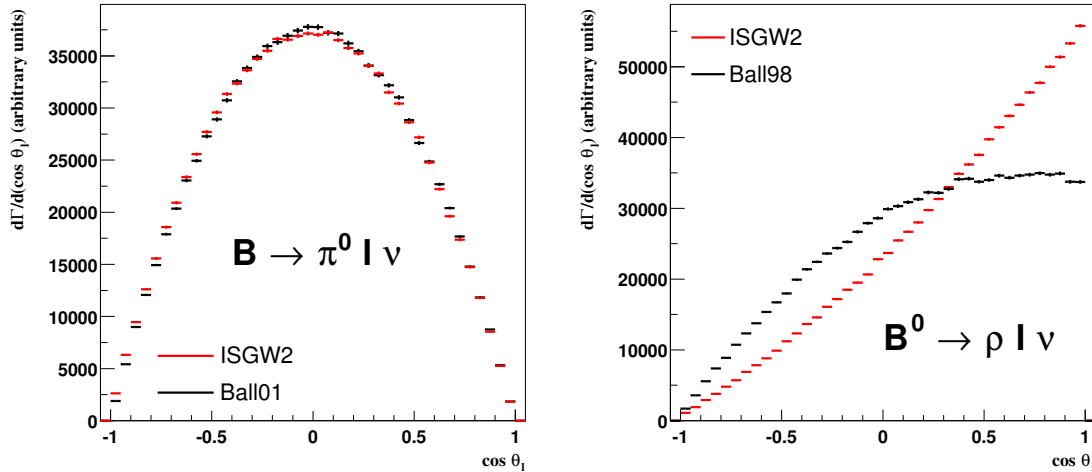


FIG. 4.9 – Events reweighted with the Ball01-LCSR form factor hypothesis (black), unweighted events generated directly with the ISGW2 form factor hypothesis (dark grey) : comparison of $\cos \theta_\ell$ distributions for $B \rightarrow \pi^0 \ell \nu$ pseudo-scalar meson decays (left panel) ; comparison of $\cos \theta_\ell$ distributions for $B \rightarrow \rho^+ \ell \nu$ vector meson decays (right panel).

our FLATQ2 generator, specially useful to determine the critical efficiencies of our experimental cuts as a function of q^2 , we aim to reduce the theoretical error to approximately 5%. The integrated luminosity required to achieve this goal depends on the technique used to reconstruct the exclusive decay channel. With the neutrino reconstruction technique ^[146], and the more than 250 fb^{-1} , collected at the $\Upsilon(4S)$ resonance in both BaBar and Belle, and of the order of 500 fb^{-1} expected within the next two years, a smaller theoretical error should be possible in the near future. With the recoil techniques ^[147], and for the other exclusive $\rho \ell \nu$, $\omega \ell \nu$, $\eta \ell \nu$ and $\eta' \ell \nu$ decay channels, a few additional hundreds of fb^{-1} will be required to extract a similar theoretical precision on $|V_{ub}|$.

With the soon to be available data from both BaBar and Belle, and with the neutrino reconstruction technique, a statistical error below 1% is possible. To achieve a theoretical error at a few percent level will require tight constraints on the form factors as a function of q^2 . This can be accomplished by two methods.

In the first method, the measured differential decay distributions are compared

to the corresponding ones predicted by various form factor models, as shown e.g. in Fig. 8. Our reweighting software tool will play a crucial role in these comparisons since it will allow a quick and easy test of all models without having to regenerate a complete MC production for each model. In this method, the efficiencies of the analysis cuts are computed with the model used to generate the distributions. With very high statistics, the method should allow us to keep a single form factor model as being the one closest to reality, thereby reducing the theoretical error on $|V_{ub}|$.

In the second method, the form factors will be measured directly with minimal model dependence. For example, for pseudo-scalar decays, the measured distributions will be fitted to Eq. 10 where the form factor is given e.g. ^[48] by :

$$f^+(q^2) = \frac{r_1}{1 - q^2/m^2} + \frac{r_2}{(1 - q^2/m^2)^2}$$

where r_1 , r_2 and m are the parameters to be fitted. Other functions will have to be investigated to obtain the systematic error engendered by the use of such functions. The small model dependence comes from the differential efficiencies, $\epsilon(q^2, \theta_\ell, \theta_V, \chi)$, of the analysis cuts used to generate the measured distributions. To evaluate these efficiencies, the four kinematical variable distributions have to be binned, and the efficiencies are then determined for each bin.

In the limit of infinitesimal bins, the efficiency ϵ is independent of any model, as shown in Ref. [1]. But, of course, in any practical analysis, with finite statistics and limited kinematical variable resolutions, the bin size will be finite. This introduces a small model dependency which must be taken into account. It can be limited by the appropriate choice of analysis cuts since it can be shown ^[140] that if the cuts are not correlated with the kinematic variables, then the efficiency is model-independent. The choice is greatly facilitated by the use of the FLATQ2 generator to determine the values of ϵ , especially at very high values of q^2 . It is also facilitated by the use of the form factor reweighting tool to select the experimental cuts to limit the correlation and thus the model dependence. The generator, combined with the software tool, will also yield a precise value of the small residual uncertainty due to

the finite size of the bins. Once the parameters of the form factors are determined, they can be directly compared to any model predictions, thereby reducing the number of models and thus the theoretical uncertainty on $|V_{ub}|$.

4.6 Conclusions

A form factor reweighting technique and its software tool have been presented in this paper. Both have been validated with the ISGW2 form factor model as illustrated by the excellent match between the distributions generated with the FLATQ2 or PHSP generator, reweighted to the ISGW2 form factor hypothesis, and those generated directly with a ISGW2 generator. The object-oriented design of the software tool allows an easy and reliable implementation of any new form factor model, while optimizing the required CPU resources. The large differences, easily observed with our tool, in the distributions predicted by the ISGW2 and LCSR models for exclusive $B \rightarrow X_u \ell \nu$ decays show that a study of these decays will be very valuable in extracting the values of the form factors. Our work leads us to expect that both, our novel FLATQ2 generator and form factor reweighting tool, will play a key role in the next generation of exclusive $|V_{ub}|$ measurements, with largely reduced errors.

Acknowledgements We are grateful to M. S. Gill for providing Fig. 1. We wish to thank SLAC for its kind hospitality. This work was financially supported by NSERC (Canada).

CHAPITRE 5

**MESURE DU RAPPORT D'EMBRANCHEMENT ET DU
FACTEUR DE FORME DE LA DÉSINTÉGRATION $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, ET
DÉTERMINATION DE $|V_{UB}|$ AVEC UNE TECHNIQUE DE
RECONSTRUCTION RELÂCHÉE DU NEUTRINO (ARTICLE
PUBLIÉ DANS *PHYSICAL REVIEW LETTERS*)**

Suite à un examen rigoureux par plus d'une vingtaine de spécialistes de la Collaboration *BABAR*, une version préliminaire^[105] de la mesure présentée dans cette thèse fut rendue publique à l'occasion de la 33^{ème} Conférence Internationale sur la Physique des Hautes Énergies (ICHEP'06), à Moscou (Russie, été 2006). Après un nouvel examen encore plus rigoureux, un article présentant les résultats finaux de cette thèse fut approuvé par la Collaboration *BABAR* en décembre 2006, et publié dans *Physical Review Letters* **98**, 091801, le 28 février 2007.

En principe, cette mesure est celle des 583 membres de la Collaboration *BABAR* signataires de l'article. En effet, les très nombreuses tâches nécessaires au bon fonctionnement de l'accélérateur, du détecteur et des logiciels d'analyse communs, sans lesquelles cette mesure n'aurait jamais été possible, sont accomplies par tous les membres de la Collaboration *BABAR*.

En pratique, toutefois, tous reconnaissent que l'auteur de cette thèse est l'auteur principal de l'article paru dans *Physical Review Letters* et le principal artisan technique et conceptuel des travaux de recherche qui y sont présentés. L'auteur de cette thèse est notamment l'initiateur de la technique de reconstruction relâchée du neutrino, qui a été cruciale au succès de la mesure. Les principaux collaborateurs de ces travaux sont les coauteurs du *BABAR Analysis Document* #1313 formant le Chap. 3 de cette thèse : Sylvie Brunet, Martin Simard, Paul Taras et Benoit Viaud.

Measurement of the $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ Form-Factor Shape and Branching Fraction, and Determination of $|V_{ub}|$ with a Loose Neutrino Reconstruction Technique

B. Aubert,¹ M. Bona,¹ D. Boutigny,¹ Y. Karyotakis,¹ J. P. Lees,¹ V. Poireau,¹ X. Prudent,¹ V. Tisserand,¹ A. Zghiche,¹ E. Grauges,² A. Palano,³ J. C. Chen,⁴ N. D. Qi,⁴ G. Rong,⁴ P. Wang,⁴ Y. S. Zhu,⁴ G. Eigen,⁵ I. Ofte,⁵ B. Stugu,⁵ G. S. Abrams,⁶ M. Battaglia,⁶ D. N. Brown,⁶ J. Button-Shafer,⁶ R. N. Cahn,⁶ Y. Groysman,⁶ R. G. Jacobsen,⁶ J. A. Kadyk,⁶ L. T. Kerth,⁶ Yu.G. Kolomensky,⁶ G. Kukartsev,⁶ D. Lopes Pegna,⁶ G. Lynch,⁶ L. M. Mir,⁶ T. J. Orimoto,⁶ M. Pripstein,⁶ N. A. Roe,⁶ M. T. Ronan,^{6,*} K. Tackmann,⁶ W. A. Wenzel,⁶ P. del Amo Sanchez,⁷ M. Barrett,⁷ T. J. Harrison,⁷ A. J. Hart,⁷ C. M. Hawkes,⁷ A. T. Watson,⁷ T. Held,⁸ H. Koch,⁸ B. Lewandowski,⁸ M. Pelizaeus,⁸ K. Peters,⁸ T. Schroeder,⁸ M. Steinke,⁸ J. T. Boyd,⁹ J. P. Burke,⁹ W. N. Cottingham,⁹ D. Walker,⁹ D. J. Asgeirsson,¹⁰ T. Cuhadar-Donszelmann,¹⁰ B. G. Fulsom,¹⁰ C. Hearty,¹⁰ N. S. Knecht,¹⁰ T. S. Mattison,¹⁰ J. A. McKenna,¹⁰ A. Khan,¹¹ P. Kyberd,¹¹ M. Saleem,¹¹ D. J. Sherwood,¹¹ L. Teodorescu,¹¹ V. E. Blinov,¹² A. D. Bukin,¹² V. P. Druzhinin,¹² V. B. Golubev,¹² A. P. Onuchin,¹² S. I. Serednyakov,¹² Yu. I. Skovpen,¹² E. P. Solodov,¹² K. Yu. Todyshev,¹² M. Bondioli,¹³ M. Bruinsma,¹³ M. Chao,¹³ S. Curry,¹³ I. Eschrich,¹³ D. Kirkby,¹³ A. J. Lankford,¹³ P. Lund,¹³ M. Mandelkern,¹³ E. C. Martin,¹³ D. P. Stoker,¹³ S. Abachi,¹⁴ C. Buchanan,¹⁴ S. D. Foulkes,¹⁵ J.W. Gary,¹⁵ F. Liu,¹⁵ O. Long,¹⁵ B. C. Shen,¹⁵ L. Zhang,¹⁵ E. J. Hill,¹⁶ H. P. Paar,¹⁶ S. Rahatlou,¹⁶ V. Sharma,¹⁶ J.W. Berryhill,¹⁷ C. Campagnari,¹⁷ A. Cunha,¹⁷ B. Dahmes,¹⁷ T. M. Hong,¹⁷ D. Kovalskyi,¹⁷ J. D. Richman,¹⁷ T.W. Beck,¹⁸ A. M. Eisner,¹⁸ C. J. Flacco,¹⁸ C. A. Heusch,¹⁸ J. Kroseberg,¹⁸ W. S. Lockman,¹⁸ T. Schalk,¹⁸ B. A. Schumm,¹⁸ A. Seiden,¹⁸ D. C. Williams,¹⁸ M. G. Wilson,¹⁸ L. O. Winstrom,¹⁸ E. Chen,¹⁹ C. H. Cheng,¹⁹ A. Dvoretzskii,¹⁹ F. Fang,¹⁹ D. G. Hitlin,¹⁹ I. Narsky,¹⁹ T. Piatenko,¹⁹ F. C. Porter,¹⁹ G. Mancinelli,²⁰ B. T. Meadows,²⁰ K. Mishra,²⁰ M. D. Sokoloff,²⁰ F. Blanc,²¹ P. C. Bloom,²¹ S. Chen,²¹ W. T. Ford,²¹ J. F. Hirschauer,²¹ A. Kreisel,²¹ M. Nagel,²¹ U. Nauenberg,²¹ A. Olivas,²¹ J. G. Smith,²¹

K. A. Ulmer,²¹ S. R. Wagner,²¹ J. Zhang,²¹ A. Chen,²² E. A. Eckhart,²² A. Soffer,²²
 W. H. Toki,²² R. J. Wilson,²² F. Winklmeier,²² Q. Zeng,²² D. D. Altenburg,²³ E.
 Feltresi,²³ A. Hauke,²³ H. Jasper,²³ J. Merkel,²³ A. Petzold,²³ B. Spaan,²³
 K. Wacker,²³ T. Brandt,²⁴ V. Klose,²⁴ H. M. Lacker,²⁴ W. F. Mader,²⁴ R.
 Nogowski,²⁴ J. Schubert,²⁴ K. R. Schubert,²⁴ R. Schwierz,²⁴ J. E. Sundermann,²⁴ A.
 Volk,²⁴ D. Bernard,²⁵ G. R. Bonneaud,²⁵ E. Latour,²⁵ Ch. Thiebaut,²⁵ M. Verderi,²⁵
 P. J. Clark,²⁶ W. Gradl,²⁶ F. Muheim,²⁶ S. Playfer,²⁶ A. I. Robertson,²⁶ Y. Xie,²⁶ M.
 Andreotti,²⁷ D. Bettoni,²⁷ C. Bozzi,²⁷ R. Calabrese,²⁷ G. Cibinetto,²⁷ E. Luppi,²⁷ M.
 Negrini,²⁷ A. Petrella,²⁷ L. Piemontese,²⁷ E. Prencipe,²⁷ F. Anulli,²⁸ R.
 Baldini-Ferroli,²⁸ A. Calcaterra,²⁸ R. de Sangro,²⁸ G. Finocchiaro,²⁸ S. Pacetti,²⁸ P.
 Patteri,²⁸ I. M. Peruzzi,^{28,†} M. Piccolo,²⁸ M. Rama,²⁸ A. Zallo,²⁸ A. Buzzo,²⁹ R.
 Contri,²⁹ M. Lo Vetere,²⁹ M. M. Macri,²⁹ M. R. Monge,²⁹ S. Passaggio,²⁹ C.
 Patrignani,²⁹ E. Robutti,²⁹ A. Santroni,²⁹ S. Tosi,²⁹ K. S. Chaisanguanthum,³⁰ M.
 Morii,³⁰ J. Wu,³⁰ R. S. Dubitzky,³¹ J. Marks,³¹ S. Schenk,³¹ U. Uwer,³¹ D. J. Bard,³²
 P. D. Dauncey,³² R. L. Flack,³² J. A. Nash,³² M. B. Nikolich,³² W. Panduro
 Vazquez,³² P. K. Behera,³³ X. Chai,³³ M. J. Charles,³³ U. Mallik,³³ N. T. Meyer,³³
 V. Ziegler,³³ J. Cochran,³⁴ H. B. Crawley,³⁴ L. Dong,³⁴ V. Eyges,³⁴ W. T. Meyer,³⁴
 S. Prell,³⁴ E. I. Rosenberg,³⁴ A. E. Rubin,³⁵ A. V. Gritsan,³⁶ A. G. Denig,³⁶ M.
 Fritsch,³⁶ G. Schott,³⁷ N. Arnaud,³⁷ M. Davier,³⁷ G. Grosdidier,³⁷ A. Höcker,³⁷ V.
 Lepeltier,³⁷ F. Le Diberder,³⁷ A. M. Lutz,³⁷ S. Pruvot,³⁷ S. Rodier,³⁷ P. Roudeau,³⁷
 M. H. Schune,³⁷ J. Serrano,³⁷ A. Stocchi,³⁷ W. F. Wang,³⁷ G. Wormser,³⁷ D. J.
 Lange,³⁸ D. M. Wright,³⁸ C. A. Chavez,³⁹ I. J. Forster,³⁹ J. R. Fry,³⁹ E.
 Gabathuler,³⁹ R. Gamet,³⁹ D. E. Hutchcroft,³⁹ D. J. Payne,³⁹ K. C. Schofield,³⁹ C.
 Touramanis,³⁹ A. J. Bevan,⁴⁰ K. A. George,⁴⁰ F. Di Lodovico,⁴⁰ W. Menges,⁴⁰ R.
 Sacco,⁴⁰ G. Cowan,⁴¹ H. U. Flaecher,⁴¹ D. A. Hopkins,⁴¹ P. S. Jackson,⁴¹ T. R.
 McMahon,⁴¹ F. Salvatore,⁴¹ A. C. Wren,⁴¹ D. N. Brown,⁴² C. L. Davis,⁴² J.
 Allison,⁴³ N. R. Barlow,⁴³ R. J. Barlow,⁴³ Y. M. Chia,⁴³ C. L. Edgar,⁴³ G. D.
 Lafferty,⁴³ T. J. West,⁴³ J. I. Yi,⁴³ C. Chen,⁴⁴ W. D. Hulsbergen,⁴⁴ A. Jawahery,⁴⁴ C.
 K. Lae,⁴⁴ D. A. Roberts,⁴⁴ G. Simi,⁴⁴ G. Blaylock,⁴⁵ C. Dallapiccola,⁴⁵ S. S.
 Hertzbach,⁴⁵ X. Li,⁴⁵ T. B. Moore,⁴⁵ E. Salvati,⁴⁵ S. Saremi,⁴⁵ R. Cowan,⁴⁶ G.

Sciolla,⁴⁶ S. J. Sekula,⁴⁶ M. Spitznagel,⁴⁶ F. Taylor,⁴⁶ R. K. Yamamoto,⁴⁶ H. Kim,⁴⁷
 S. E. McIlachlin,⁴⁷ P. M. Patel,⁴⁷ S. H. Robertson,⁴⁷ A. Lazzaro,⁴⁸ V. Lombardo,⁴⁸ F.
 Palombo,⁴⁸ J. M. Bauer,⁴⁹ L. Cremaldi,⁴⁹ V. Eschenburg,⁴⁹ R. Godang,⁴⁹ R.
 Kroeger,⁴⁹ D. A. Sanders,⁴⁹ D. J. Summers,⁴⁹ H.W. Zhao,⁴⁹ S. Brunet,⁵⁰ D. Côté,⁵⁰
 M. Simard,⁵⁰ P. Taras,⁵⁰ F. B. Viaud,⁵⁰ H. Nicholson,⁵¹ N. Cavallo,^{52,†} G. De
 Nardo,⁵² F. Fabozzi,^{52,†} C. Gatto,⁵² L. Lista,⁵² D. Monorchio,⁵² P. Paolucci,⁵² D.
 Piccolo,⁵² C. Sciacca,⁵² M. A. Baak,⁵³ G. Raven,⁵³ H. L. Snoek,⁵³ C. P. Jessop,⁵⁴ J.
 M. LoSecco,⁵⁴ G. Benelli,⁵⁵ L. A. Corwin,⁵⁵ K. K. Gan,⁵⁵ K. Honscheid,⁵⁵ D.
 Hufnagel,⁵⁵ H. Kagan,⁵⁵ R. Kass,⁵⁵ J. P. Morris,⁵⁵ A. M. Rahimi,⁵⁵ J. J.
 Regensburger,⁵⁵ R. Ter-Antonyan,⁵⁵ Q. K. Wong,⁵⁵ N. L. Blount,⁵⁶ J. Brau,⁵⁶ R.
 Frey,⁵⁶ O. Igonkina,⁵⁶ J. A. Kolb,⁵⁶ M. Lu,⁵⁶ C. T. Potter,⁵⁶ R. Rahmat,⁵⁶ N. B.
 Sinev,⁵⁶ D. Strom,⁵⁶ J. Strube,⁵⁶ E. Torrence,⁵⁶ A. Gaz,⁵⁷ M. Margoni,⁵⁷ M.
 Morandin,⁵⁷ A. Pompili,⁵⁷ M. Posocco,⁵⁷ M. Rotondo,⁵⁷ F. Simonetto,⁵⁷ R. Stroili,⁵⁷
 C. Voci,⁵⁷ E. Ben-Haim,⁵⁸ H. Briand,⁵⁸ J. Chauveau,⁵⁸ P. David,⁵⁸ L. Del Buono,⁵⁸
 Ch. de la Vaissière,⁵⁸ O. Hamon,⁵⁸ B. L. Hartfiel,⁵⁸ Ph. Leruste,⁵⁸ J. Malclès,⁵⁸ J.
 Ocariz,⁵⁸ L. Gladney,⁵⁹ M. Biasini,⁶⁰ R. Covarelli,⁶⁰ C. Angelini,⁶¹ G. Batignani,⁶¹ S.
 Bettarini,⁶¹ G. Calderini,⁶¹ M. Carpinelli,⁶¹ R. Cenci,⁶¹ F. Forti,⁶¹ M. A. Giorgi,⁶¹ A.
 Lusiani,⁶¹ G. Marchiori,⁶¹ M. A. Mazur,⁶¹ M. Morganti,⁶¹ N. Neri,⁶¹ E. Paoloni,⁶¹ G.
 Rizzo,⁶¹ J. J. Walsh,⁶¹ M. Haire,⁶² J. Biesiada,⁶³ P. Elmer,⁶³ Y. P. Lau,⁶³ C. Lu,⁶³ J.
 Olsen,⁶³ A. J. S. Smith,⁶³ A.V. Telnov,⁶³ F. Bellini,⁶⁴ G. Cavoto,⁶⁴ A. D'Orazio,⁶⁴ D.
 del Re,⁶⁴ E. Di Marco,⁶⁴ R. Faccini,⁶⁴ F. Ferrarotto,⁶⁴ F. Ferroni,⁶⁴ M. Gaspero,⁶⁴ P.
 D. Jackson,⁶⁴ L. Li Gioi,⁶⁴ M. A. Mazzoni,⁶⁴ S. Morganti,⁶⁴ G. Piredda,⁶⁴ F. Polci,⁶⁴
 C. Voena,⁶⁴ M. Ebert,⁶⁵ H. Schröder,⁶⁵ R. Waldi,⁶⁵ T. Adye,⁶⁶ G. Castelli,⁶⁶ B.
 Franek,⁶⁶ E. O. Olaiya,⁶⁶ S. Ricciardi,⁶⁶ W. Roethel,⁶⁶ F. F. Wilson,⁶⁶ R. Aleksan,⁶⁷
 S. Emery,⁶⁷ M. Escailier,⁶⁷ A. Gaidot,⁶⁷ S. F. Ganzhur,⁶⁷ G. Hamel de
 Monchenault,⁶⁷ W. Kozanecki,⁶⁷ M. Legendre,⁶⁷ G. Vasseur,⁶⁷ Ch. Yèche,⁶⁷ M.
 Zito,⁶⁷ X. R. Chen,⁶⁸ H. Liu,⁶⁸ W. Park,⁶⁸ M.V. Purohit,⁶⁸ J. R. Wilson,⁶⁸ M. T.
 Allen,⁶⁹ D. Aston,⁶⁹ R. Bartoldus,⁶⁹ P. Bechtle,⁶⁹ N. Berger,⁶⁹ R. Claus,⁶⁹ J. P.
 Coleman,⁶⁹ M. R. Convery,⁶⁹ J. C. Dingfelder,⁶⁹ J. Dorfan,⁶⁹ G. P.
 Dubois-Felsmann,⁶⁹ D. Dujmic,⁶⁹ W. Dunwoodie,⁶⁹ R. C. Field,⁶⁹ T. Glanzman,⁶⁹ S.

J. Gowdy,⁶⁹ M. T. Graham,⁶⁹ P. Grenier,⁶⁹ V. Halyo,⁶⁹ C. Hast,⁶⁹ T. Hryn'ova,⁶⁹ W. R. Innes,⁶⁹ M. H. Kelsey,⁶⁹ P. Kim,⁶⁹ D.W. G. S. Leith,⁶⁹ S. Li,⁶⁹ S. Luitz,⁶⁹ V. Luth,⁶⁹ H. L. Lynch,⁶⁹ D. B. MacFarlane,⁶⁹ H. Marsiske,⁶⁹ R. Messner,⁶⁹ D. R. Muller,⁶⁹ C. P. O'Grady,⁶⁹ V. E. Ozcan,⁶⁹ A. Perazzo,⁶⁹ M. Perl,⁶⁹ T. Pulliam,⁶⁹ B. N. Ratcliff,⁶⁹ A. Roodman,⁶⁹ A. A. Salnikov,⁶⁹ R. H. Schindler,⁶⁹ J. Schwiening,⁶⁹ A. Snyder,⁶⁹ J. Stelzer,⁶⁹ D. Su,⁶⁹ M. K. Sullivan,⁶⁹ K. Suzuki,⁶⁹ S. K. Swain,⁶⁹ J. M. Thompson,⁶⁹ J. Va'vra,⁶⁹ N. van Bakel,⁶⁹ A. P. Wagner,⁶⁹ M. Weaver,⁶⁹ W. J. Wisniewski,⁶⁹ M. Wittgen,⁶⁹ D. H. Wright,⁶⁹ H.W. Wulsin,⁶⁹ A. K. Yarritu,⁶⁹ K. Yi,⁶⁹ C. C. Young,⁶⁹ P. R. Burchat,⁷⁰ A. J. Edwards,⁷⁰ S. A. Majewski,⁷⁰ B. A. Petersen,⁷⁰ L. Wilden,⁷⁰ S. Ahmed,⁷¹ M. S. Alam,⁷¹ R. Bula,⁷¹ J. A. Ernst,⁷¹ V. Jain,⁷¹ B. Pan,⁷¹ M. A. Saeed,⁷¹ F. R. Wappler,⁷¹ S. B. Zain,⁷¹ W. Bugg,⁷² M. Krishnamurthy,⁷² S. M. Spanier,⁷² R. Eckmann,⁷³ J. L. Ritchie,⁷³ C. J. Schilling,⁷³ R. F. Schwitters,⁷³ J. M. Izen,⁷⁴ X. C. Lou,⁷⁴ S. Ye,⁷⁴ F. Bianchi,⁷⁵ F. Gallo,⁷⁵ D. Gamba,⁷⁵ M. Pelliccioni,⁷⁵ M. Bomben,⁷⁶ L. Bosisio,⁷⁶ C. Cartaro,⁷⁶ F. Cossutti,⁷⁶ G. Della Ricca,⁷⁶ L. Lanceri,⁷⁶ L. Vitale,⁷⁶ V. Azzolini,⁷⁷ N. Lopez-March,⁷⁷ F. Martinez-Vidal,⁷⁷ A. Oyanguren,⁷⁷ J. Albert,⁷⁸ Sw. Banerjee,⁷⁸ B. Bhuyan,⁷⁸ K. Hamano,⁷⁸ R. Kowalewski,⁷⁸ I. M. Nugent,⁷⁸ J. M. Roney,⁷⁸ R. J. Sobie,⁷⁸ J. J. Back,⁷⁹ P. F. Harrison,⁷⁹ T. E. Latham,⁷⁹ G. B. Mohanty,⁷⁹ M. Pappagallo,⁷⁹§ H. R. Band,⁸⁰ X. Chen,⁸⁰ S. Dasu,⁸⁰ K. T. Flood,⁸⁰ J. J. Hollar,⁸⁰ P. E. Kutter,⁸⁰ B. Mellado,⁸⁰ Y. Pan,⁸⁰ M. Pierini,⁸⁰ R. Prepost,⁸⁰ S. L. Wu,⁸⁰ Z. Yu,⁸⁰ and H. Neal⁸¹

(The BABAR Collaboration)

¹*Laboratoire de Physique des Particules, IN2P3/CNRS et Université de Savoie,
F-74941 Annecy-Le-Vieux, France*

²*Universitat de Barcelona, Facultat de Física, Departament ECM, E-08028
Barcelona, Spain*

³*Università di Bari, Dipartimento di Fisica and INFN, I-70126 Bari, Italy*

⁴*Institute of High Energy Physics, Beijing 100039, China*

⁵*University of Bergen, Institute of Physics, N-5007 Bergen, Norway*

⁶*Lawrence Berkeley National Laboratory and University of California, Berkeley,*

California 94720, USA

⁷*University of Birmingham, Birmingham, B15 2TT, United Kingdom*

⁸*Ruhr Universität Bochum, Institut für Experimentalphysik 1, D-44780 Bochum,
Germany*

⁹*University of Bristol, Bristol BS8 1TL, United Kingdom*

¹⁰*University of British Columbia, Vancouver, British Columbia, Canada V6T 1Z1*

¹¹*Brunel University, Uxbridge, Middlesex UB8 3PH, United Kingdom*

¹²*Budker Institute of Nuclear Physics, Novosibirsk 630090, Russia*

¹³*University of California at Irvine, Irvine, California 92697, USA*

¹⁴*University of California at Los Angeles, Los Angeles, California 90024, USA*

¹⁵*University of California at Riverside, Riverside, California 92521, USA*

¹⁶*University of California at San Diego, La Jolla, California 92093, USA*

¹⁷*University of California at Santa Barbara, Santa Barbara, California 93106, USA*

¹⁸*University of California at Santa Cruz, Institute for Particle Physics, Santa Cruz,
California 95064, USA*

¹⁹*California Institute of Technology, Pasadena, California 91125, USA*

²⁰*University of Cincinnati, Cincinnati, Ohio 45221, USA*

²¹*University of Colorado, Boulder, Colorado 80309, USA*

²²*Colorado State University, Fort Collins, Colorado 80523, USA*

²³*Universität Dortmund, Institut für Physik, D-44221 Dortmund, Germany*

²⁴*Technische Universität Dresden, Institut für Kern und Teilchenphysik, D-01062
Dresden, Germany*

²⁵*Laboratoire Leprince-Ringuet, CNRS/IN2P3, Ecole Polytechnique, F-91128
Palaiseau, France*

²⁶*University of Edinburgh, Edinburgh EH9 3JZ, United Kingdom*

²⁷*Università di Ferrara, Dipartimento di Fisica and INFN, I-44100 Ferrara, Italy*

²⁸*Laboratori Nazionali di Frascati dell'INFN, I-00044 Frascati, Italy*

²⁹*Università di Genova, Dipartimento di Fisica and INFN, I-16146 Genova, Italy*

³⁰*Harvard University, Cambridge, Massachusetts 02138, USA*

³¹*Universität Heidelberg, Physikalisches Institut, Philosophenweg 12, D-69120*

Heidelberg, Germany

³²*Imperial College London, London, SW7 2AZ, United Kingdom*

³³*University of Iowa, Iowa City, Iowa 52242, USA*

³⁴*Iowa State University, Ames, Iowa 50011-3160, USA*

³⁵*Johns Hopkins University, Baltimore, Maryland 21218, USA*

³⁶*Universität Karlsruhe, Institut für Experimentelle Kernphysik, D-76021 Karlsruhe, Germany*

³⁷*Laboratoire de l'Accélérateur Linéaire, IN2P3/CNRS et Université Paris-Sud 11, Centre Scientifique d'Orsay, B. P. 34, F-91898 ORSAY Cedex, France*

³⁸*Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore, California 94550, USA*

³⁹*University of Liverpool, Liverpool L69 7ZE, United Kingdom*

⁴⁰*Queen Mary, University of London, E1 4NS, United Kingdom*

⁴¹*University of London, Royal Holloway and Bedford New College, Egham, Surrey TW20 0EX, United Kingdom*

⁴²*University of Louisville, Louisville, Kentucky 40292, USA*

⁴³*University of Manchester, Manchester M13 9PL, United Kingdom*

⁴⁴*University of Maryland, College Park, Maryland 20742, USA*

⁴⁵*University of Massachusetts, Amherst, Massachusetts 01003, USA*

⁴⁶*Massachusetts Institute of Technology, Laboratory for Nuclear Science, Cambridge, Massachusetts 02139, USA*

⁴⁷*McGill University, Montréal, Québec, Canada H3A 2T8*

⁴⁸*Università di Milano, Dipartimento di Fisica and INFN, I-20133 Milano, Italy*

⁴⁹*University of Mississippi, University, Mississippi 38677, USA*

⁵⁰*Université de Montréal, Physique des Particules, Montréal, Québec, Canada H3C 3J7*

⁵¹*Mount Holyoke College, South Hadley, Massachusetts 01075, USA*

⁵²*Università di Napoli Federico II, Dipartimento di Scienze Fisiche and INFN, I-80126, Napoli, Italy*

⁵³*NIKHEF, National Institute for Nuclear Physics and High Energy Physics, NL-1009 DB Amsterdam, The Netherlands*

- ⁵⁴*University of Notre Dame, Notre Dame, Indiana 46556, USA*
- ⁵⁵*Ohio State University, Columbus, Ohio 43210, USA*
- ⁵⁶*University of Oregon, Eugene, Oregon 97403, USA*
- ⁵⁷*Università di Padova, Dipartimento di Fisica and INFN, I-35131 Padova, Italy*
- ⁵⁸*Laboratoire de Physique Nucléaire et de Hautes Energies, IN2P3/CNRS, Université Pierre et Marie Curie-Paris6, Université Denis Diderot-Paris7, F-75252 Paris, France*
- ⁵⁹*University of Pennsylvania, Philadelphia, Pennsylvania 19104, USA*
- ⁶⁰*Università di Perugia, Dipartimento di Fisica and INFN, I-06100 Perugia, Italy*
- ⁶¹*Università di Pisa, Dipartimento di Fisica, Scuola Normale Superiore and INFN, I-56127 Pisa, Italy*
- ⁶²*Prairie View A&M University, Prairie View, Texas 77446, USA*
- ⁶³*Princeton University, Princeton, New Jersey 08544, USA*
- ⁶⁴*Università di Roma La Sapienza, Dipartimento di Fisica and INFN, I-00185 Roma, Italy*
- ⁶⁵*Universität Rostock, D-18051 Rostock, Germany*
- ⁶⁶*Rutherford Appleton Laboratory, Chilton, Didcot, Oxon, OX11 0QX, United Kingdom*
- ⁶⁷*DSM/Daphnia, CEA/Saclay, F-91191 Gif-sur-Yvette, France*
- ⁶⁸*University of South Carolina, Columbia, South Carolina 29208, USA*
- ⁶⁹*Stanford Linear Accelerator Center, Stanford, California 94309, USA*
- ⁷⁰*Stanford University, Stanford, California 94305-4060, USA*
- ⁷¹*State University of New York, Albany, New York 12222, USA*
- ⁷²*University of Tennessee, Knoxville, Tennessee 37996, USA*
- ⁷³*University of Texas at Austin, Austin, Texas 78712, USA*
- ⁷⁴*University of Texas at Dallas, Richardson, Texas 75083, USA*
- ⁷⁵*Università di Torino, Dipartimento di Fisica Sperimentale and INFN, I-10125 Torino, Italy*
- ⁷⁶*Università di Trieste, Dipartimento di Fisica and INFN, I-34127 Trieste, Italy*
- ⁷⁷*IFIC, Universitat de Valencia-CSIC, E-46071 Valencia, Spain*

⁷⁸*University of Victoria, Victoria, British Columbia, Canada V8W 3P6*

⁷⁹*Department of Physics, University of Warwick, Coventry CV4 7AL, United Kingdom*

⁸⁰*University of Wisconsin, Madison, Wisconsin 53706, USA*

⁸¹*Yale University, New Haven, Connecticut 06511, USA*

*Deceased.

†Also at Università di Perugia, Dipartimento di Fisica, Perugia, Italy.

‡Also at Università della Basilicata, Potenza, Italy.

§Also at IPPP, Physics Department, Durham University, Durham DH1 3LE, United Kingdom.

(Received 12 December 2006; published 28 February 2007)

Abstract

We report the results of a study of the exclusive charmless semileptonic decay, $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, undertaken with approximately 227 million $B\bar{B}$ pairs collected at the $\Upsilon(4S)$ resonance with the *BABAR* detector. The analysis uses events in which the signal B decays are reconstructed with an innovative loose neutrino reconstruction technique. We obtain partial branching fractions in 12 bins of q^2 , the momentum transfer squared, from which we extract the $f_+(q^2)$ form-factor shape and the total branching fraction $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu) = (1.46 \pm 0.07_{stat} \pm 0.08_{syst}) \times 10^{-4}$. Based on a recent unquenched lattice QCD calculation of the form factor in the range $q^2 > 16 \text{ GeV}^2$, we find the magnitude of the CKM matrix element $|V_{ub}|$ to be $(4.1 \pm 0.2_{stat} \pm 0.2_{syst}^{+0.6}_{-0.4FF}) \times 10^{-3}$, where the last uncertainty is due to the normalization of the form factor.

DOI : 10.1103/PhysRevLett.98.091801

PACS numbers : 13.20.He, 12.15.Hh, 12.38.Qk, 14.40.Nd

A precise measurement of $|V_{ub}|$, the smallest element of the CKM matrix [6], will constrain the description of weak interactions and CP violation in the Standard Model. The rate for exclusive $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decays [148] is proportional to $|V_{ub} f_+(q^2)|^2$, where the form factor $f_+(q^2)$ depends on q^2 , the momentum transfer squared. Values of $f_+(q^2)$ for $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decays are provided by unquenched lattice QCD (LQCD) calculations (HPQCD [49], FNAL [50]), presently reliable only at large q^2 ($> 16 \text{ GeV}^2$), by light cone sum rules (LCSR) calculations [48], based on approximations only valid at small q^2 ($< 16 \text{ GeV}^2$), and by the ISGW2 quark model calculations [47]. Uncertainties on these calculations dominate the errors on the computed values of $|V_{ub}|$. The QCD theoretical predictions are at present more precise for $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ than for other exclusive $B \rightarrow X_u \ell \nu$ decays, where X_u stands for any charmless meson. Experimental data can be used to discriminate between the various calculations by precisely measuring the $f_+(q^2)$ shape, thereby leading to a smaller theoretical uncertainty on $|V_{ub}|$.

Values of $|V_{ub}|$ have previously been extracted from $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ measurements by CLEO [107], *BABAR* [108, 109] and Belle [110]. In this letter, we present measurements of the partial branching fractions (BF) $\Delta\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu, q^2)$ in 12 bins of q^2 using an innovative loose neutrino reconstruction technique. This leads to more precise values of the total BF $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ and of the $f_+(q^2)$ form-factor shape, which supersede those of our previous untagged measurement [108]. We combine the values of $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ with recent form-factor calculations [48–50] to obtain a value of $|V_{ub}|$.

The data set used in this analysis contains approximately 227 million $B\bar{B}$ pairs corresponding to an integrated luminosity of 206 fb^{-1} collected at the $\Upsilon(4S)$ resonance with the *BABAR* detector [71] at the PEP-II asymmetric-energy e^+e^- collider, and of 27.0 fb^{-1} integrated luminosity of data collected approximately 40 MeV below the $\Upsilon(4S)$ resonance (denoted “off-resonance data”). To estimate the signal efficiency, and the signal and background distributions, we use a detailed Monte Carlo (MC) simulation of generic $B\bar{B}$ and $u\bar{u}/d\bar{d}/s\bar{s}/c\bar{c}/\tau^+\tau^-$ “continuum”

events as well as $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal events. Signal MC events are produced by the FLATQ2 generator ^[20] and are reweighted to reproduce the Becirevic-Kaidalov (BK) parametrization ^[52] of $f_+(q^2, \alpha, c_B)$ where the values of the shape and normalization parameters, α and c_B , are taken from Ref. ^[108].

We reconstruct B meson candidates using $\pi^\pm$ and $\ell^\mp$ tracks together with the event's missing momentum $\vec{p}_{miss}$ as an approximation to the signal neutrino momentum. The decay of the second B meson is not explicitly reconstructed. The neutrino four-momentum $P_{miss} \equiv (|\vec{p}_{miss}|, \vec{p}_{miss})$ is inferred from the difference between the momentum of the colliding-beam particles $\vec{p}_{beams}$, and the sum of the momenta of all the charged and neutral particles detected in a single event $\vec{p}_{tot}$, such that $\vec{p}_{miss} \equiv \vec{p}_{beams} - \vec{p}_{tot}$. Compared with the tagged analyses in which the two B mesons are explicitly reconstructed ^[109,110], the neutrino reconstruction approach yields a lower signal purity but a significant increase in the signal reconstruction efficiency. The present loose neutrino reconstruction technique also increases the signal efficiency substantially with respect to the previous untagged approach by avoiding the tight neutrino quality cuts ^[107,108] which ensure that the neutrino properties are well taken into account when computing $q^2 = (P_\ell + P_\nu)^2$. In this analysis, we calculate instead the momentum transfer as $q^2 = (P_B - P_\pi)^2$, where, to remove the ambiguity in the direction of the B meson, q^2 is taken ^[88] to be the weighted average of four arbitrarily chosen values obtained when the B direction is varied over all possibilities. In this way, the value of q^2 is unaffected by any misreconstruction of the rest of the event. We obtain a q^2 resolution of $\sigma = 0.52 \text{ GeV}^2$ for the signal candidates in which the pion candidate track truly comes from a $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decay (91% of the total). We correct for the reconstruction effects on the q^2 resolution by applying an unregularized unfolding algorithm to the measured q^2 spectrum ^[149].

To separate the $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal from the backgrounds, we require two well-reconstructed tracks associated with a lepton-pion pair. The electron (muon) tracks are required to have momenta greater than 0.5 (1.0) GeV in the laboratory frame to avoid misidentified leptons and secondary semileptonic decays. We ensure that the

momenta of the lepton and pion candidates are kinematically compatible with a real $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ decay. This requires that a geometrical vertex fit of the two charged tracks gives a χ^2 probability greater than 0.01. In addition, the angle between the momenta of the B and the pseudo-particle Y , defined by its four-momentum $P_Y \equiv (P_\pi + P_\ell)$, in the $\Upsilon(4S)$ frame must take a physical value : $|\cos \theta_{BY}| < 1$, where $\cos \theta_{BY}$ is computed from $0 = m_\nu^2 = (P_B - P_Y)^2$, using the values for E_B and $|\vec{p}_B|$ implied by the beam parameters ^[108]. Most backgrounds are efficiently rejected by q^2 -dependent cuts on the helicity angle θ_ℓ of the W boson ^[20], on the angle between the thrust axes of the Y and of the rest of the event, on the polar angle associated with $\vec{p}_{miss}$, and on the squared invariant mass of P_{miss} . We reject $B^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \nu$ candidates with Y mass close to the J/ψ mass to avoid $J/\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$ decays. Non- $B\bar{B}$ events are suppressed by requiring the ratio of second to zeroth Fox-Wolfram moments to be smaller than 0.5, and by cuts ^[150] on the number of tracks and clusters. Radiative Bhabha and two-photon processes are rejected by vetoing events containing a photon conversion and by requiring $(\vec{p}_{tot} \cdot \hat{z})/E_{tot} < 0.64$ and $(\vec{p}_{tot} \cdot \hat{z})/E_{tot} > 0.35$ for candidates in the electron and positron channels, respectively, where the z axis is given by the electron beam direction. We reduce the remaining backgrounds with the variables $\Delta E = (\vec{p}_B \cdot \vec{p}_{beams} - s/2)/\sqrt{s}$ and $m_{ES} = \sqrt{(s/2 + \vec{p}_B \cdot \vec{p}_{beams})^2/E_{beams}^2 - \vec{p}_B^2}$, where $\vec{p}_B = \vec{p}_\pi + \vec{p}_\ell + \vec{p}_{miss}$ and $\sqrt{s}$ is the total energy in the $\Upsilon(4S)$ frame. Only candidates with $|\Delta E| < 1.0$ GeV and $m_{ES} > 5.19$ GeV are retained. When several candidates remain in an event after these cuts, the candidate with $\cos \theta_\ell$ closest to zero is selected. This rejects 30% of the combinatorial signal candidates while keeping 97% of the correct ones. The signal event reconstruction efficiency varies between 6.7% and 9.8%, depending on the q^2 bin.

The $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal yield is obtained as a function of q^2 by performing a two-dimensional extended maximum-likelihood fit ^[121] on m_{ES} , and ΔE in each bin of q^2 . The data samples in each q^2 bin are divided into four categories : $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ signal, other $b \rightarrow u \ell \nu$, other $B\bar{B}$, and continuum backgrounds. These four types of events have distinct structures in the two-dimensional m_{ES} - ΔE plane. We use the

$m_{\text{ES}}-\Delta E$ histograms obtained from the MC simulation as two-dimensional probability density functions (PDFs). The yields of the signal, $b \rightarrow u\ell\nu$ background and other $B\bar{B}$ background, subdivided in twelve, three and four q^2 bins, respectively, are extracted from a nineteen-parameter fit of the MC PDFs to the experimental data. The continuum background is corrected to match the off-resonance data control sample and is fixed in the fit. The number and type of fit parameters were chosen to provide a good balance between reliance on simulation predictions, complexity of the fit and total error size. m_{ES} and ΔE fit projections for the experimental data are shown in Fig. 5.1 in two ranges of q^2 corresponding to the sum of eight bins below and four bins above $q^2 = 16 \text{ GeV}^2$. We obtain 5072 ± 251 events for the total signal yield, 9867 ± 564 events for the $b \rightarrow u\ell\nu$ background, 33341 ± 409 events for the other $B\bar{B}$ backgrounds, and 9299 ± 450 events for the continuum yield. The fit has a χ^2 value of 423 for 389 degrees of freedom.

Numerous sources of systematic uncertainties and their correlations among the q^2 bins have been investigated. The uncertainties due to the detector simulation are established by varying within bounds given by control samples the tracking efficiency of all charged tracks, the particle identification efficiencies of signal candidate tracks, the calorimeter efficiency (varied separately for photons, K_L^0 and neutrons) and the energy deposited in the calorimeter by K_L^0 mesons. The reconstruction of these neutral particles affects the analysis via the neutrino reconstruction. The uncertainties due to the generator-level inputs to the simulation are established by varying, within errors ^[4], the BF of the background processes $b \rightarrow u\ell\nu$, $b \rightarrow c\ell\nu$, $D \rightarrow X\ell\nu$ and $D \rightarrow K_L^0 X$ as well as the BF of the $\Upsilon(4S) \rightarrow B^0\bar{B}^0$ decay. The $B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$, $B \rightarrow \rho\ell\nu$, $B \rightarrow D\ell\nu$ and $B \rightarrow D^*\ell\nu$ form factors are varied within bounds given by recent calculations ^[125] or measurements ^[4, 88, 105]. The heavy quark parameters used in the simulation of non-resonant $b \rightarrow u\ell\nu$ events are varied according to Ref. ^[129]. We assign an uncertainty of 20% to the final state radiation (FSR) corrections calculated by PHOTOS ^[113, 136]. Finally, the uncertainties due to the modeling of the continuum are established by varying its q^2 , m_{ES} , and ΔE shapes and total yield within their errors given by comparisons with the off-

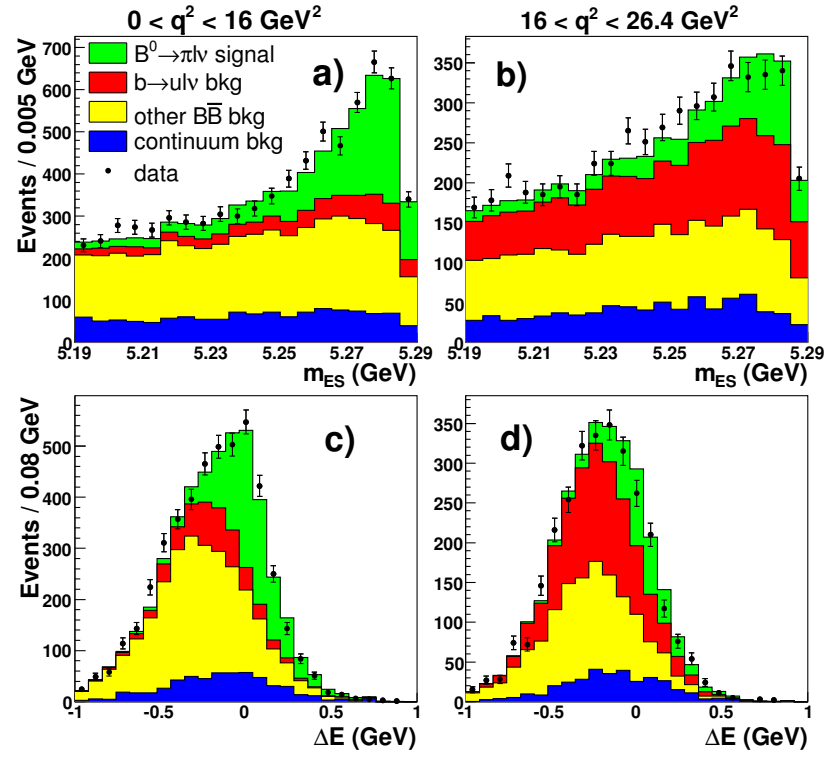


FIG. 5.1 – Yield fit projections for (a,b) m_{ES} with $-0.16 < \Delta E < 0.20 \text{ GeV}$; and (c,d) ΔE with $m_{ES} > 5.272 \text{ GeV}$. The distributions (a,c) are for $q^2 < 16 \text{ GeV}^2$; and (b,d) are for $q^2 > 16 \text{ GeV}^2$.

TAB. 5.1 – Values of $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ and their relative errors (%).

q^2 bins (GeV ²)	4–6	16–18	$q^2 < 16$	$q^2 > 16$	full q^2 range
BF (10^{-4})	0.16	0.13	1.09	0.38	1.46
Fit error	12.8	17.6	5.3	10.3	4.8
Detector effects	3.7	5.0	4.4	4.5	3.7
Continuum bkg	1.2	1.7	2.8	3.5	2.5
$B \rightarrow X_u \ell \nu$ bkg	3.0	3.1	2.3	4.7	2.5
$B \rightarrow X_c \ell \nu$ bkg	1.7	1.8	1.2	1.2	1.0
Other effects	3.4	3.0	2.3	2.3	2.3
Total error	14.2	19.0	8.2	12.9	7.5

resonance data control sample. The high statistics provided by our technique allow us to show that there is good agreement between data and simulation for the critical variables in signal depleted, signal enhanced, $b \rightarrow u\ell\nu$ enhanced and continuum control samples. Consistent results are obtained either by dividing the final dataset into sub-samples or using modified binnings or modified event selections.

The partial BFs are calculated using the observed signal yields, the unfolding algorithm and the signal efficiencies given by the simulation. The total BF is given by the sum of the partial BFs, thereby reducing the sensitivity of the signal efficiency to the uncertainties of the $f_+(q^2)$ form factor. We compute the covariance matrix for each source of uncertainty and use these matrices to calculate the errors on the total BF. The fit and systematic errors are given in Table 5.1 for five ranges of q^2 . The complete set of fit and systematic uncertainties of the partial and total BFs as well as their correlation matrices are given in Ref. ^[151]. [*NDLR : Cette information se retrouve à la Sect. 5.1 de la présente thèse.*] Our value of the total BF, $(1.46 \pm 0.07_{stat} \pm 0.08_{syst}) \times 10^{-4}$, is comparable in precision to the world average prior to our result ^[4] : $(1.35 \pm 0.08_{stat} \pm 0.08_{syst}) \times 10^{-4}$. The systematic error is due in large part to the detector efficiency. The systematic errors arising from the BFs and form factors of the backgrounds have been reduced with respect to previous untagged measurements by the many-parameter fit to the background yields in the 12 bins of q^2 .

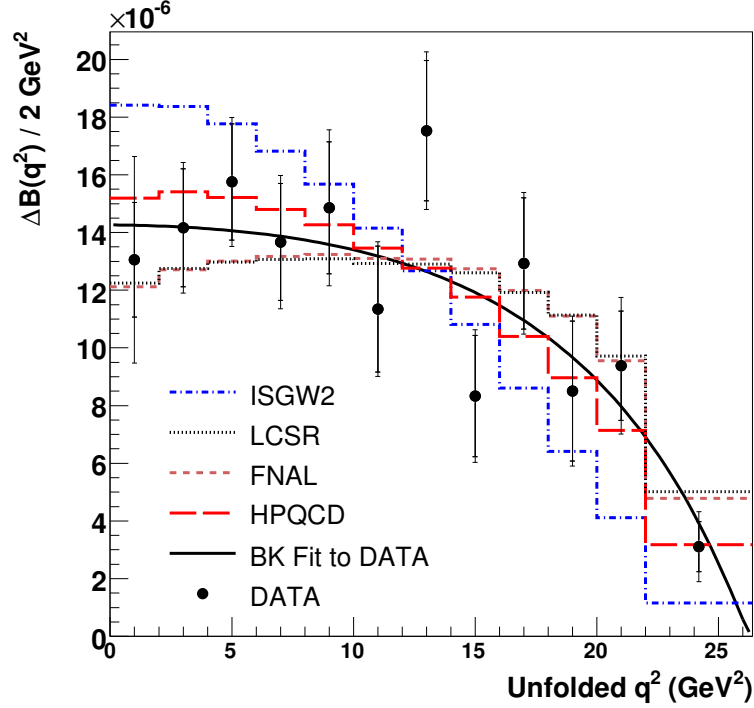


FIG. 5.2 – Partial $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ spectrum in 12 bins of q^2 . The smaller error bars are statistical only while the larger ones also include systematic uncertainties. The solid black curve shows the result of the fit of the BK parametrization to the data. The data are also compared to unquenched LQCD calculations ^[49,50], LCSR calculations ^[48], and the ISGW2 quark model ^[47].

The $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ distribution is displayed in Fig. 5.2 together with theoretical predictions. We modify the measured q^2 distribution to remove FSR effects, in order to allow a direct comparison with the theoretical predictions which do not include such effects (this procedure is referred to as “No FSR” in Ref. ^[151]). We obtain the $f_+(q^2)$ shape from a fit to this distribution. The χ^2 function minimized in the $f_+(q^2)$ fit uses a PDF based on the two-parameter BK parametrization. It is defined in terms of the $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ covariance matrix to take into account the correlations among the measurements in the various q^2 bins. The fit gives $\alpha = 0.52 \pm 0.05_{\text{stat}} \pm 0.03_{\text{syst}}$, compared to our previous untagged measurement $\alpha = 0.61 \pm 0.09$ ^[108] (statistical error only) as well as a value of $|V_{ub}f_+(0)| = (9.6 \pm 0.3_{\text{stat}} \pm 0.2_{\text{syst}}) \times 10^{-4}$ from

TAB. 5.2 – Values of $|V_{ub}|$ derived from form-factor calculations. The first two errors arise from the statistical and systematic uncertainties of the partial BFs, respectively. The third error comes from the uncertainty on $\Delta\zeta$.

	q^2 (GeV ²)	$\Delta\zeta$ (ps ⁻¹)	$ V_{ub} $ (10 ⁻³)
HPQCD ^[49]	> 16	1.46 ± 0.35	$4.1 \pm 0.2 \pm 0.2^{+0.6}_{-0.4}$
FNAL ^[50]	> 16	1.83 ± 0.50	$3.7 \pm 0.2 \pm 0.2^{+0.6}_{-0.4}$
LCSR ^[48]	< 16	5.44 ± 1.43	$3.6 \pm 0.1 \pm 0.1^{+0.6}_{-0.4}$
ISGW2 ^[47]	0–26.4	9.6 ± 4.8	$3.2 \pm 0.1 \pm 0.1^{+1.3}_{-0.6}$

the fit extrapolated to $q^2 = 0$, with $P(\chi^2)=65\%$. This value includes a 67% anti-correlation between the shape and normalization parameters, α and c_B , and can be used to predict ^[55] rates of other decays such as $B \rightarrow \pi\pi$.

The χ^2 probabilities have been calculated relative to the binned data result for various theoretical predictions, considering only experimental errors. We obtain $P(\chi^2)=67\%$ for HPQCD ^[49], 45% for FNAL ^[50] and 41% for LCSR ^[48]. The ISGW2 quark model ^[47], $P(\chi^2)=0.06\%$, is clearly incompatible with our data.

We extract $|V_{ub}|$ from the partial BFs $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ using the relation : $|V_{ub}| = \sqrt{\Delta\mathcal{B}(q^2)/(\tau_{B^0}\Delta\zeta)}$, where $\tau_{B^0} = 1.530 \pm 0.009$ ps ^[4] is the B^0 lifetime and $\Delta\zeta = \Gamma/|V_{ub}|^2$ is the normalized partial decay rate predicted by the form-factor calculations ^[47–50]. Excluding the ISGW2 model, the values of $|V_{ub}|$ given in Table 5.2 range from $(3.6 - 4.1) \times 10^{-3}$.

In summary, we have measured the partial $B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu$ branching fractions in 12 bins of q^2 using a loose neutrino reconstruction technique. We obtained the most precise measurement to date of the $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^-\ell^+\nu)$ and $|V_{ub}f_+(0)|$, as well as a detailed description of the $f_+(q^2)$ shape. This shape can be compared with various theoretical predictions and, in particular, shows that the ISGW2 model can be ruled out. From the most recently published unquenched LQCD calculation ^[49], we obtain $|V_{ub}| = (4.1 \pm 0.2_{stat} \pm 0.2_{syst}^{+0.6}_{-0.4FF}) \times 10^{-3}$.

We are grateful for the excellent luminosity and machine conditions provided by our PEP-II colleagues, and for the substantial dedicated effort from the computing organizations that support *BABAR*. The collaborating institutions wish to thank

SLAC for its support and kind hospitality. This work is supported by DOE and NSF (USA), NSERC (Canada), IHEP (China), CEA and CNRS-IN2P3 (France), BMBF and DFG (Germany), INFN (Italy), FOM (The Netherlands), NFR (Norway), MIST (Russia), MEC (Spain), and PPARC (United Kingdom). Individuals have received support from the Marie Curie EIF (European Union) and the A. P. Sloan Foundation.

5.1 Electronic Physics Auxiliary Publication Service (EPAPS)

This is an EPAPS attachment to B. Aubert *et al.* (*BABAR* Collaboration), published in Phys. Rev. Lett. **98**, 091801 (2007). For more information on EPAPS, see <http://www.aip.org/pubservs/epaps.html>.

TAB. 5.3 – $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ yields, efficiency (%), $\Delta\mathcal{B}$ (10^{-7}) and their relative errors (%). The $\Delta\mathcal{B}$ and efficiency values labelled “No FSR” are modified to remove FSR effects. This procedure has no significant impact on the $\Delta\mathcal{B}$ values.

q^2 bins (GeV ²)	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-26.4	$q^2 < 16$	$q^2 > 16$	Total
Fitted yield	366.6	462.9	499.5	451.8	436.4	391.0	522.7	333.6	458.0	355.4	364.8	428.8	3464.6	1606.9	5071.5
Fit error	12.9	9.7	8.6	9.7	11.2	13.0	11.7	17.4	15.6	21.7	15.9	17.3	5.3	9.9	5.0
Systematic error	20.0	6.3	3.2	4.9	6.3	4.1	4.3	6.1	4.9	7.9	12.3	17.4	3.7	7.3	3.9
Unfolded yield	374.7	452.3	515.3	442.2	459.1	360.7	583.4	302.7	514.3	357.7	406.3	303.0	3490.2	1581.3	5071.5
Fit error	15.2	14.4	12.8	14.8	15.4	19.2	13.9	25.2	17.6	28.5	20.2	27.7	5.4	10.2	5.0
Systematic error	22.9	7.3	3.7	5.6	7.8	5.2	4.8	8.9	5.2	10.0	14.9	27.3	3.7	7.6	3.9
Efficiency	6.56	7.13	7.22	7.11	6.76	6.97	7.21	7.87	8.68	9.20	9.37	9.66	-	-	-
Eff. (No FSR)	6.31	7.02	7.19	7.11	6.79	6.99	7.32	7.99	8.75	9.25	9.53	9.73	-	-	-
$\Delta\mathcal{B}$	125.5	139.5	156.9	136.8	149.4	113.7	177.9	84.5	130.3	85.5	95.3	68.9	1084.3	380.0	1464.3
$\Delta\mathcal{B}$ (No FSR)	130.6	141.6	157.5	136.7	148.6	113.5	175.3	83.3	129.3	85.1	93.8	68.4	1087.1	376.6	1463.7
Fit error	15.2	14.4	12.8	14.8	15.4	19.2	13.9	25.2	17.6	28.5	20.2	27.7	5.3	10.3	4.8
Systematic error	23.7	7.0	6.2	8.1	9.6	7.3	7.1	11.0	7.0	11.0	14.9	27.0	6.3	7.8	5.7

TAB. 5.4 – Relative errors (%) of the partial and total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ from all sources. FSR effects are included.

q^2 bins (GeV ²)	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-26.4	$q^2 < 16$	$q^2 > 16$	Total
Tracking efficiency	1.6	1.7	1.3	3.1	3.8	1.3	1.8	7.1	2.3	1.7	2.2	9.2	1.9	1.8	1.1
γ efficiency	4.7	1.3	2.6	5.0	3.6	3.2	3.5	3.1	3.0	3.5	3.8	7.0	2.9	1.7	1.9
K_L^0 & neutrons	0.7	0.6	0.7	1.0	1.2	1.2	1.2	1.3	2.0	1.5	1.1	2.2	0.5	1.0	0.6
Particle ID	7.0	2.5	2.1	1.9	0.7	2.7	2.6	2.5	2.6	3.4	2.9	7.0	2.6	3.6	2.9
Continuum yield	7.0	0.5	0.6	0.2	0.9	1.0	0.6	0.8	0.6	1.9	1.1	4.0	1.0	1.6	1.0
Continuum q^2	20.1	1.5	1.0	1.0	1.7	1.8	1.5	2.0	1.5	3.3	4.0	8.7	2.4	1.9	1.8
Continuum m_{ES}	1.1	0.3	0.1	0.1	0.1	0.1	0.3	0.6	0.3	0.6	0.7	1.0	0.2	0.5	0.2
Continuum ΔE	3.0	1.6	0.5	1.0	1.5	0.2	0.1	1.2	0.6	1.8	3.8	5.2	1.0	2.5	1.4
$B \rightarrow X_u \ell \nu$ BFs	1.2	1.4	0.7	0.7	1.0	1.4	1.1	1.8	1.7	3.6	10.4	12.1	0.9	3.4	1.2
SF param	0.4	0.5	0.3	0.5	0.1	0.1	0.1	0.4	0.4	4.1	5.7	14.9	0.2	2.1	0.7
$B \rightarrow \rho \ell \nu$ FFs	1.3	0.7	1.8	1.1	0.8	1.1	1.2	3.2	0.5	3.3	1.3	4.3	0.9	0.8	0.6
$B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ FF	0.4	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.8	0.7	0.7	1.1	3.5	0.5	1.3	0.7
FSR	0.7	1.5	2.2	1.9	2.6	2.7	2.2	0.6	2.5	2.0	1.3	1.1	1.9	1.8	1.9
$B \rightarrow X_c \ell \nu$ BFs	1.8	2.1	1.1	2.2	4.6	1.2	2.4	2.2	1.3	2.5	1.7	2.2	0.9	1.0	0.8
$B \rightarrow D^* \ell \nu$ FFs	0.7	1.1	0.1	1.6	3.1	0.8	1.4	1.0	0.9	1.2	0.6	2.7	0.7	0.4	0.6
$B \rightarrow D \ell \nu$ FF	1.7	1.2	0.7	0.3	2.2	0.4	0.1	0.7	0.6	0.9	0.4	0.7	0.1	0.4	0.2
$\Upsilon(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0$ BF	2.1	2.5	1.5	1.5	1.3	1.7	1.6	1.2	1.6	1.0	2.4	1.9	1.7	1.7	1.7
$D \rightarrow X \ell \nu$ BFs	2.3	2.8	1.1	1.3	1.6	1.1	1.1	0.9	0.6	0.9	1.0	0.8	0.4	0.5	0.3
$D \rightarrow K_L^0$ BFs	0.6	1.7	2.3	1.5	2.0	2.3	1.0	4.2	1.8	3.9	1.0	1.7	1.1	1.0	1.1
B counting	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1
Signal MC stat error	1.5	1.7	1.6	1.9	1.6	1.9	1.4	1.8	1.4	1.6	1.3	1.5	0.5	0.6	0.4
Total systematic error	23.7	7.0	6.2	8.1	9.6	7.3	7.1	11.0	7.0	11.0	14.9	27.0	6.3	7.8	5.7
Fit error	15.2	14.4	12.8	14.8	15.4	19.2	13.9	25.2	17.6	28.5	20.2	27.7	5.3	10.3	4.8
Total error	28.2	16.1	14.2	16.9	18.2	20.5	15.6	27.5	19.0	30.6	25.1	38.7	8.2	12.9	7.5

TAB. 5.5 – Correlation matrix of the partial $\Delta\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu, q^2)$ statistical errors. The correlations have the same values for the “No FSR” case as for the one with FSR, within the quoted precision.

q^2 bins (GeV ²)	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-26.4
0-2	1.00	-0.26	0.11	0.01	0.06	0.01	0.03	-0.01	-0.00	-0.00	-0.00	-0.01
2-4	-0.26	1.00	-0.33	0.14	0.03	-0.00	0.01	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
4-6	0.11	-0.33	1.00	-0.30	0.21	0.05	0.13	-0.02	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
6-8	0.01	0.14	-0.30	1.00	-0.22	0.15	0.09	-0.01	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
8-10	0.06	0.03	0.21	-0.22	1.00	-0.22	0.20	-0.03	0.00	-0.00	-0.00	-0.00
10-12	0.01	-0.00	0.05	0.15	-0.22	1.00	-0.02	0.02	-0.00	0.00	-0.00	-0.00
12-14	0.03	0.01	0.13	0.09	0.20	-0.02	1.00	-0.25	-0.00	-0.03	0.00	-0.00
14-16	-0.01	-0.00	-0.02	-0.01	-0.03	0.02	-0.25	1.00	0.06	0.21	-0.06	-0.04
16-18	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	0.00	-0.00	-0.00	0.06	1.00	0.13	-0.08	-0.06
18-20	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	0.00	-0.03	0.21	0.13	1.00	-0.21	-0.13
20-22	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	0.00	-0.06	-0.08	-0.21	1.00	-0.05
22-26.4	-0.01	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.04	-0.06	-0.13	-0.05	1.00

TAB. 5.6 – Correlation matrix of the partial $\Delta\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu, q^2)$ systematic errors. The correlations have the same values for the “No FSR” case as for the one with FSR, within the quoted precision.

q^2 bins (GeV ²)	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-26.4
0-2	1.00	0.19	0.32	0.11	-0.06	0.46	0.44	0.13	0.31	0.23	0.13	0.00
2-4	0.19	1.00	0.21	-0.09	-0.28	0.31	0.11	-0.05	0.23	0.14	0.18	0.35
4-6	0.32	0.21	1.00	0.66	0.46	0.74	0.58	0.52	0.56	0.30	0.04	0.04
6-8	0.11	-0.09	0.66	1.00	0.75	0.58	0.67	0.60	0.54	0.27	-0.05	-0.09
8-10	-0.06	-0.28	0.46	0.75	1.00	0.32	0.59	0.48	0.35	0.13	0.04	-0.11
10-12	0.46	0.31	0.74	0.58	0.32	1.00	0.67	0.37	0.55	0.36	0.08	0.05
12-14	0.44	0.11	0.58	0.67	0.59	0.67	1.00	0.32	0.62	0.36	0.08	-0.14
14-16	0.13	-0.05	0.52	0.60	0.48	0.37	0.32	1.00	0.40	0.28	0.05	-0.11
16-18	0.31	0.23	0.56	0.54	0.35	0.55	0.62	0.40	1.00	0.54	0.05	-0.08
18-20	0.23	0.14	0.30	0.27	0.13	0.36	0.36	0.28	0.54	1.00	-0.10	0.23
20-22	0.13	0.18	0.04	-0.05	0.04	0.08	0.08	0.05	0.05	-0.10	1.00	0.08
22-26.4	0.00	0.35	0.04	-0.09	-0.11	0.05	-0.14	-0.11	-0.08	0.23	0.08	1.00

SOMMAIRE, CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Sommaire

Cette thèse présente une mesure du rapport d'embranchement et du facteur de forme de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, et une détermination exclusive de $|V_{ub}|$ avec une technique de reconstruction relâchée du neutrino. La mesure de $|V_{ub}|$ est importante puisque sa valeur est un paramètre libre du Modèle Standard. De plus, cette mesure présente un vif intérêt en raison de l'actuelle différence de plus de deux écarts types entre la valeur de la mesure directe inclusive de $|V_{ub}|$ et sa valeur prédite par le lissage du Triangle d'Unitarité, dans le cadre du Modèle Standard. Une mesure exclusive précise de $|V_{ub}|$ est nécessaire pour vérifier la mesure inclusive d'une manière indépendante.

Au Chap. 1, nous avons exposé les éléments théoriques utiles à la compréhension et à l'appréciation de la mesure présentée dans cette thèse. Nous y avons introduit les principaux concepts du Modèle Standard : les particules élémentaires et leurs interactions, la matrice CKM, l'anti-matière et la violation CP. Dans ce contexte, nous avons démontré l'importance de l'étude expérimentale de la matrice CKM avec le Triangle d'Unitarité, et tout particulièrement de son élément V_{ub} . Nous avons souligné que des incohérences de plus de deux écarts types sont présentement observées entre les mesures de $\sin 2\beta_{\text{ping}}$ et $\sin 2\beta_{\text{cc}}$, et entre les valeurs de $|V_{ub}|$ mesurées directement et données par un lissage global du Triangle d'Unitarité. Ces incohérences pourraient être les signes d'une nouvelle physique. Toutefois, la mesure directe inclusive de $|V_{ub}|$ peut être vérifiée par une mesure exclusive indépendante de $|V_{ub}|$ avec la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$. Cette vérification est importante car les mesures directes de $|V_{ub}|$ dépendent de calculs de CDQ non-perturbative comprenant certaines sources d'incertitudes difficiles à évaluer.

La suite du Chap. 1 est consacrée à la description formelle de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, en établissant des liens entre les concepts théoriques et les observables mesurées. Nous y avons notamment démontré que le rapport d'em-

branchement $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ et la forme du facteur de forme $f_+(q^2)$ peuvent être mesurés indépendamment de toute hypothèse théorique, mais que le calcul théorique de $f_+(q^2)$ est nécessaire à la détermination exclusive de $|V_{ub}|$. Nous avons mentionné qu'il existe plusieurs manières d'extraire la valeur exclusive de $|V_{ub}|$. Celle que nous avons utilisé dans cette thèse est relativement simple. Elle consiste à utiliser le rapport d'embranchement partiel $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ mesuré dans une région restreinte du spectre de q^2 correspondant au domaine de validité du calcul de $f_+(q^2)$ utilisé pour extraire $|V_{ub}|$. Nous avons toutefois souligné que de nouvelles méthodes plus sophistiquées ont été récemment proposées afin d'extraire $|V_{ub}|$ en utilisant l'information expérimentale disponible pour le spectre complet de q^2 . Enfin, nous avons conclu le Chap. 1 en présentant les différentes méthodes présentement utilisées pour calculer $f_+(q^2)$. Parmi ces méthodes, la CDQ sur réseau est celle qui présente le meilleur potentiel d'amélioration future.

Au Chap. 2, nous avons présenté le dispositif expérimental et les algorithmes de reconstruction utilisés pour réaliser la mesure présentée dans cette thèse. Les principes physiques de base utilisés par chaque appareil pour accélérer (Linac), collisionner (PEP-II) ou détecter (*BABAR*) les particules ont été présentés dans ce chapitre. Nous y avons aussi énuméré les principales contraintes justifiant la conception de chaque appareil, en soulignant les besoins spécifiques de l'analyse des désintégrations $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ avec reconstruction du neutrino. Puis, nous avons donné une description mécanique de chaque appareil, avant de citer ses performances opérationnelles les plus importantes. Enfin, nous avons décrit les algorithmes de reconstruction des traces chargées et d'identification des types de particules, ainsi que l'algorithme du système de déclenchement, qui combinent les informations de plusieurs sous-détecteurs.

Au Chap. 3, nous avons présenté une note technique^[19] interne de la Collaboration *BABAR* décrivant en détail le protocole expérimental et les résultats de notre mesure du rapport d'embranchement et du facteur de forme de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ avec une technique de reconstruction relâchée du neutrino. Ce chapitre est le plus important de cet ouvrage car il présente l'essentiel du travail

de recherche original réalisé par l’auteur de cette thèse. Le protocole expérimental développé pour cette analyse contient plusieurs innovations en comparaison des précédentes analyses de désintégrations exclusives $B \rightarrow X_u \ell \nu$. La principale innovation est la reconstruction relâchée du neutrino. Cette technique consiste premièrement à reconstruire $q^2 = (P_B - P_\pi)^2$, au lieu du “traditionnel” $q^2 = (P_\ell + P_\nu)^2$. De cette manière, la résolution de P_ν en soi devient inutile, ce qui nous a permis d’éliminer entièrement les sélections expérimentales de “qualité du neutrino” qui étaient inefficaces pour isoler le signal du bruit de fond. En conséquence, l’efficacité de sélection du signal a été augmentée de 473%, tout en maintenant la pureté du signal et la résolution de q^2 à un niveau acceptable! Étant donné la signifiante statistique du signal¹, la quantité augmentée de bruit de fond n’était pas un problème. Il s’agissait même d’un avantage car cela nous a permis d’utiliser sept paramètres pour mesurer le rendement du bruit de fond avec un algorithme de lissage (contre un seul précédemment), ce qui a beaucoup diminué l’incertitude systématique causée par la modélisation du bruit de fond. Qui plus est, l’impact des incertitudes systématiques de la simulation du détecteur, qui affectent l’efficacité du signal via la reconstruction du neutrino, est moins important pour une reconstruction relâchée que pour une reconstruction “serrée” du neutrino. L’abondance du bruit de fond du continuum, assez mal simulé, a causé quelques problèmes qui nous ont forcé à développer une nouvelle stratégie basée sur un échantillon de contrôle de données hors-résonance. Après quelques efforts, cette stratégie s’est, elle aussi, avérée fructueuse.

Pour concevoir l’analyse, nous avons utilisé une procédure “à l’aveugle” basée sur la simulation Monte Carlo et sur des échantillons de contrôle sans contribution visible du signal. Cette analyse aveugle a été revue et approuvée par le groupe de travail semileptonique de *BABAR*. Après avoir reçu l’aval du groupe de travail, nous

¹Dans la région complète du lissage ΔE - m_{ES} , la précédente analyse de reconstruction serrée de *BABAR*^[108] obtint environ 5 (49) événements signaux (bruits de fond) par fb^{-1} , comparative-ment à 25/ fb^{-1} (254/ fb^{-1}) dans cette analyse. Dans la région ΔE - m_{ES} du signal, ces nombres deviennent 3/ fb^{-1} (3/ fb^{-1}) et 6.5/ fb^{-1} (12/ fb^{-1}) dans la reconstruction serrée et dans cette analyse, respectivement.

avons dévoilé l'échantillon de signal, et mesuré $5072 \pm 251_{stat} \pm 198_{syst}$ désintégrations $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, en excellent accord avec les prédictions de l'analyse aveugle. Afin d'interpréter ce signal d'abondance et de précision inégalées, nous avons utilisé un algorithme de déconvolution permettant de corriger statistiquement les erreurs de reconstruction de q^2 pour mesurer les rapports d'embranchement partiels $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ en fonction de la *vraie* valeur de q^2 . En évaluant les incertitudes des rapports d'embranchement partiels, nous avons aussi développé une méthode permettant d'évaluer les corrélations de chacune de ces incertitudes (statistique et systématique) entre les différents intervalles de q^2 . Ceci nous a permis d'obtenir la matrice de covariance complète des 12 rapports d'embranchements partiels. Nous avons utilisé cette matrice de covariance pour estimer l'incertitude du rapport d'embranchement total $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$, mais aussi pour effectuer un lissage de la forme du facteur de forme et de la constante $|V_{ub}f_+(0)|$ en tenant compte de toutes les incertitudes statistiques et systématiques, et de leurs corrélations. Une telle estimation de l'incertitude systématique de la forme du spectre de q^2 n'avait jamais été réalisée dans l'analyse d'une désintégration exclusive $B \rightarrow X_u \ell \nu$. Une fois tous ces résultats obtenus, nous avons fait de nombreux tests pour nous assurer de la fiabilité de nos résultats. Tel qu'indiqué à la fin du Chap. 3, les résultats de ces tests furent tous positifs.

Au Chap. 4, nous avons présenté un article publié^[20] dans *European Physics Journal C*. Cet article décrit un logiciel de repondération des facteurs de forme des désintégrations semileptoniques et un générateur d'événements semileptoniques (*FLATQ2*) qui ont tous deux joué un rôle important dans la mesure présentée dans cette thèse, de même que dans d'autres analyses de la Collaboration *BABAR*. Le principe de la repondération des facteurs de forme est présenté dans ce chapitre. Celui-ci se base sur le ratio des taux de désintégration différentiels des désintégrations semileptoniques. Le grand avantage de la repondération est de permettre la modification des hypothèses de facteur de forme d'événements simulés sans pour autant avoir à les régénérer ni à les resimuler, ce qui sauve énormément de temps de calcul. Le logiciel de repondération des facteurs de forme est capable de repondérer

des désintégrations semileptoniques de mésons pseudo-scalaire à pseudo-scalaire et pseudo-scalaire à vecteur, pour trois différents générateurs, et plusieurs différents calculs de facteur(s) de forme. En outre, la conception orientée-objet du logiciel simplifie grandement l'implantation de nouveaux calculs de facteur(s) de forme dans son code C⁺⁺. Finalement, le Chap. 4 se termine par la présentation de plusieurs graphiques qui prouvent le bon fonctionnement du logiciel.

Au Chap. 5, nous avons présenté un article publié^[21] dans *Physical Review Letters* qui résume en quelques pages le contenu du Chap. 3. Cet article inclut les matrices de covariance et un tableau détaillé des incertitudes en *EPAPS*. Il représente le couronnement de cette thèse. Avec sa version préliminaire^[105] présentée à ICHEP'06, l'article a été bien reçu par la communauté semileptonique. Les deux articles ont déjà été cités douze fois dans des articles théoriques et expérimentaux. Nos résultats ont aussi été montrés dans plusieurs conférences, et ont été au coeur des discussions sur la détermination exclusive de $|V_{ub}|$ à l'important *CKM Workshop* de Nagoya, en décembre 2006. Dans un article publié^[43] dans *Physics Letters B*, Patricia Ball, une théoricienne de premier plan, a qualifié nos résultats "d'amélioration dramatique dans le domaine". Qui plus est, Ball fait bon usage de nos données dans cet article, en utilisant les matrices de covariance pour faire plusieurs lissages différents de $f_+(q^2)$ et redéterminer $|V_{ub}|$ à partir de nos données brutes, ce qui était exactement le but visé en publiant ces informations. Dans des communications privées, des expérimentateurs de Belle et CLEOc ont aussi manifesté de l'intérêt pour la technique de reconstruction relâchée du neutrino, qui pourrait effectivement être appliquée à ces expériences. Les premières réactions générées par la mesure présentée dans cette thèse sont donc très positives, et il semble que les nombreux efforts qui y ont été déployés auront valu la chandelle.

Enfin, nous avons présenté en Annexe I des extraits d'une note technique interne^[22] à la Collaboration *BABAR* décrivant le protocole expérimental et les résultats d'une mesure de l'efficacité de détection des mésons K_L^0 réels et simulés avec le EMC du détecteur *BABAR*. Cette mesure est utilisée par l'analyse principale de cette thèse pour évaluer l'incertitude systématique provenant des interactions des

K_L^0 dans le EMC. Elle fut aussi utilisée par d'autres analyses de la Collaboration *BABAR*. Toutefois, l'étude des K_L^0 est intéressante en elle-même. En effet, les mésons K_L^0 ont encore été relativement peu étudiés à *BABAR*, et notre étude était la première à y présenter des résultats relativement précis sur une large gamme d'impulsion des K_L^0 . Nos résultats ont montré que, dans l'ensemble, l'efficacité de détection des K_L^0 dans le EMC est relativement bien simulée. Par contre, le développement des gerbes hadroniques créées par les K_L^0 et la réponse du EMC à ces gerbes sont beaucoup moins bien simulés. En conséquence, les corrections à apporter aux mesures de l'énergie des K_L^0 simulés sont relativement grandes. Pour arriver à ces conclusions, nous avons utilisé des outils statistiques sophistiqués tels que le lissage d'une fonction de vraisemblance sans intervalle, un algorithme de déconvolution de l'impulsion des K_L^0 , et surtout, les *sPlots*^[152].

Conclusions

Les principaux résultats de cette thèse sont résumés dans le Tableau 5.7. Nous avons mesuré $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ avec une précision de $\pm 7.5\%$ et $|V_{ub}|$ avec une précision de $\pm 16\%$. Les résultats obtenus par les autres mesures récentes de $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ et de $|V_{ub}|$ sont montrés dans le Tableau 5.8. Nos résultats sont en bon accord avec ceux de ces mesures indépendantes. Grâce à la nouvelle technique de reconstruction relâchée du neutrino, nos résultats ont toutefois une précision supérieure. De plus, notre mesure est la seule à mesurer la forme du facteur de forme en estimant ses incertitudes statistique et systématique, et la seule à mesurer la constante $|V_{ub}f_+(0)|$. Les résultats de la mesure de *BABAR* avec reconstruction "ser-rée" du neutrino sont montrés dans le Tableau 5.8 pour fin de comparaison, mais sont supplantés par ceux de la présente thèse et ne sont pas considérés pour la moyenne mondiale. Malgré son échantillon de données beaucoup plus petit, la précision de la mesure de CLEO est compétitive avec celle des mesures utilisant les étiquettes semileptoniques et hadroniques. Cela est une conséquence de l'acceptance supérieure du détecteur CLEO qui permet une reconstruction du neutrino

relativement précise. Avec la croissance attendue des échantillons de données de *BABAR* et Belle, les incertitudes des mesures utilisant les étiquettes devraient cependant diminuer significativement au cours des prochaines années. Les rapports d'embranchement partiels avec $q^2 > 16 \text{ GeV}^2$ permettent présentement d'obtenir les mesures exclusives de $|V_{ub}|$ les plus précises, grâce aux calculs de CDQ sur réseau incluant les quarks de la mer. Toutefois, il est hautement probable que le spectre entier de q^2 devienne utilisable pour la détermination de $|V_{ub}|$ dans un avenir rapproché (voir Sec. 1.4.2.3). Dans ce cas, la précision expérimentale de la détermination exclusive de $|V_{ub}|$ est supérieure à celle de sa détermination inclusive. Pour le moment, la détermination exclusive de $|V_{ub}|$ demeure cependant limitée par les incertitudes théoriques relativement grandes des calculs du facteur de forme $f_+(q^2)$ avec la CDQ. Le spectre des rapports d'embranchement partiels de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ en fonction de q^2 que nous avons mesuré est montré sur la Fig. 5.3. Cette mesure est utile pour contraindre les calculs de facteur de forme et, éventuellement, réduire l'incertitude de $|V_{ub}|$. Pour le moment, nos données permettent de rejeter le modèle de quarks ISGW2^[47], ce qui n'est pas une énorme surprise compte-tenu de la sophistication inférieure de ce calcul (voir Sec. 1.5.2). Les calculs de CDQ sur réseau et de RSCL les plus récents sont en bon accord avec nos données.

TAB. 5.7 – Résumé des principaux résultats de cette thèse. Les différentes valeurs de $|V_{ub}|$ sont dépendantes des calculs théoriques de $f_+(q^2)$ utilisés, et présentent une variation importante, d'un calcul à l'autre. La basse valeur de $|V_{ub}|$ donnée par le modèle de quarks ISGW2 ne doit cependant pas être considérée puisque ce calcul est rejeté expérimentalement par nos données. Les autres résultats ont une incertitude théorique négligeable.

$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu) = (1.46 \pm 0.07_{stat} \pm 0.08_{syst}) \times 10^{-4}$		
$\alpha_{BK} = 0.52 \pm 0.05_{stat} \pm 0.03_{syst}$		
$ V_{ub} f_+(0) = (9.6 \pm 0.3_{stat} \pm 0.2_{syst}) \times 10^{-4}$		
Calcul théorique	Valeur de $ V_{ub} $	Prob(χ^2)
HPQCD ^[49]	$(4.1 \pm 0.2_{stat} \pm 0.2_{syst}^{+0.6}_{-0.4FF}) \times 10^{-3}$	67%
FNAL ^[50]	$(3.7 \pm 0.2_{stat} \pm 0.2_{syst}^{+0.6}_{-0.4FF}) \times 10^{-3}$	45%
Ball-Zwicky ^[48]	$(3.6 \pm 0.1_{stat} \pm 0.1_{syst}^{+0.6}_{-0.4FF}) \times 10^{-3}$	41%
ISGW2 ^[47]	$(3.2 \pm 0.1_{stat} \pm 0.1_{syst}^{+1.3}_{-0.6FF}) \times 10^{-3}$	0.06%

TAB. 5.8 – Comparaison des mesures récentes de $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ et de $|V_{ub}|$. Les résultats des différentes mesures sont cohérents entre eux. La mesure présentée dans cette thèse est la plus précise. Les valeurs de $|V_{ub}|$ indiquées correspondent aux moyennes mondiales^[39]. Les valeurs exclusives sont obtenues avec le calcul de CDQ sur réseau de HPQCD^[49]. La valeur inclusive est obtenue avec le calcul de Lange *et al.*^[42]. Lorsque le spectre complet de q^2 est utilisé, la mesure exclusive de $|V_{ub}|$ a une meilleure précision expérimentale que la mesure inclusive. Son incertitude théorique est toutefois nettement supérieure.

	$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu) (10^{-4})$		forme $f_+(q^2)$	# $B\bar{B}$ millions
	spectre complet	$q^2 > 16 \text{ GeV}^2$	α_{BK}	
Cette thèse (ν reco relâchée)	$1.46 \pm 0.07 \pm 0.08$	$0.38 \pm 0.04 \pm 0.03$	$0.52 \pm 0.05 \pm 0.03$	227
<i>BABAR</i> ^[108] (ν reco serrée)	$1.38 \pm 0.10 \pm 0.18$	$0.49 \pm 0.05 \pm 0.06$	$0.61 \pm 0.09_{stat}$	83
CLEO ^[107] (ν reco serrée)	$1.33 \pm 0.18 \pm 0.13$	$0.25 \pm 0.09 \pm 0.05$	–	9.7
<i>BABAR</i> ^[109] (étiq. SL+had)	$1.33 \pm 0.17 \pm 0.11$	$0.46 \pm 0.10 \pm 0.06$	–	232
Belle ^[110] (étiq. SL)	$1.38 \pm 0.19 \pm 0.14$	$0.36 \pm 0.10 \pm 0.04$	–	275
$ V_{ub} $ exclusif ($q^2 > 16 \text{ GeV}^2$)	$(3.97 \pm 0.25_{exp} \pm 0.59_{theo}) \times 10^{-3}$			
$ V_{ub} $ exclusif (spectre complet)	$(3.89 \pm 0.12_{exp} \pm 0.84_{theo}) \times 10^{-3}$			
$ V_{ub} $ inclusif	$(4.52 \pm 0.19_{exp} \pm 0.27_{theo}) \times 10^{-3}$			

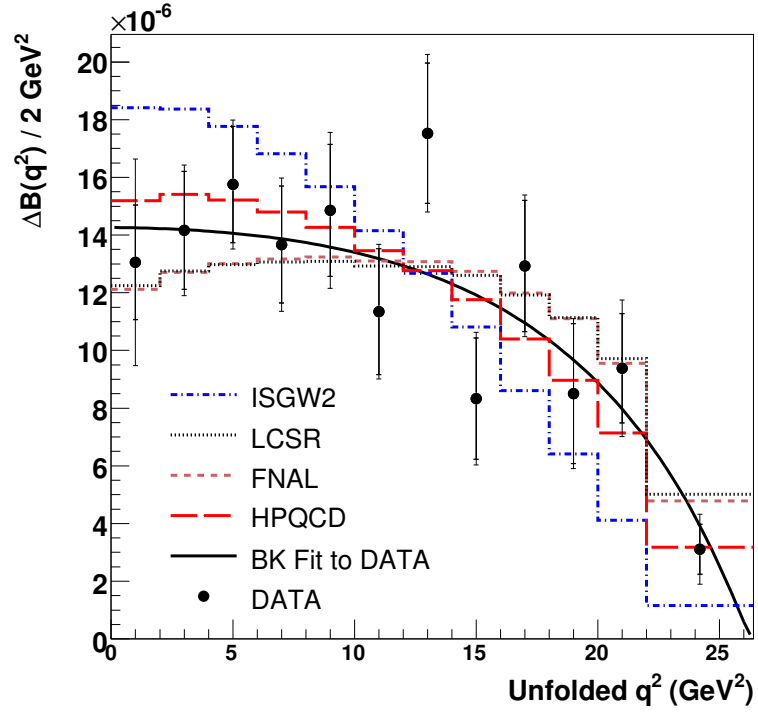


FIG. 5.3 – Spectre des rapports d'embranchement partiels $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ dans les 12 intervalles de q^2 . Les plus petites barres d'incertitude sont seulement statistiques alors que les plus grandes barres incluent aussi les incertitudes systématiques. La courbe pleine noire montre le résultat d'un lissage des données avec la paramétrisation du facteur de forme de Becirevic-Kaidalov^[52]. Les données sont aussi comparées aux calculs de CDQ sur réseau HPQCD^[49] et FNAL^[50], des Règles de Somme sur le Cône de Lumière^[48] (RSCL) et du modèle de quarks ISGW2^[47].

Perspectives : l'héritage des mesures de $\Delta\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu, q^2)$

Nous avons mesuré le rapport d'embranchement $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu)$ et la forme du spectre des rapports d'embranchement partiels $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ de la désintégration $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$, indépendamment de toute hypothèse théorique sur le facteur de forme $f_+(q^2)$. De plus, nous avons publié la matrice de covariance complète des rapports d'embranchement partiels $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ mesurés dans les 12 intervalles de q^2 . Ces propriétés de notre mesure rendent possible sa réinterprétation à volonté dans le futur², en termes de $|V_{ub}|$ ou du facteur de forme $f_+(q^2)$.

Or, nous avons d'excellentes raisons de croire que, tôt ou tard, les importantes incertitudes théoriques actuelles des calculs de $f_+(q^2)$ seront significativement réduites. Lorsque cela arrivera, notre mesure du spectre $\Delta\mathcal{B}(q^2)$ pourra être réinterprétée sans complication, et permettra ainsi une amélioration automatique de $|V_{ub}|$. En raison de sa précision expérimentale supérieure, la mesure exclusive deviendrait alors probablement la manière privilégiée de déterminer $|V_{ub}|$.

Les incertitudes expérimentales de la reconstruction relâchée du neutrino devraient aussi diminuer dans le futur, avec l'agrandissement des échantillons de données de *BABAR* et Belle³. En effet, le plus grand nombre d'événements $\Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$ réduira l'incertitude statistique, et permettra en plus de réduire l'incertitude systématique en utilisant un plus grand nombre de paramètres de lissage pour mesurer les bruits de fond. Le plus grand nombre d'événements hors-résonance permettra aussi de réduire l'incertitude systématique de la modélisation du continuum. Enfin, l'amélioration de la simulation permettra de réduire l'incertitude systématique de l'efficacité du détecteur.

Par ailleurs, il est intéressant de noter que les mesures de $\Delta\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu, q^2)$ seront probablement très difficiles à accomplir dans l'environnement hadronique du LHC, à cause de la présence du neutrino et de la surabondance du bruit de fond. La

²Ceci a d'ailleurs déjà été fait une première fois par P. Ball dans un article publié^[43] dans *Physics Letters B*, comme nous l'avons souligné précédemment.

³Les mesures présentement publiées sont basées sur environ 200 fb⁻¹ pour *BABAR* et 250 fb⁻¹ pour Belle. L'échantillon final combiné de *BABAR* et Belle devrait être d'environ 2 ab⁻¹.

méconnaissance de la composante longitudinale de l'impulsion manquante y rendra la reconstruction du neutrino imprécise alors que la haute multiplicité des produits des collisions proton-proton y rendra la méthode des étiquettes inutilisable.

En supposant que la CDQ sur réseau atteindra éventuellement une grande précision, la précision ultime de la mesure directe de $|V_{ub}|$ serait donc déterminée par la précision expérimentale maximale que pourront obtenir les usines à mésons B avec leur échantillon complet de données. Pour ce faire, la technique de reconstruction relâchée du neutrino devrait continuer à jouer un rôle important. Les mesures étiquetées devraient aussi gagner en précision, surtout si le projet de *super usine à mésons B* ^[153] est mené à termes.

D'ici quelques années, il semble donc très probable que l'on pourra savoir sans ambiguïté si les mesures directes inclusive et exclusive de $|V_{ub}|$ sont cohérentes entre elles et avec la valeur indirecte du lissage global du Triangle d'Unitarité. Cela répondra alors aux questions : est-ce que la différence actuelle entre les valeurs de $|V_{ub}|$ est une simple fluctuation statistique ? Cache-t-elle plutôt une incompréhension de la CDQ non-perturbative ? Ou est-ce vraiment le signe qu'une physique encore inconnue influence l'oscillation des mésons $B^0 - \overline{B}^0$?

BIBLIOGRAPHIE

- [1] http://en.wikipedia.org/wiki/Nuclear_pharmacy
- [2] http://en.wikipedia.org/wiki/Radiometric_dating
- [3] T. S. Kuhn, “The structure of scientific revolutions”, The University of Chicago Press, Chicago, É-U (1970).
- [4] W.-M. Yao *et al.* (Particle Data Group), J. Phys. **G33**, 1 (2006).
- [5] <http://particleadventure.org/other/history/index.html>
- [6] M. Kobayashi et T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49**, 652 (1973).
- [7] K. Kodama *et al.* (DONUT Collaboration), Phys. Lett. **B504**, 218 (2001).
- [8] B. Greene, “The Elegant Universe”, Vintage Books Edition, É-U (2000).
- [9] M. B. Gavela *et al.*, Mod. Phys. Lett. **A9**, 795 (1994);
Nucl. Phys. **B340**, 382 (1994);
P. Huet et E. Sather, Phys. Rev. **D51**, 379 (1995).
- [10] Y. Fukuda *et al.* (Super-Kamiokande Collaboration), Phys. Rev. Lett. **81**, 1562 (1998).
- [11] R. D. Peccei, “CP-Violation”, ed. C. Jarlskog (World Scientific, 1989).
- [12] I. Y. Biggi, Surveys High Energ. Phys. **12**, 269 (1998).
- [13] <http://www.fnal.gov/>
- [14] <http://lhc.web.cern.ch/lhc/>
- [15] <http://www.slac.stanford.edu/BFROOT/>
- [16] <http://belle.kek.jp/>
- [17] K. Abe *et al.* (Belle Collaboration), Phys. Rev. Lett. **87**, 091802 (2001).
B. Aubert *et al.* (BABAR Collaboration), Phys. Rev. Lett. **89**, 201802 (2002).
- [18] <http://www.lns.cornell.edu/public/CLEO/>
- [19] D. Côté, S. Brunet, M. Simard, P. Taras et B. Viaud, BAD #1313 V11 (2007, non publié). Chap. 3 de cette thèse.

- [20] D. Côté *et al.*, Eur. Phys. J. C **38**, 105 (2004). Chap. 4 de cette thèse.
- [21] B. Aubert *et al.* (BABAR Collaboration), Phys. Rev. Lett. **98**, 091801 (2007). Chap. 5 de cette thèse.
- [22] M. Bona, D. Côté, G. Cavoto, E. Di Marco, M. Pelliccioni et M. Pierini, BAD #1191 V3 (2006, non-publié). Les extraits pertinents de ce document sont en annexe I de cette thèse.

Chapitre 1

- [23] M. E. Peskin et D. V. Schroeder, “An Introduction to Quantum Field Theory”, Westview Press, É-U (1995).
- [24] B. R. Martin et G. Shaw, “Particle Physics”, John Wiley & Sons, É-U (1992).
- [25] S. Gasiorowicz, “Quantum Physics”, John Wiley & Sons, É-U (1996).
- [26] C. S. Wu *et al.*, Phys. Rev. **105**, 1413 (1957).
- [27] D. J. Gross, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **74**, 426 (1999).
- [28] Z. Maki, M. Nakagawa et S. Sakata, Prog. Theor. Phys. **28**, 870 (1962).
- [29] J. D. Richman et P. R. Burchat, Rev. Mod. Phys. **67**, 893 (1995).
- [30] D. London, “Masses and Mixing in the Neutrino Sector”, séminaire donné à l’Université de Montréal (2002, non publié).
- [31] “The BABAR physics book”, édité par P. F. Harrison et H. R. Quinn (1998).
- [32] L. Wolfenstein, Phys. Rev. Lett. **51**, 1945 (1983).
- [33] http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1936/anderson-bio.html
- [34] J.H. Christenson *et al.*, Phys. Rev. Lett. **13**, 138 (1964).
- [35] S. Fratina *et al.* (Belle Collaboration), hep-ex/0702031 (2007, soumis à Phys. Rev. Lett.).

- [36] B. Aubert *et al.* (*BABAR* Collaboration), hep-ex/0703016 (2007, soumis à Phys. Rev. Lett.).
H. Ishino *et al.* (Belle Collaboration), hep-ex/0608035 (2006).
- [37] A. Sakharov, JETP Letters 5, 24 (1967).
Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 5, 32 (1967).
Sov. Phys. Usp. 34, 392 (1991).
- [38] J. Charles *et al.* (CKMfitter Group), Eur. Phys. J. **C41**, 1 (2005).
Résultats de l'été 2006 : <http://ckmfitter.in2p3.fr>.
- [39] Heavy Flavor Averaging Group (HFAG), été 2006.
<http://www.slac.stanford.edu/xorg/hfag/index.html>.
- [40] M. Beneke, Phys. Lett. **B620**, 143 (2005).
H.-Y. Cheng, C.-K. Chua et A. Soni, Phys. Rev. **D72**, 094003 (2005).
A. R. Williamson et J. Zupan, Phys. Rev. **D74**, 014003 (2006), Erratum-ibid. **D74**, 03901 (2006).
- [41] UTFit Group, <http://utfit.roma1.infn.it/>
- [42] B. O. Lange, M. Neubert et G. Paz, Phys. Rev. **D72**, 073006 (2005).
- [43] P. Ball, Phys. Lett. **B644**, 38 (2007).
- [44] C. T. H. Davies *et al.* (HPQCD, UKQCD, MILC et Fermilab Lattice Collaborations), Phys. Rev. Lett. **92**, 022001 (2004).
- [45] F. J. Gilman et R. L. Singleton, Phys. Rev. **D41**, 142 (1990).
- [46] T. Feldmann et P. Kroll, Eur. Phys. J. C **12**, 99 (2000).
- [47] D. Scora et N. Isgur, Phys. Rev. **D52**, 2783 (1995).
- [48] P. Ball et R. Zwicky, Phys. Rev. **D71**, 014015 (2005).
- [49] E. Gulez *et al.* (HPQCD Collaboration), Phys. Rev. **D73**, 074502 (2006).
- [50] M. Okamoto *et al.*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **140**, 461 (2005).
- [51] J.P. Alexander *et al.* (CLEO collaboration), Phys. Rev. Lett. **77**, 25 (1996).
- [52] D. Becirevic et A. B. Kaidalov, Phys. Lett. **B478**, 417 (2000).

- [53] R. Hill, Phys. Rev. **D73**, 014012 (2006).
- [54] I. Stewart, présentation au 4th *CKM Workshop*, Nagoya, Japon (2004).
- [55] T. Becher et R. J. Hill, Phys. Lett. **B633**, 61 (2006).
- [56] M. Fukunaga et T. Onogi, Phys. Rev. **D71**, 034506 (2005).
- [57] D. Ebert, R. N. Faustov et V. O. Galkin, hep-ph/0611307 (2006).
- [58] P. Ball, présentation au 4th *CKM Workshop*, Nagoya, Japon (2004).
- [59] P. Lepage, XXXth *SLAC Summer Institute*, Stanford, É-U (2002).
- [60] J. Flynn, présentation au 4th *CKM Workshop*, Nagoya, Japon (2004).
- [61] J. Shigemitsu *et al.*, Phys. Rev. **D66**, 074506 (2002).

Chapitre 2

- [62] S. W. Herb *et al.*, Phys. Rev. Lett. **39**, 252 (1977).
- [63] E. Fernandez *et al.* (MAC Collaboration), Phys. Rev. Lett. **51**, 1022 (1983).
N. Lockyer *et al.* (Mark II Collaboration), Phys. Rev. Lett. **51**, 1316 (1983).
- [64] C. Albejar *et al.* (UA1 Collaboration), Phys. Lett. **B186**, 247 (1987).
H. Albrecht *et al.* (ARGUS Collaboration), Phys. Lett. **B192**, 245 (1987).
- [65] G. Feldman *et al.*, compte-rendu de 1988 *DPF Summer Study*, Snowmass, É-U (1989).
- [66] P. Oddone, compte-rendu du *UCLA Workshop on Linear Collider B $\bar{B}$ -Factory Conceptual Design*, édité par D. Stork (1987).
- [67] [http ://www.slac.stanford.edu/](http://www.slac.stanford.edu/)
- [68] [http ://www.kek.jp/](http://www.kek.jp/)
- [69] The *BABAR* Collaboration, Lettre d'intention, SLAC-443 (1994).
- [70] The *BABAR* Collaboration, *Technical Design Report*, SLAC-R-457 (1995).
- [71] B. Aubert *et al.* (*BABAR* Collaboration), Nucl. Instrum. Meth. **A479**, 1 (2002).

- [72] The Belle Collaboration, lettre d'intention soumise au *TRISTAN Program Advisory Committee* (1994).
- [73] The Belle Collaboration, *Technical Design Report*, KEK report 95-1 (1995).
- [74] A. Bondar (Belle Collaboration), Nucl. Instrum. Meth. **A408**, 64 (1998).
- [75] V. Druzhinin (pour la Collaboration *BABAR*), hep-ex/0601020, compte-rendu de la 12^{ème} Conférence Lomonosov sur la Physique des Particules Élémentaires (2005).
- [76] <http://www2.slac.stanford.edu/vvc/accelerator.html>
- [77] M. Woods (2001). <http://www-sldnt.slac.stanford.edu/alr/slc.htm>.
- [78] http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1990/
- [79] F. G. Moisan et L. Barriault, projet PHY-10518 sous la responsabilité du professeur Luc Marleau, Université Laval, Canada (2004).
<http://feynman.phy.ulaval.ca/marleau/pp/04accelerateurs/AccelerateursdeParticules.htm>
- [80] F.J. Decker, R.H. Iverson, H. Smith et M.S. Zelazny, SLAC-PUB-8112 (1999).
- [81] J. Seeman *et al.*, SLAC-PUB-12023 (2006).
- [82] http://www.slac.stanford.edu/grp/ad/pep-ii/stats/PEPii_lum_record.pdf
- [83] http://www-kekb.kek.jp/Commissioning/Record/Luminosity_record.html
- [84] http://bbr-onlwww.slac.stanford.edu:8080/babarrc/LumInt-Run_1-6.gif
- [85] T. Allmendinger, Workshop Sasbachwalden, Universität Karlsruhe (2004).
- [86] H. R. Woods, *SLAC Today*, 7 décembre 2006.
<http://today.slac.stanford.edu/feature/attobarns.asp>
- [87] Y. Kubota *et al.* (CLEO Collaboration), Nucl. Instrum. Meth. **A320**, 66 (1992).
- [88] B. Aubert *et al.* (*BABAR* Collaboration), Phys. Rev. **D74**, 092004 (2006).
- [89] M. Spitznagel, *Detector Physics Seminar*, SLAC (2005).
<http://www.slac.stanford.edu/BFROOT/www/doc/Seminars/detector/spring2005.html>

- [90] M. H. Kelsey (pour la Collaboration *BABAR*), Nucl. Instrum. Meth. **A535**, 206 (2004).
- [91] N. Kuznetsova, *BABAR* Detector Physics Series, SLAC (1999).
<http://www.slac.stanford.edu/BFROOT/www/doc/Seminars/detector/TrackingSeminar/>
- [92] T. Allmendinger *et al.*, BAD #867 V2 (2004).
- [93] D. J. Payne, BAD #1110 V1 (2005).
- [94] F. Anulli *et al.*, Nucl. Instrum. Meth. **A552**, 276 (2005).
H. R. Band *et al.*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **158**, 139 (2006).
- [95] W. Menges, Nucl. Sci. Symp. Conf. Rec. **5**, 1470 (2006).
- [96] “The Particle Detector BriefBook”, R. K. Bock, CERN (1998).
- [97] S. Brunet, D. Côté et M. G. Greene, BAD # 740 V8 (2005).
- [98] T. Brandt, BAD #396 V1 (2002).
- [99] A. Mohapatra, J. Hollar, H. Band, BAD #474 V3 (2004).
- [100] L. Lista et S. Mele, *BABAR* Note #194 (1994).
- [101] http://www.slac.stanford.edu/BFROOT/www/Physics/Tools/Pid/Hadrons/pid_summarytable.html A. Roodman (2002), S. Majewski (2005).
- [102] B. Jacobsen (*BABAR* Collaboration), Nucl. Instrum. Meth. **A389**, 1 (1997).
- [103] N. Geddes (*BABAR* Collaboration), Comput. Phys. Commun. **110**, 38 (1998).
- [104] D. N. Brown (*BABAR* Collaboration), hep-ex/0305085, compte-rendu de la *Conference for Computing in High-Energy and Nuclear Physics (CHEP 03)*, (2003).

Chapitre 3

- [105] B. Aubert *et al.* (*BABAR* Collaboration), hep-ex/0607060 (présenté à ICHEP'06).

- [106] A. Höcker, Z. Ligeti, hep-ph/0605217 (2006, soumis à Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.).
- [107] S. B. Athar *et al.* (CLEO Collaboration), Phys. Rev. **D68**, 072003 (2003).
- [108] B. Aubert *et al.* (BABAR Collaboration), Phys. Rev. **D72**, 051102 (2005).
- [109] B. Aubert *et al.* (BABAR Collaboration), Phys. Rev. Lett. **97**, 211801 (2006).
- [110] T. Hokuue *et al.* (Belle Collaboration), hep-ex/0604024 (2006, accepté par Phys. Lett. B).
- [111] W. Ford, BAD # 53 V5 (2000).
- [112] C. Hearty, BAD # 134 V1 (2001).
- [113] E. Barberio et Z. Was, Comput. Phys. Commun. **79**, 291 (1994).
- [114] Prescription du groupe d'analyse des τ de BABAR.
- [115] M.S. Gill et A. Snyder, BAD #943 V14 (2004).
- [116] G. C. Fox et S. Wolfram, Phys. Rev. Lett. **41**, 1581 (1978).
- [117] W. D. Hulsbergen, Nucl. Instrum. Meth. **A552**, 566 (2005).
- [118] T. Brandt et V. Luth, BAD #216 (2002).
- [119] <http://www.slac.stanford.edu/BFROOT/www/doc/BbrMeetingOrganizer/vol04/dev/mtg000383/itm0001676/>
- [120] Communication privée avec Arthur E. Snyder.
- [121] R. J. Barlow et C. Beeston, Comput. Phys. Commun. **77**, 219 (1993).
- [122] R. Brun et F. Rademakers, Nucl. Instrum. Meth. **A389**, 81 (1997).
Voir aussi : <http://root.cern.ch/>.
- [123] http://www.slac.stanford.edu/BFROOT/www/Physics/Tools/generators/2004-update/btou_BR.gif
- [124] M. Morii et K. T. Chan, BAD # 1091 V20 (2006).
- [125] P. Ball et R. Zwicky, Phys. Rev. **D71**, 014029 (2005).
- [126] I. Caprini, L. Lellouch et M. Neubert, Nucl. Phys. **B530**, 153 (1998).

- [127] http://www.slac.stanford.edu/BFROOT/www/Physics/Analysis/AWG/InclusiveSL/common/dominique_hybrid.html/hybrid_1.4.html
- [128] <http://www.slac.stanford.edu/~lodovico/protected/vub/hybrid.html>
- [129] O. L. Buchmüller et H. U. Flücher, Phys. Rev. **D73**, 073008 (2006).
- [130] <http://www.slac.stanford.edu/BFROOT/www/Physics/Tools/Pid/PidOnMc/pidonmc.html>
- [131] <http://www.slac.stanford.edu/BFROOT/www/Physics/TrackEfficTaskForce/TrackingTaskForce-2004.html>
- [132] http://www.slac.stanford.edu/BFROOT/www/Physics/Analysis/AWG/Neutrals/validation/recipe14_improved.html
- [133] S. Agostinelli *et al.* (GEANT4 Collaboration), Nucl. Instrum. Methods **A506**, 250 (2003).
- [134] <http://www.slac.stanford.edu/~tbrandt/pid/sys/pidsys.pdf>
- [135] Communication privée avec R. Zwicky.
Voir aussi http://babar-hn.slac.stanford.edu:5090/HyperNews/get/semi_lept_decays/380.html
- [136] E. Richter-Was *et al.*, Phys. Lett. **B303**, 163 (1993).
- [137] <http://roofit.sourceforge.net/>
- [138] B. Viaud, présentation au *BABAR semileptonic analysis working group* (2005).
<http://www.slac.stanford.edu/BFROOT/www/doc/BbrMeetingOrganizer/vol01/dev/mtg000312/itm0001463/LooseNuReco.pdf>.
- [139] A. Abada *et al.*, Nucl. Phys. **B619**, 565 (2001).

Chapitre 4

- [140] D. Côté, BAD #809 V3 (2004).
- [141] A. X. El-Khadra *et al.*, Phys. Rev. **D64**, 014502 (2001).

- [142] P. Ball et V. M. Braun, Phys. Rev. **D55**, 5561 (1997).
- [143] P. Ball et R. Zwicky, JHEP **019**, 0110 (2001).
- [144] L. K. Gibbons, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **48**, 121 (1998).
- [145] M. Battaglia et L. Gibbons, Phys. Lett. **B592**, 1 (2004).
- [146] B. Aubert *et al.* (BABAR Collaboration), Phys. Rev. Lett. **90**, 181801 (2003).
- [147] Communication privée avec D. del Re.

Chapitre 5

- [148] Charge conjugate decays and $\ell = e$ or μ are implied throughout this paper.
- [149] G. Cowan, “Statistical Data Analysis”, Chap. 11, Oxford University Press, UK (1998).
- [150] B. Aubert *et al.* (BABAR Collaboration), Phys. Rev. **D67**, 031101 (2003).
- [151] See EPAPS Document No. E-PRLTAO-98-086710 for tables of systematic errors and error matrices. For more information on EPAPS, see <http://www.aip.org/pubservs/epaps.html>.

Conclusions

- [152] M. Pivk et F. R. Le Diberder, Nucl. Instrum. Meth. **A555**, 356 (2005).
- [153] <http://www.infn.it/csn1/conference/superb/>

Annexe I

- [154] D. Fortin et M. Pappagallo, BAD #1055 V3 (2005).
- [155] M. C. Simani *et al.*, BAD #956 V4 (2004).
- [156] D. Wright *et al.*, BAD #56 V8 (2001).

- [157] O. Long *et al.*, BAD #99 V7 (2001).
- [158] G. Cavoto *et al.*, BAD #845 V2 (2004).
M. Krishnamurthy *et al.*, BAD #983 V5 (2004).
- [159] G. Cavoto *et al.*, BAD #1131 V9 (2005).
- [160] O. Long *et al.*, BAD #1193 V1 (2006).
- [161] C. Campagnari *et al.*, BAD #59 V1 (2000).
- [162] V. Briglievic, BAD #79 V1 (2000).
- [163] A. Palano *et al.*, BAD #1192 V1 (2005).
- [164] M. Artuso *et al.* (CLEO Collaboration), Phys. Rev. **D70**, 112001 (2004).

Annexe I

MESURE DE L'EFFICACITÉ DE DÉTECTION DES K_L^0 AVEC LE DÉTECTEUR *BABAR*

Le *BABAR Analysis Document*^[22] (BAD #111) présenté dans ce chapitre décrit une mesure de l'efficacité de détection des K_L^0 réels et simulés avec le EMC du détecteur *BABAR*. Les résultats de cette étude ont été utilisés dans cette thèse pour corriger la simulation des K_L^0 et évaluer l'impact de leur incertitude sur la reconstruction du neutrino. Ils furent d'ailleurs utilisés par d'autres analyses de la Collaboration *BABAR* pour des raisons similaires.

Pour réaliser cette mesure, nous avons utilisé un échantillon de contrôle $K^0\pi\pi$ provenant du continuum. Cet échantillon de contrôle fut utilisé pour la première fois pour l'étude des K_L^0 à *BABAR* par D. Fortin et M. Pappagallo^[154]. Suite à cette première étude, nous avons réalisé l'étude présentée dans cette annexe en utilisant des données plus abondantes et plus récentes. Comparativement à l'étude originale, notre mesure se distingue par son utilisation de techniques d'analyse statistique sophistiquées telles que le lissage de fonction de vraisemblance sans intervalles et les *sPlots*^[152], par son estimation beaucoup plus rigoureuse des incertitudes, et par ses résultats d'une précision supérieure.

L'auteur de cette thèse a collaboré techniquement avec les coauteurs mentionnés plus bas pour la préparation de l'échantillon de contrôle $K^0\pi\pi$. Ces coauteurs ont ensuite utilisé l'échantillon pour développer un algorithme d'identification des K_L^0 , tandis que l'auteur de cette thèse l'a utilisé pour étudier l'efficacité de détection des K_L^0 dans le EMC. Les Sec. I.1 et I.2 de cette annexe sont communes aux deux analyses. La mesure de l'efficacité de détection des K_L^0 réalisée par l'auteur de cette thèse est présentée aux Sec. I.8, I.9 et I.11. Les sections I.3 à I.7 et I.10 présentant l'algorithme d'identification des K_L^0 ont été retirées de cette annexe car elles ne sont pas utilisées dans la présente thèse.

BABAR Analysis Document 1191, Version 3

April 6, 2006

Study of K_L^0 efficiency and reconstruction using data samples

M. Bona¹, D. Côté², G. Cavoto³, E. Di Marco³, M. Pelliccioni¹,
M. Pierini⁴

¹*Università di Torino & INFN Torino*

²*Université de Montréal*

³*Università di Roma "La Sapienza" & INFN Roma*

³*Università di Bari & INFN Bari*

⁴*University of Wisconsin, Madison*

Abstract

We study the K_L^0 reconstruction efficiency, angular resolutions and K_L^0 hadronic shower evolution in the *BABAR* electromagnetic calorimeter (EMC) and Instrumented Flux Return (IFR). We use as data control samples reconstructed events of Initial State Radiation $e^+e^- \rightarrow \phi(K_S^0 K_L^0)\gamma$ and $D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+$ with $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ production in the continuum e^+e^- production. We use variables on EMC cluster shape to build a K_L^0 selector. We also produce generic MC corrections to EMC efficiency and energy deposition of K_L^0 from the double-ratio of $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ with $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ decays.

I.1 Introduction

After the measurement of $\sin 2\beta$ in $B^0 \rightarrow J/\psi K_L^0$ (CP -conjugate decay mode of the “golden” channel $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$) [155–157], during last year many analyses with a K_L^0 in the final state have been performed [158–160]. These analyses suffer for large backgrounds from fake K_L^0 reconstruction, and so require an accurate comprehension of the K_L^0 interaction with the two subdetectors where the neutral hadrons interact : the electromagnetic calorimeter (EMC) and the muon detection system (IFR). The K_L^0 mesons, infact, decay outside the *BABAR* tracking volume, and they can be reconstructed only via their inelastic nuclear interactions in the crystals of the EMC or in the iron-absorber layers of the IFR. We study the background composition for K_L^0 mesons and some EMC shower variables useful to reject most of the non- K_L^0 background. An old, but accurate, study on EMC K_L^0 reconstruction is reported in [161].

We also study the data-MC agreement of the EMC cluster shower variables using two different control samples. One of them is the ISR production of $e^+e^- \rightarrow \phi(K_S^0 K_L^0)\gamma$, repeating the study presented in [162], on a $7.7 fb^{-1}$ processed with “analysis-2” release, in the full RunI-IV dataset ($210.6 fb^{-1}$) processed with “analysis-24” release. In this sample, the K_L^0 direction can be fully constrained from the reconstructed hard photon and the K_S^0 . We also study as control sample the production in continuum e^+e^- annihilations $D^* \rightarrow D^0 \pi$ with $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$.

A parallel study that isolates K_L^0 EMC interactions in Data vs MC by taking the double-ratio of $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ with $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ decays is presented in Sect. I.8 and I.9. The results of this study are generic MC corrections to EMC efficiency and energy deposition of K_L^0 usable with releases analysis-26 (SP5/6) and analysis-30 (SP8).

I.2 K_L^0 reconstruction using $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ events

The K_L^0 sample described in this section belongs to a charmed decay of continuum events ; the decay channel we considered is :

$$e^+e^- \rightarrow D^{*+} + anything$$

$$D^{*+} \rightarrow D^0 \pi_{soft}^+$$

$$D^0 \rightarrow K^{*-} \pi^+$$

$$K^{*-} \rightarrow K_L^0 \pi^-$$

This sample was already used for a selector implementation in ^[163] with a smaller dataset (RunI-III). We update the study to Run4 dataset. Since this decay tree is not originated from a $B\bar{B}$ pair, both *on-resonance* and *off-resonance* data are used.

One of the positive aspects of this channel is a very high statistics. The CLEO experiment ^[164] extracted the $e^+e^- \rightarrow D^*X$ cross-section :

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow D^*X) = 580 \pm 70 \text{ pb}$$

The branching fraction of $D^* \rightarrow D^0 \pi$ and $D^0 \rightarrow K^* \pi (K^* \rightarrow K_L^0 \pi)$ are respectively 0.68 and $0.7 \cdot 10^{-3}$. Combining these two informations, considering that

$$Luminosity = \frac{N_{events}}{\sigma \epsilon}$$

where σ is the cross-section of the process and ϵ is the reconstruction efficiency, we expect to have $\sim 207,000$ signal events, assuming an efficiency and acceptance loss of events of 50%.

For MC, signal events were generated using GEISHA hadronic-shower simulator for K_L^0 interaction in the EMC (*Release 16* Moose); about $\sim 1 \text{ ab}^{-1}$ were produced. For background estimation, we use the generic $c\bar{c}$ MC events ($\sim 50 \text{ fb}^{-1}$).

I.2.1 Event reconstruction and selection

Since there's no skim for such process, we run from the *AllEvents* data sample, imposing some requirements over the following tag bits :

- *isTightMultiHadron* must be true ;

– $nGoodTrackLoose > 2$.

The two pions belonging to the D^0 decay are searched in the event. Charged pions are taken from the `piLHTight` list. The $\pi_{D^0} - \pi_{K^*}$ vertex is fitted using *TreeFitter* for algorithm. The 4-momentum of the $\pi_{D^0} - \pi_{K^*}$ system is computed. When the $\pi_{K^*} - \pi_{D^0}$ vertex is reconstructed, its projection on (x, y) plane is obtained and its distance with respect to the interaction point is constrained to be larger than 0.1 cm. In the same way, the distance between the projection on z -axis and the IP is constrained to be greater than 2 cm. These standard cuts are used to avoid the case in which the two pions are originated by a K_S^0 decay. Moreover, the $\pi_{K^*} - \pi_{D^0}$ vertex fit is accepted only if its fit probability is greater than 0.1%.

At this stage, no hypothesis is done to estimate if the process involves a $D^0 \rightarrow K^{*-}\pi^+$ decay or its charge conjugate. The two charged pions reconstructed are considered to be both coming from the D^0 decay, ignoring the presence of a K^* resonant state. To fully reconstruct the D^0 it is necessary to get the K_L^0 4-momentum. K_L^0 candidates are taken from `CalorClusterNeutral` for EMC and `NeutralHad` for IFR clusters. The K_L^0 candidate direction can be computed considering the $\pi_{D^0} - \pi_{K^*}$ vertex and the EMC (IFR) cluster position. Combining this information with the hypothesis of a D^0 origin, K_L^0 4-momentum can be calculated. In fact, if we consider that

$$(p^\mu p_\mu)_{D^0} = m_{D^0}^2 = (E_{K_L^0} + E_{\pi-\pi})^2 - (\mathbf{p}_{K_L} + \mathbf{p}_{\pi-\pi})^2$$

we find that

$$\mathbf{p}_{K_L}^2 + 2\mathbf{p}_{K_L} \cdot \mathbf{p}_{\pi-\pi} + m_{D^0}^2 - m_{\pi-\pi}^2 - E_{K_L^0}^2 - 2E_{K_L^0} \cdot E_{\pi-\pi} = 0$$

Considering that $E_{K_L} = \sqrt{p_{K_L}^2 + m_{K_L}^2}$, it can eventually be derived a second degree equation, whose solutions

$$p_{K_L\pm} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a \cdot c}}{2a}$$

have parameters

$$a = 4[(\mathbf{p}_{\pi-\pi} \cdot \hat{u}_{K_L})^2 - E_{\pi-\pi}^2],$$

$$b = 4 \cdot (\mathbf{p}_{\pi-\pi} \cdot \hat{u}_{K_L})(m_{D^0}^2 - m_{\pi-\pi}^2 - m_{K_L}^2),$$

$$c = m_{D^0}^4 + m_{\pi-\pi}^4 + m_{K_L}^4 - 2m_{\pi-\pi}^2(m_{D^0}^2 - m_{K_L}^2) - 2m_{D^0}^2 \cdot m_{K_L}^2 - 4E_{\pi-\pi}^2 \cdot m_{K_L}^2$$

where $\hat{u}_{K_L}$ is the direction of K_L^0 as computed considering the $\pi_{D^*} - \pi_{K^*}$ vertex and EMC cluster position. We take the higher solution that is closer to the true value on average (see App. I.11). In Fig. I.1 the distribution of K_L^0 computed momentum is shown for MC events.

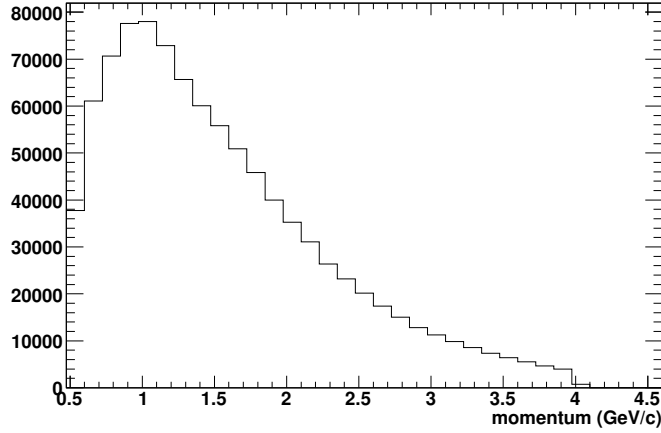


FIG. I.1 – K_L^0 computed momentum distribution for signal $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ events

Subsequently, a fit is performed to the D^0 candidate with a constrained mass fit. The algorithm used for the fit is *TreeFitter* too. To reconstruct the D^* candidate a *slow* pion is considered. The π_{slow} candidates are taken from the `piLHTight` list. They must not overlap with the $\pi^\pm$ candidates selected for the D^0 reconstruction, and must satisfy the following requirements :

- π_{slow} momentum : $0.05 < p_{\pi_s} < 0.65$ GeV/c ;
- distance of closest approach to z -axis : $|doca_z| < 0.2$ cm ;

- distance of closest approach to xy -plane : $doca_R < 3 \text{ cm}$;
- number of hits on SVT ≥ 6 ;
- number of hits on DCH ≥ 11 ;

Once the π_{slow} is selected, the D^* candidate is reconstructed, and a fit is performed with a beamspot constraint, using *TreeFitter*.

To improve the sample purity, some selections are performed to reduce the D^* multiplicity per event. The *best* K_L^0 is chosen, corresponding to the one with the highest calibrated energy per cluster. Given this K_L^0 candidate, the *best* K^* is selected considering the one with the invariant mass closest to the nominal PDG one.

All the following cuts and selections have been optimized maximizing statistical significance. A cut on D^0 momentum in CM frame was performed. Because of its boost, a D^* generated in a $c\bar{c}$ event is expected to have a higher momentum with respect to one coming from a B decay (see Fig I.2). The optimization brought to the cut $p_{D^0}^* > 2.45 \text{ GeV}/c$.

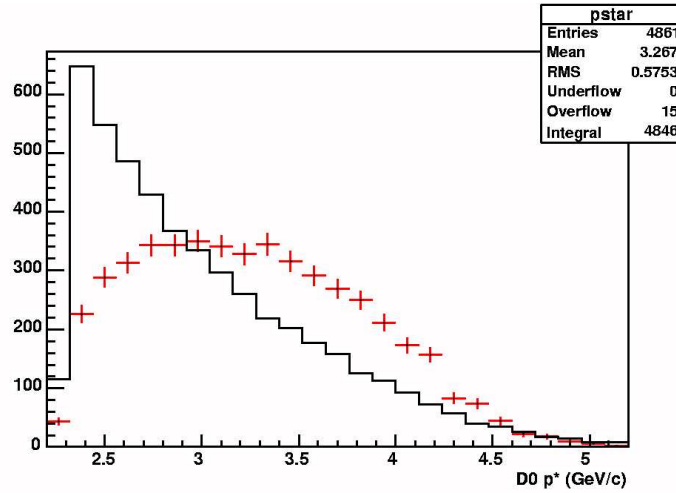


FIG. I.2 – D^0 momentum in CM frame (Monte Carlo); dots are signal, solid histogram is background

Further selection is performed considering the K^* helicity angle. K^* helicity angle is defined to be as the angle between K_L^0 direction and the pion (directly

originated from the D^0 decay) one, in K^* rest frame. Since K^* is a vector particle decaying into scalar states, the spatial distribution of its decay products is expected to have $\cos^2 \theta_{\text{helicity}}^2$ shape. On the other hand, background is distributed as a decreasing function of $\cos \theta_{\text{helicity}}$. The evidence of a different signal/background behaviour can be observed in Fig. I.3(a). The cut on this variable is chosen to be $\cos \theta_{\text{helicity}} > 0.55$. The K^* mass plot is shown in Fig.I.3(b); the cut obtained from the optimization is $0.81 < m_{K^*} < 0.97 \text{ GeV}/c^2$.

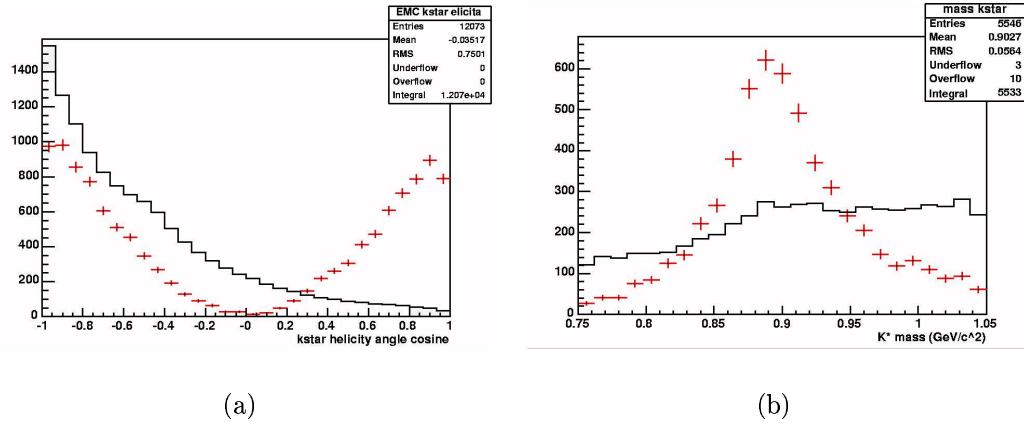


FIG. I.3 – Event selection : cosine of the K^* helicity angle(a), K^* mass (b) ; dots are signal,solid histogram is background

In Tab. I.2.1 the summary of the main selections for this sample is reported ; the third coloumn quotes the relative efficiency of the cut, that is the number of signal events surviving the cut divided by the number of events before that cut.

Selection	Value	Cut efficiency
K^* mass	$0.81 < m_{K^*} < 0.97 \text{ GeV}/c^2$	82%
cosine of K^* helicity angle	$\cos \theta_{\text{hel}} > 0.55$	37%
D^0 momentum in CM frame	$p_{D^0}^* > 2.45 \text{ GeV}/c$	94%

TAB. I.1 – Summary of D^* events selection

I.2.2 Signal reconstruction using $\Delta m = m_{D^*} - m_{D^0}$

The signal fraction in the data sample is extracted from a fit to Δm , which is the difference in mass between the reconstructed D^* and D^0 . This variable is parametrized with a double Gaussian (i.e. the linear combination of two gaussian distributions) for signal and a threshold function for background. The two Gaussians used to parametrize signal have been constrained to have the same mean value, but different width. Therefore we define the narrow Gaussian the one with the smaller σ and wide Gaussian the one with the larger one. The background function used for the fit is :

$$f(x)_{bkg} = (x - x_0)^a \cdot e^{-b(x-x_0)^2 - c(x-x_0)} \quad (\text{I.1})$$

where x_0 (the lower physical limit of the distribution) is the x -axis intersection point of the function f_{bkg} and a , b and c are shape parameters of the function. Since f_{bkg} is very sensible to shape parameter variations, it is necessary to perform the fit leaving a single free parameter and fixing the other three to allow the fit to converge. The tuning of the parameters is done following the χ^2 minimization. Fit is performed unbinned, and results can be seen in Fig. I.4, where the contribution of the background and of the wide Gaussian component of the signal are plotted. The fit results are shown in Tab. I.2.2. A constant value was assigned to the parameter x_0 of the background function ($x_0 = 139.5 \text{ MeV}/c^2$) to allow the fit convergence. The signal region of Δm is defined as the interval $[\mu_{\Delta m} - \sigma_{II}, \mu_{\Delta m} + \sigma_{II}]$ (II refers to the wide Gaussian). Signal and background are estimated with an integral. Defining the purity as $\frac{N_S}{N_S + N_B}$ we obtained in our case a value of $\sim 40\%$.

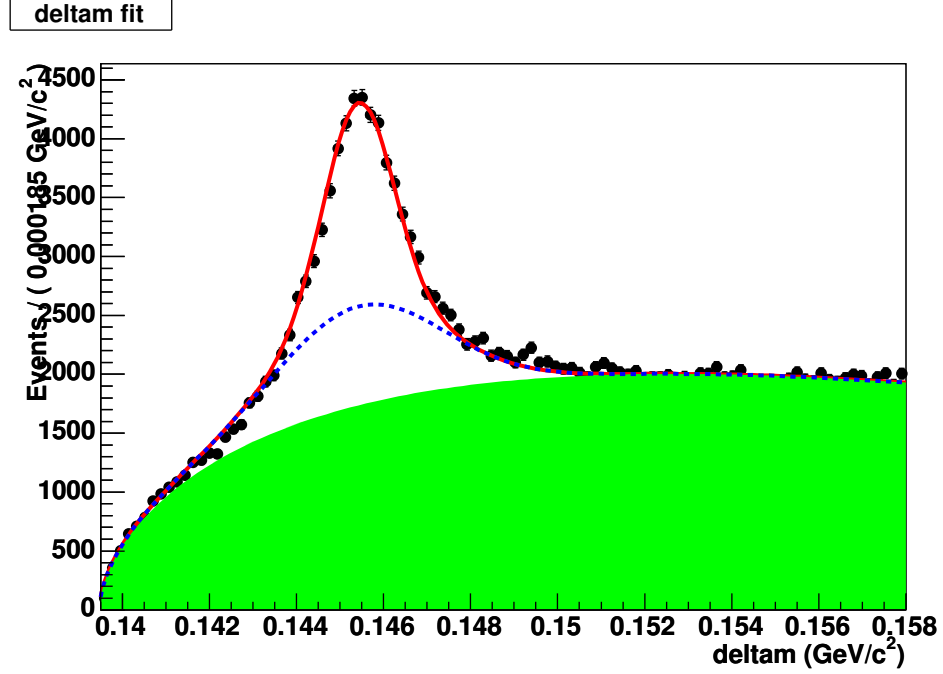


FIG. I.4 – Δm distribution for the whole dataset. Green is background, dashed curve corresponds to background plus wide gaussian component for the signal

Parameter	Final Value
Δm mean value (signal)	$145.48 \pm 0.01 \text{ MeV}/c^2$
$\sigma_{\Delta m}$ (narrow gaussian)	$0.72 \pm 0.03 \text{ MeV}/c^2$
$\sigma_{\Delta m}$ (wide gaussian)	$1.71 \pm 0.10 \text{ MeV}/c^2$
N_{sig}	55220 ± 3438
N_{bkg}	226980 ± 21398
a	0.59 ± 0.01
b	99 ± 79
c	43.7 ± 2.1

TAB. I.2 – Summary of Δm fit : a , b and c refer to shape variables in I.1

- I.3 $K^\pm$ sample from charmed decays
- I.4 K_L^0 reconstruction using $e^+e^- \rightarrow \phi(K_S^0 K_L^0)\gamma$ events
- I.5 Cluster shape variables for EMC
- I.6 Data/MC comparison for EMC cluster shape variables
- I.7 K_L^0 PID selectors
- I.8 K_L^0 interactions in the EMC with the $\frac{D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-}{D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-}$ double-ratio

A parallel study was done to produce generic MC corrections to EMC efficiency and energy deposition of K_L^0 usable in *BABAR* physics analyses, in the spirit of [154]. For this study, we used the $D^* \rightarrow D^0(K^*(K_L^0\pi)\pi)\pi$ sample already described in Sect. I.2 (thereafter referred to as “ $D^0 \rightarrow K_L^0\pi^+\pi^-$ ”), and we also used a sample of $D^* \rightarrow D^0(K^*(K_S^0\pi)\pi)\pi$ decays (thereafter referred to as “ $D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ ”). Both $D^0 \rightarrow K_L^0\pi^+\pi^-$ and $D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ samples feature a relatively large coverage of the K^0 phase space, as can be seen on Fig. I.5 and I.6. The role of the $D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ sample is to help isolating effects of an imperfect simulation of K_L^0 interactions in the EMC from other potential data/MC discrepancies that would be specific to our particular control sample.

An overview of all available K_L^0 corrections is given in Sect. I.8.1, and the rest of Sect. I.8 describes the *methods* used to obtain these corrections and estimate their errors. The actual *results* are presented in Sect. I.9 for different EMC selections and datasets. It is recommended to use the **K0LTools/K0LEMCWeight** C++ class to apply the K_L^0 corrections in your analysis.

I.8.1 Overview of the K_L^0 MC corrections

In this analysis, we are currently producing the following K_L^0 MC corrections :

- Average EMC efficiency correction (single number) ;
- EMC efficiency corrections vs θ_{K^0} ;

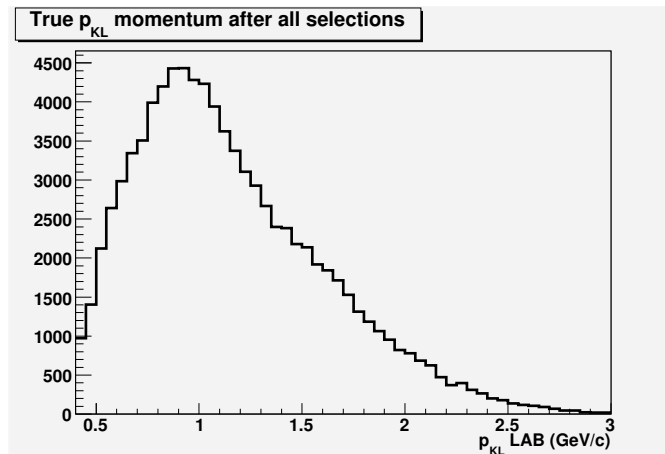


FIG. I.5 – Signal K_L^0 true momentum spectrum of the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample after all selections, including the signal peak region $0.144 < \Delta m < 0.147$ GeV/c^2 .

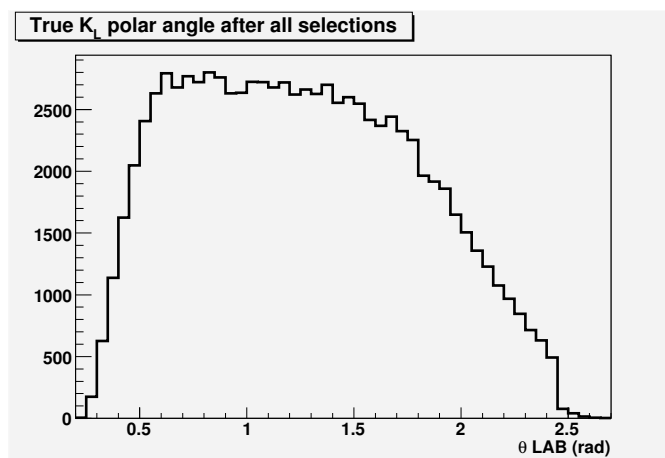


FIG. I.6 – Signal K_L^0 true polar angle spectrum of the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample after all selections, including the signal peak region $0.144 < \Delta m < 0.147$ GeV/c^2 .

- EMC efficiency corrections vs p_{K^0} ; *recommended*
- EMC efficiency corrections vs $Ecal$;
- EMC efficiency corrections vs p_{K^0} and $Ecal$; *recommended*
- Average $Ecal$ scale factor (single number);
- $Ecal$ scale factors vs p_{K^0} ; *recommended*

These corrections can be categorized in two types :

- **EMC efficiency** : changes the *amount* of detected K_L^0 candidates, applied by weighting or killing candidates, obtained from the double-ratio of $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ over $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ data/MC ratios;
- **EMC cluster attribute** : changes the *properties* of K_L^0 candidates' clusters, applied by scaling clusters' properties by some factor, obtained from the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ (single) data/MC ratio (data and MC normalized to the same area). Attribute corrections should be used in combination with an efficiency correction. The EMC energy in the laboratory frame ($Ecal$) is currently the only cluster attribute for which we provide a correction, but the method can be applied to other cluster properties if requested.

Both efficiency and attribute corrections are given in two format :

- **Table of numbers** : depending on the K_L^0 kinematic, **recommended in most cases**. These binned corrections are independent of the particular kinematic of the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample used in this analysis; They are currently provided as a function of the K_L^0 momentum (p_{K^0}) and polar angle (θ_{K^0}) in the laboratory frame.
- **Single number** : independently of the K_L^0 kinematic. This average correction is valid for the control sample used in this study, but may not be applicable in analyses dealing with a different K_L^0 kinematic.

For analyses explicitly looking for K_L^0 candidates without using their EMC energy, we recommend to use the K_L^0 EMC efficiency corrections vs p_{K^0} . On the other hand, we recommend that analyses using the EMC candidates energy (e.g. to perform a full-event reconstruction) use the $Ecal$ scale factors vs p_{K^0} **and** the EMC efficiency corrections vs p_{K^0} altogether. The EMC efficiency corrections vs

Ecal alone is expected to suffer from large systematic errors on its overall scale since we cannot use a $\frac{D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-}{D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-}$ double-ratio in this case, its shape however contains useful information.

We do not recommend to use the average single number corrections unless your analysis sample is kinematically similar to our continuum $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample.

In general, we found that the K_L^0 EMC efficiency corrections are pretty much independent of θ_{K^0} . We interpret this by the hypothesis that Data/MC discrepancies of the K_L^0 interactions do not primarily come from the modeling of the EMC geometry, but from the modeling of K_L^0 hadronic showers (which are insensitive to the K_L^0 direction).

All the K_L^0 corrections are accessible in the K0LTools/K0LEMCWeight class, which is the recommended tool to access and use the K_L^0 corrections and their errors.

I.8.2 $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample

I.8.2.1 Events selection

The selection of the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample used in this analysis is identical to the one described in Sect. I.2 with the exception of the EMC candidates selection. The main cuts are summarized in Table I.3 (see Sect. I.2 for details). K_L^0 efficiency and attribute corrections were computed for various EMC selections listed in Table I.6. It worth highlighting that the $p_{D^0}^*$ cut rejects D^* coming from $B\bar{B}$ events and isolates the ones coming from continuum.

Selection	Value
K^0 lab momentum	$p_{K^0} > 0.4 \text{ GeV}/c$
K^* mass	$0.81 < m_{K^*} < 0.97 \text{ GeV}/c^2$
cosine of K^* helicity angle	$\cos \theta_{hel} > 0.55$
D^0 momentum in CM frame	$p_{D^0}^* > 2.45 \text{ GeV}/c$
$\Delta m = m_{D^*} - m_{D^0}$	$\Delta m < 0.16 \text{ GeV}/c^2$

TAB. I.3 – Summary of $D^* \rightarrow D^0(K^*(K_L^0 \pi) \pi) \pi$ events selections

I.8.2.2 K_L^0 signal yield extraction

After the event selection, the signal K_L^0 are identified from their peaking Δm structure that is very different from the Δm shape of the background EMC candidates (see Fig. I.4, I.7, I.8). Most of the background candidates are photons, charged pions or K_L^0 not coming from the signal decay chain. K_L^0 not coming from the complete $D^* \rightarrow D^0(K^*(K^0\pi)\pi)\pi$ decay chain are considered as background, and not as signal, because potential data/MC discrepancies coming from their production would not cancel in the $\frac{K_L}{K_S}$ double-ratio.

The K_L^0 signal and background yields are extracted from an unbinned maximum likelihood fit of Δm done with a double Gaussian signal PDF and a *RooDstD0BG* background PDF (see Sect. I.8.4 for details). Typical signal and background K_L^0 yields and Δm fit results are illustrated on Fig. I.7 and I.8 for data and MC respectively.

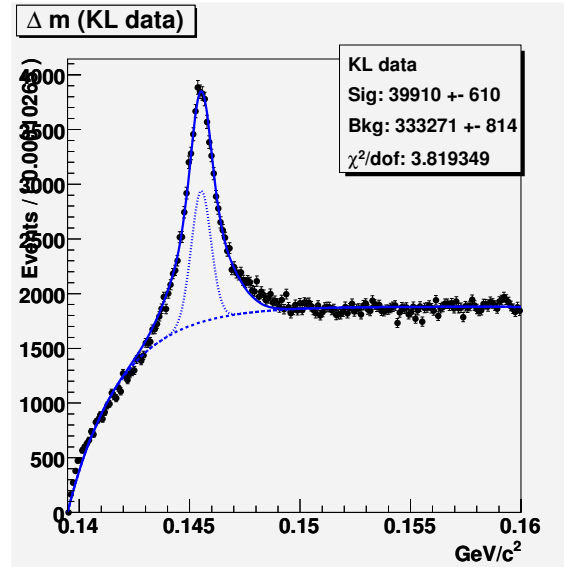


FIG. I.7 – Typical Δm fit for the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample in runs 1-4 data (230.22 fb^{-1}). All cuts have been applied. The EMC candidates selection was $E_{cal} > 0.05 \text{ GeV}$.

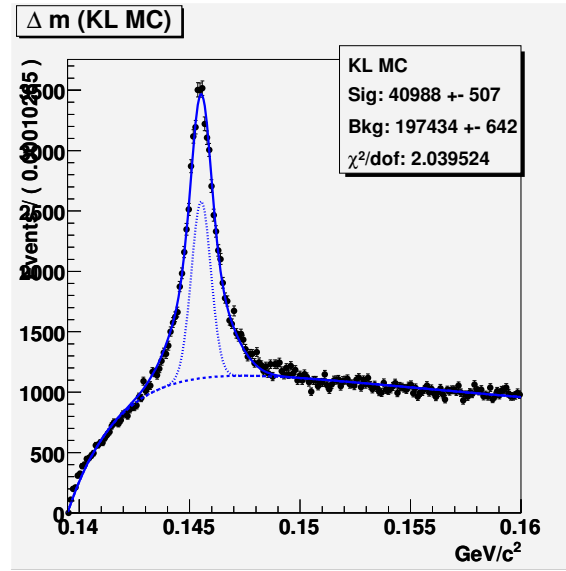


FIG. I.8 – Typical Δm fit for the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample in MC (SP5/6). The input number of $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ signal events correspond to the expected signal yield for the runs 1-4 integrated luminosity (230.22 fb^{-1}). The background consists of all the available generic ccbar background (327.5 fb^{-1}), where $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ and $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ signal events have been removed, plus the expected $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ yield expected in runs 1-4 data. All cuts have been applied. The EMC candidates selection was $E_{cal} > 0.05 \text{ GeV}$.

I.8.3 $D^0 \rightarrow K_s^0 \pi^+ \pi^-$ sample

I.8.3.1 Events selection

The selection of the $D^0 \rightarrow K_s^0 \pi^+ \pi^-$ sample used in this analysis is as similar as possible to the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ selection in order to maximise the desired cancellation of non-EMC data/MC discrepancies (see Sect. I.8.6). All the cuts of Table I.3 are thus also applied to select $D^0 \rightarrow K_s^0 \pi^+ \pi^-$ events. Few additional selections needed to select K_s^0 candidates were applied. The D^* mass is computed from a TreeFitter fit using the full K_s^0 information, and a cut on the resulting “ K_s^0 style reco” value of Δm is made during that process. These last cuts can’t be applied to the K_L^0 sample. The $D^0 \rightarrow K_s^0 \pi^+ \pi^-$ sample selection is summarized in Table I.4.

Selection	Value
K^0 lab momentum	$p_{K^0} > 0.4 \text{ GeV}/c$
K^* mass	$0.81 < m_{K^*} < 0.97 \text{ GeV}/c^2$
cosine of K^* helicity angle	$\cos \theta_{hel} > 0.55$
D^0 momentum in CM frame	$p_{D^0}^* > 2.45 \text{ GeV}/c$
$\Delta m = m_{D^*} - m_{D^0}$ (K_L^0 reco style)	$\Delta m < 0.16 \text{ GeV}/c^2$
$\Delta m = m_{D^*} - m_{D^0}$ (K_s^0 reco style)	$\Delta m < 0.16 \text{ GeV}/c^2$
K_s^0 mass	$0.48647 < m_{K_s^0} < 0.50887 \text{ GeV}/c^2$
K_s^0 flight distance / flight distance error	$fd/fde > 5$

TAB. I.4 – Summary of $D^* \rightarrow D^0(K^*(K_s^0\pi)\pi)\pi$ events selections

I.8.3.2 K_s^0 signal yield extraction

The K_s^0 signal extraction with the $D^0 \rightarrow K_s^0 \pi^+ \pi^-$ sample is identical to the K_L^0 signal extraction with the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample. The K_s^0 signal and background yields are extracted from an unbinned maximum likelihood fit of Δm . We use the “ K_L^0 reco style” Δm distribution in the fit for maximal cancellation of systematic effects in the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ over $D^0 \rightarrow K_s^0 \pi^+ \pi^-$ ratio. By “ K_L^0 reco style”, we mean that the information of the K_s^0 daughters is not used to know the K_s^0 momentum, which is computed using only the K_s^0 direction and the hypothesis that it came

from a $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ decay, similarly to the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ procedure described in Sect. I.2.1 and App. I.11. For the central values, we used a double Gaussian signal PDF and a *RooDstD0BG* background PDF (see Sect. I.8.4 for details). Typical signal and background K_S^0 yields and Δm fit results are illustrated on Fig. I.9 and I.10 for data and MC respectively.

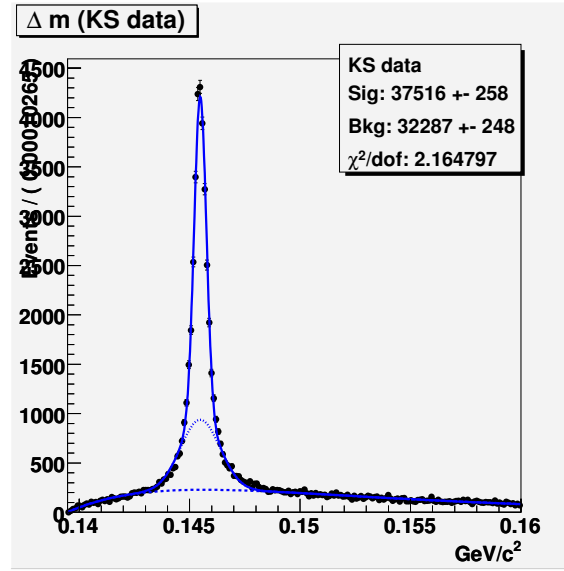


FIG. I.9 – Typical Δm fit for the $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ sample in runs 1-4 data (230.22 fb^{-1}). All cuts have been applied.

I.8.4 PDF choice

Several signal and background PDF combinations have been tried, but most of them were not suitable. The criteria for a PDF to be considered acceptable were :

- It returns approximately zero signal when fitting background events only ;
- It returns approximately the same number of signal events when fitting signal events only or sig+bkg events altogether.

For the K_L^0 background, we have tried the *RooDstD0BG* function (Eq. I.2) and an *UnNamedBkg* function (Eq. I.3).

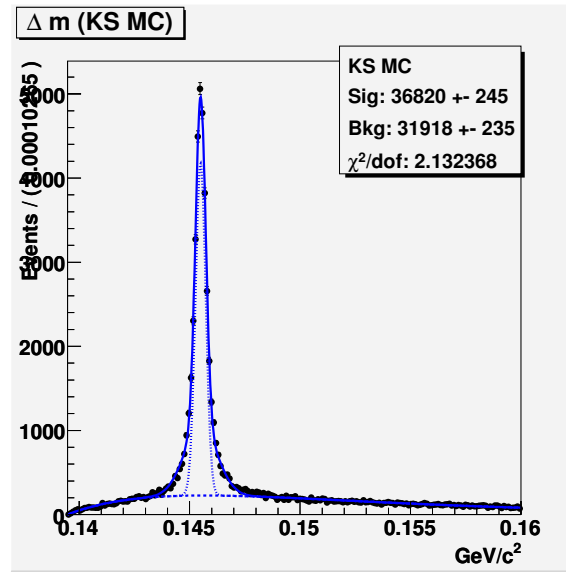


FIG. I.10 – Typical Δm fit for the $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ sample in MC (SP5/6). The input number of $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ signal events correspond to the expected signal yield for the runs 1-4 integrated luminosity (230.22 fb^{-1}). The background consists of all the available generic $c\bar{c}$ background (327.5 fb^{-1}), where $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ and $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ signal events have been removed, plus the expected $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ yield expected in runs 1-4 data. All cuts have been applied.

The *RooDstD0BG* PDF is a standard *RooFit* PDF defined by Eq. I.2 :

$$RooDstD0BG = \left(\frac{\Delta m}{\Delta m_0} \right)^a \times (1 - e^{-(\Delta m - \Delta m_0)/c}) \quad (\text{I.2})$$

where a and c are free shape parameters of the fit and $\Delta m_0 = 0.13947$ is a fixed parameter.

The *UnNamedBkg* function is similar to Eq. I.1 of Sect. I.2.2. It is defined as :

$$UnNamedBkg = (\Delta m - \Delta m_0)^A \times e^{-B(\Delta m - \Delta m_0)} \quad (\text{I.3})$$

where A and B are free shape parameters of the fit and $\Delta m_0 = 0.13947$ is a fixed parameter.

Various tests showed that the *UnNamedBkg* function is not acceptable because it makes the fit wrongly identifying $\sim 3\%$ of background events as signal. This problem did not show up with the *RooDstD0BG* function. The goodness of fit is also better with *RooDstD0BG* than *UnNamedBkg*, as illustrated in Fig. I.11 and I.12. The same behavior was observed in the K_s^0 sample, even though the problems had a smaller impact since the $D^0 \rightarrow K_s^0 \pi^+ \pi^-$ sample is cleaner than the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample. Hence, we conclude that only *RooDstD0BG* is an acceptable bkg PDF for this study, and did not considered the *UnNamedBkg* function further.

For the signal, we have tried : a single, double and triple Gaussian, an asymmetric Gaussian, and the sum of a symmetric plus an asymmetric Gaussians. The asymmetric Gaussians were discarded because of their oversensitivity to initial values (fits were sometimes not even converging in the K_s^0 sample). The triple Gaussian was also discarded because of its unacceptable sensitivity to the maximal width of the wider Gaussian and its tendency to include background events. The single and double Gaussians both satisfied the criteria of not wrongly including background events in the signal yield. However, the single gaussian largely underestimate the real signal yield, and has a much worse goodness of fit than the double Gaussian, as can be seen on Fig. I.13 and I.14.

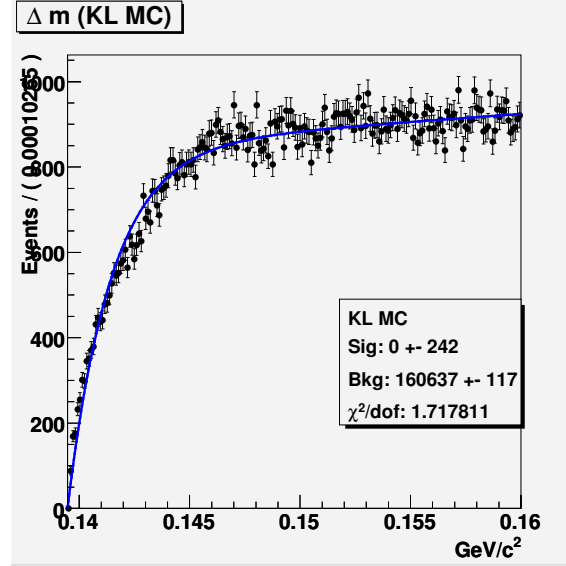


FIG. I.11 – *RooDstD0BG* + double Gaussian fit to background events only (runs 1-4 MC). The fit does not find any signal, as it should. The fit χ^2 is good. This is the combination of PDF used for the central values. All cuts have been applied. The EMC candidates selection was $E_{cal} > 0.05 \text{ GeV}$.

Hence, the combination of a double Gaussian for signal PDF and a *RooDstD0BG* for background PDF appears to be the most reasonable choice for the central values. The combination of a single Gaussian and a *RooDstD0BG* is used to estimate systematic errors. All other combinations of signal and background PDF are discarded.

The complete PDF is given by Eq. I.4 :

$$PDF = N_{sig} \cdot (f \cdot \text{NarrowGaussian} + (1 - f) \cdot \text{WideGaussian}) \times N_{bkg} \cdot \text{RooDstD0BG}. \quad (\text{I.4})$$

The two Gaussians are forced to have the same mean, which is allowed to vary by approximately 10 sigmas from the central value obtained on signal MC.

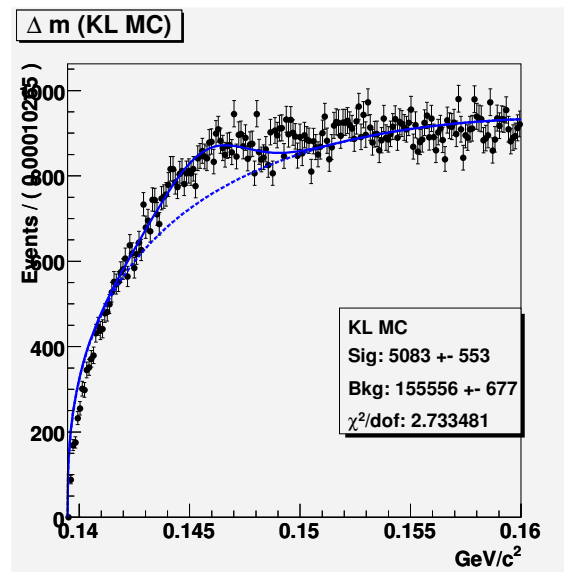


FIG. I.12 – Discarded *UnNamedBkg* background function + double Gaussian fit to background events only (runs 1-4 MC). The fit wrongly identifies $\sim 3\%$ of background events as signal events while there are none, and the fit χ^2 is larger than with a *RooDstD0BG* (Fig I.11). All cuts have been applied. The EMC candidates selection was $E_{cal} > 0.05 \text{ GeV}$.

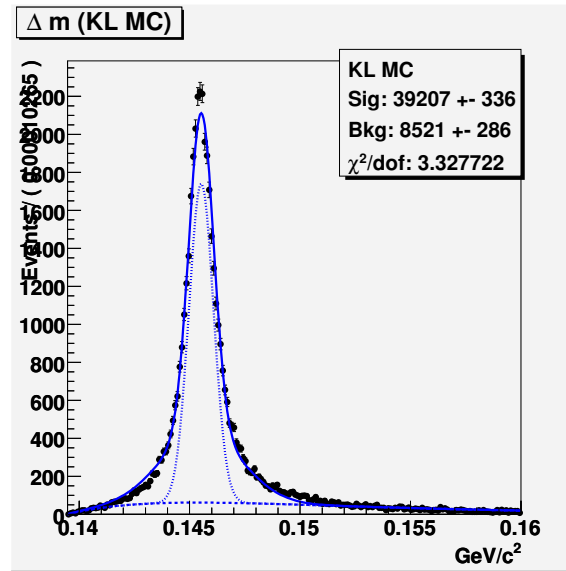


FIG. I.13 – *RooDstD0BG* + double Gaussian fit to truth-matched signal candidates only (runs 1-4 MC). It is normal that a fraction of the truth-matched signal K_L^0 do not peak and hence is not identified as signal by the peaking signal PDF. Otherwise, the double Gaussian slightly underestimate the real amount of signal in the Δm peak, but the situation is much better than with a single Gaussian (Fig I.14). The fit χ^2 is acceptable. This is the combination of PDF used for the central values. All cuts have been applied. The EMC candidates selection was $E_{cal} > 0.05 \text{ GeV}$.

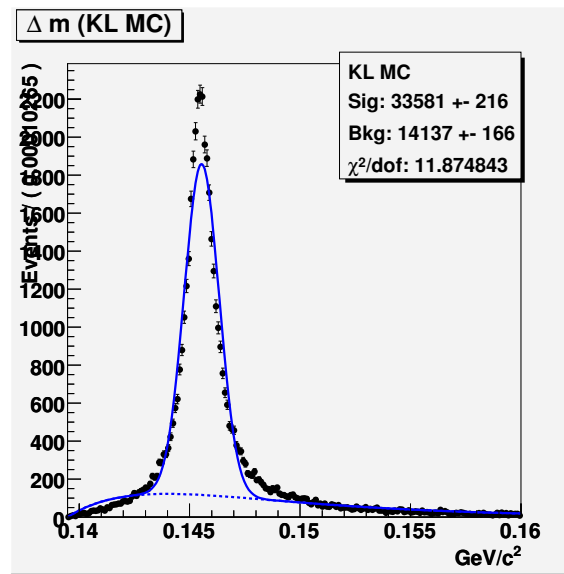


FIG. I.14 – *RooDstD0BG* + single Gaussian fit to truth-matched signal candidates only (runs 1-4 MC). It is normal that a fraction of the truth-matched signal K_L^0 do not peak and hence is not identified as signal by the peaking signal PDF. However, the single Gaussian largely underestimate the real amount of signal in the Δm peak. The fit χ^2 is poor. All cuts have been applied. The EMC candidates selection was $E_{cal} > 0.05 \text{ GeV}$.

I.8.5 Extraction of p_{K^0} , θ_{K^0} and $Ecal$ spectra

The signal K_L^0 and K_S^0 *total* yields are determined from Δm fits shown on Fig. I.7 to I.10. However, to obtain the corrections of Sect. I.8.1, we're not ultimately interested by the signal's Δm distribution but by its momentum (p_{K^0}), polar angle (θ_{K^0}) and EMC energy ($Ecal$) spectra. In addition, the signal PDF as a function of p_{K^0} , θ_{K^0} or $Ecal$ is *a priori* unknown in the real data. That's the typical use case for *sPlots*^[152] !

We obtain “ n ” bins histograms of the p_{K^0} , θ_{K^0} or $Ecal$ 1D spectra, as well as an “ $n \times m$ ” bins 2D p_{K^0} vs $Ecal$ spectrum from (only) one Δm fit via an *sPlot* projection made with the *MLSPLOT* tool of the *RhhFithh* package. This procedure gives quite smaller statistical errors than subdividing our dataset into “ n ” independent samples where the “ n ” Δm distributions would be fitted independently, and the statistical gain is even bigger for 2D histograms. In few words, the *sPlot* technique consists of associating every individual Δm entry with its associated p_{K^0} , θ_{K^0} and $Ecal$ values in an unbinned dataset before any fit is performed. The Δm fit is then performed on the dataset. And then, the signal histograms are obtained with the *sPlot* technique by weighting each candidate by its probability of being signal according to the fitted PDF, knowing the candidate's Δm . The *sWeight* of each candidate only depends on Δm and can thus be used identically for making 1D or 2D *sPlots*, independently of correlations between the *sPlotted* variables.

I.8.5.1 Validation of the *sPlot* procedure

The success of the *sPlot* procedure requires that Δm is not correlated with the *sPlotted* variables and that the Δm PDFs well describe the data. We checked that the *sPlot* procedure works in our study with the MC samples for K_L^0 and K_S^0 . For doing so, we compared the *sPlotted* spectra with those obtained using truth-matching*. Since these two ways of obtaining the spectra are completely orthogonal (*sPlot* only knows about Δm while truth-matching only knows about G4Hits),

*We used the truth-matched candidates below the Δm signal peak.

we conclude from their good agreement that both *sPlot* and truth-matching are reliable. The fact that truth-matching seems reliable for K_L^0 is also good because analysts will have to rely on truth-matching to apply our MC corrections.

Typical *sPlot* validation plots are shown on Fig. I.15 to I.20 for p_{K_L} , p_{K_S} , θ_{K_L} , θ_{K_S} , E_{cal} and E_{cal} vs p_{K_L} respectively. They all show an excellent agreement between *sPlotted* and truth-matched spectra. One exception is E_{cal} , that only shows a fair agreement, especially towards lower and higher E_{cal} values.

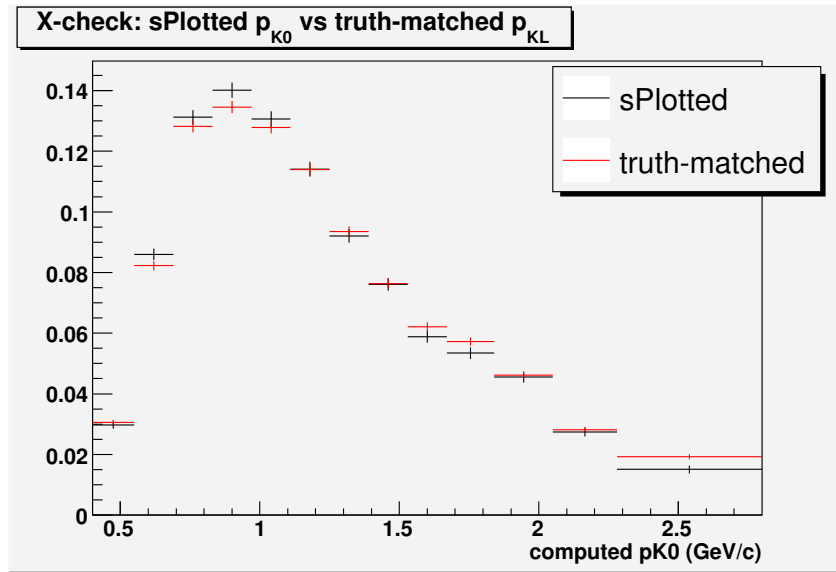


FIG. I.15 – Validation of the *sPlot* projection for the K_L^0 momentum in MC. The agreement between *sPlotted* and truth-matched is very good.

I.8.6 Correction method : data/MC ratios and double-ratios

We want to utilize the K_L^0 of the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample to obtain generic MC corrections for K_L^0 interactions in the EMC.

The simple data/MC ratio of Eq. I.5 :

$$\left(\frac{\varepsilon_{K_L^0 \text{ DATA}}}{\varepsilon_{K_L^0 \text{ MC}}} \right)_{EMC} = \frac{\#K_L^0 \text{ DATA}}{LumiScaleFactor \times \#K_L^0 \text{ MC}} \quad *not\ optimal* \quad (I.5)$$

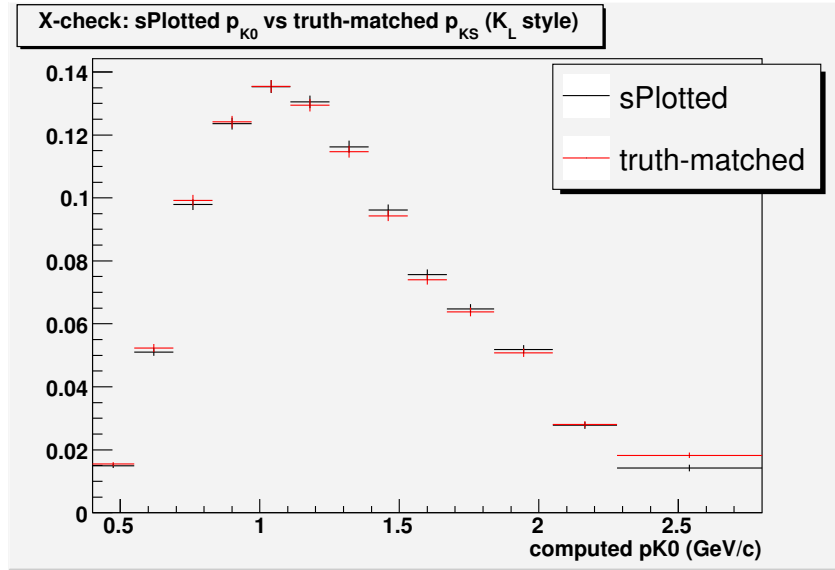


FIG. I.16 – Validation of the *sPlot* projection for the K_s^0 momentum in MC (“ K_L^0 reco style”, see text). The agreement between *sPlotted* and truth-matched is very good.

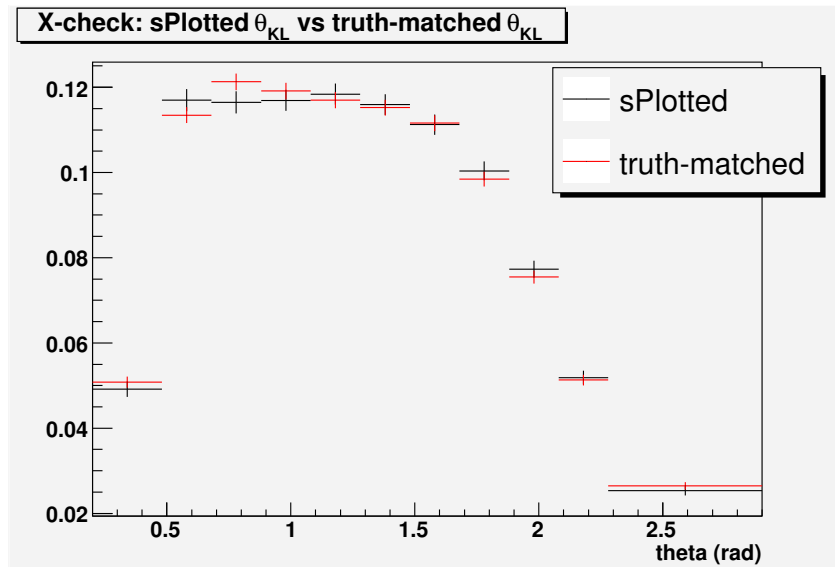


FIG. I.17 – Validation of the *sPlot* projection for the K_L^0 polar angle in MC. The agreement between *sPlotted* and truth-matched is very good.

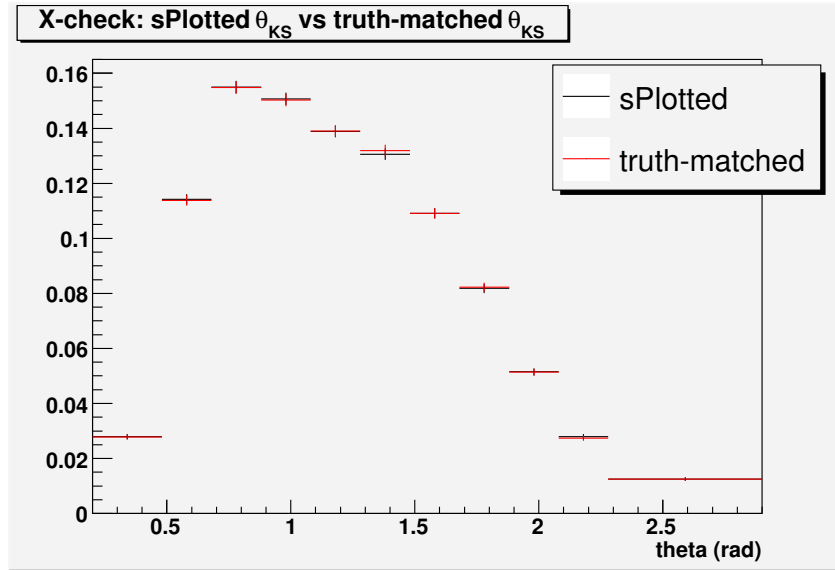


FIG. I.18 – Validation of the *sPlot* projection for the K_S^0 polar angle in MC. The agreement between *sPlotted* and truth-matched is very good.

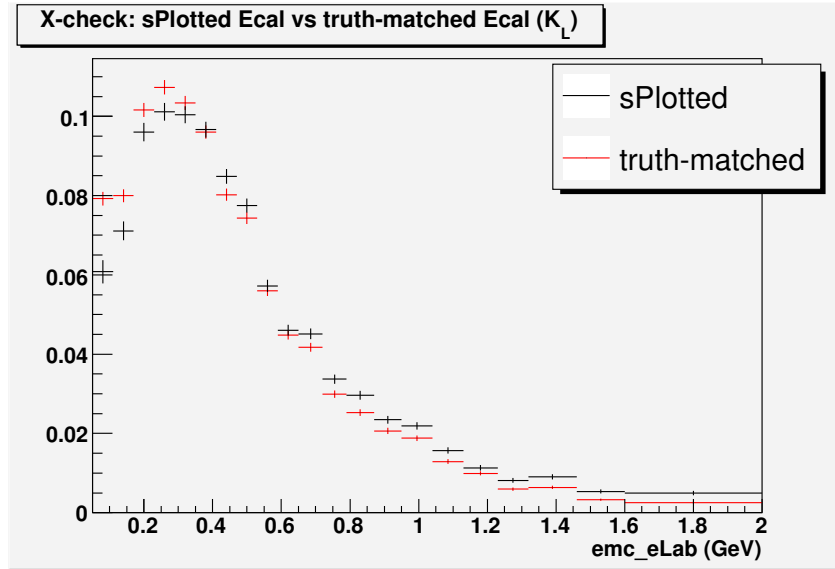


FIG. I.19 – Validation of the *sPlot* projection for the K_L^0 Ecal in MC. The agreement between *sPlotted* and truth-matched is fairly good. The average truth-matched Ecal is $0.428 \pm 0.004 \text{ GeV}$, while the average *sPlotted* Ecal is $0.460 \pm 0.005 \text{ GeV}$ (7.5% difference).

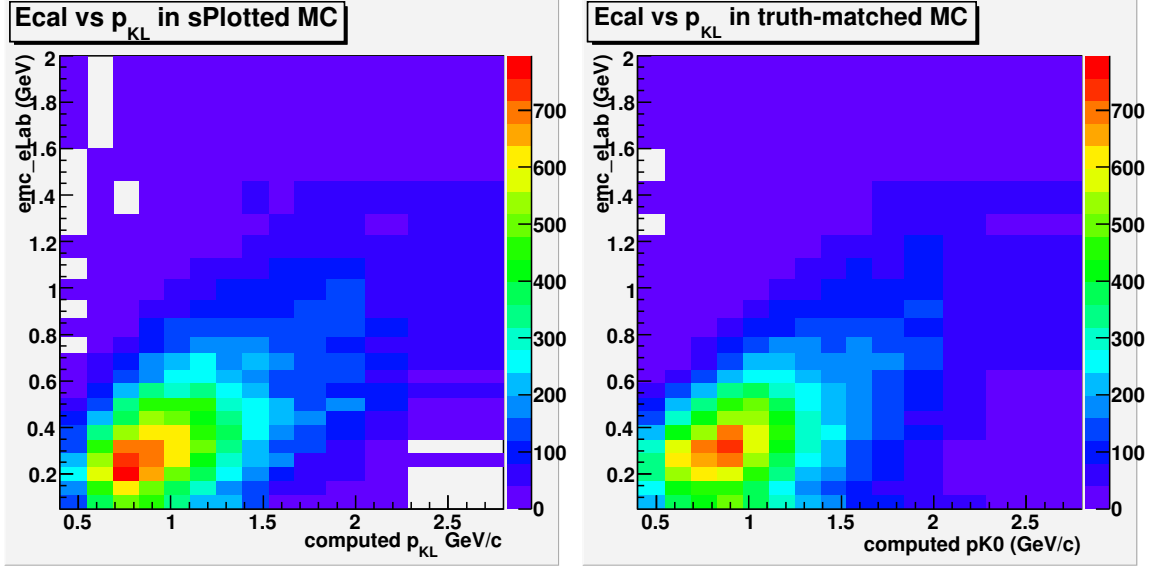


FIG. I.20 – Validation of the 2D *sPlot* projection for p_{K_L} vs E_{cal} in MC. The agreement between *sPlotted* and truth-matched is fairly good. The average truth-matched E_{cal} differs from the *sPlotted* E_{cal} by $\sim 3\text{-}15\%$ at low and high p_{K_L} , but agrees to less than a percent for mid- p_{K_L} .

where $\#K_L^0_{DATA}$ and $\#K_L^0_{MC}$ are the signal K_L^0 yields respectively obtained from the data and MC $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ samples, would give us something that depends primarily on the K_L^0 EMC interactions **if** $\#K_L^0_{MC}$ was properly scaled to the data luminosity. However, there are unescapable and relatively large uncertainties on the MC *LumiScaleFactor* that do not depend on the K_L^0 EMC interactions, but on the D^* production rate, D^0 BF, $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ kinematic in the Dalitz plane and other generator-level quantities.

To isolate data/MC discrepancies of K_L^0 interactions in the EMC potentially (affecting many *BABAR* analyses) from other potential data/MC discrepancies (that are specific to our $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample), it is better to use the double-ratio of Eq. I.6 :

$$\left(\frac{\varepsilon_{K_L^0_{DATA}}}{\varepsilon_{K_L^0_{MC}}} \right)_{EMC} = \frac{\left(\frac{\#K_L^0}{\#K_S^0} \right)_{DATA}}{\left(\frac{\#K_L^0}{\#K_S^0} \right)_{MC}} = \frac{\left(\frac{\#K_L^0_{DATA}}{\#K_L^0_{MC}} \right)}{\left(\frac{\#K_S^0_{DATA}}{\#K_S^0_{MC}} \right)} \quad (\text{I.6})$$

where $\#K_L^0$ and $\#K_S^0$ are the K_L^0 and K_S^0 yields (data or MC) respectively obtained

from the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ and $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ samples.

In Eq. I.6, there is no more *LumiScaleFactor* because that factor is the same for the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ and $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ samples and hence cancels out. All generator-level effects (i.e. production rates) being cancelled out, the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ over $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ double-ratio thus remains sensitive to reconstruction effects only. And since we can safely assume that the K_S^0 reconstruction is much better simulated than the K_L^0 one, we conclude that deviations of the double-ratio from 1.0 shall be the consequence of data/MC differences of the K_L^0 reconstruction in the EMC, i.e. by the imperfect modelisation of the K_L^0 hadronic showers and of the EMC response to it. To be valid, Eq. I.6 needs the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ and $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ samples integrated luminosities to be equal, which is guaranteed by a built-in feature of our ntuple builder code[†].

I.8.6.1 Average EMC efficiency correction

The average EMC efficiency correction for MC K_L^0 directly is the double-ratio of Eq. I.6, computed from the entire signal yields given by the Δm fits described in Sect. I.8.2.2 and I.8.3.2.

It is probably not optimal to use this single number correction in most cases (see Sect. I.8.1). The actual corrections are given in Sect. I.9.2 for various EMC selections and datasets.

I.8.6.2 EMC efficiency corrections vs p_{K^0} and θ_{K^0}

The EMC efficiency corrections vs p_{K^0} is given by the double-ratio of Eq. I.6 computed in bins of p_{K^0} . In this case the K_S^0 and K_L^0 yields are extracted in each p_{K^0} bin with the *sPlot* procedure described in Sect. I.8.5.

The p_{K^0} -dependent double-ratio is the appropriate MC correction for analyses insensitive to the K_L^0 EMC energy. Details of the K_L^0 momentum computation in

[†]Our ntuple builder code is *K0LUser/K0LEffModuleV3*, inheriting from *AppModule*. The module fills a unique ntuple simultaneously for $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ and $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ decays when running. It was run over *AllEvents* skimmed collections.

this analysis are discussed in App. I.11.

We also computed the double-ratio in bins of θ_{K^0} , but found that it is essentially flat, and thus that the simulation do not need to be corrected vs θ_{K^0} .

The actual corrections are given in Sect. I.9.3 for various EMC selections and datasets.

I.8.6.3 K_L^0 MC corrections vs *Ecal*

There are evidences that *Ecal* is not well modeled for K_L^0 , and analyses depending on the K_L^0 EMC energy should correct the simulation for that. It is however impossible to use Eq. I.6 in this case because *Ecal* is not defined in the $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ sample (K_S^0 do not reach the EMC). Still, if we suppose that the *LumiScaleFactor* of Eq. I.5 is constant vs *Ecal* and that the K_L^0 efficiency is the same in data and MC (something happening in principle after the corrections of Sect. I.8.6.2 have been applied), we can compare the relative numbers of K_L^0 vs *Ecal* in data and MC. In other words, it is possible to answer the question : “once a K_L^0 is detected by the EMC, what’s is probability or having a particular *Ecal* in data vs MC?” With our $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample, this is done by scaling data and MC *Ecal* histograms to the same area before comparing them[‡].

This information can then be used in two ways. In a situation where K_L^0 weighting or killing is practical to use[§], one can apply an *Ecal*-dependent efficiency correction. Otherwise, one can change *Ecal* with scale factors in its MC K_L^0 candidates (attribute correction), and correct the K_L^0 efficiency independently of *Ecal*. The methods to obtain both types of corrections are explained below. Actual corrections are given in Sect. I.9.4 for various EMC selections and datasets.

EMC efficiency corrections vs *Ecal*

[‡]This also applies to other EMC cluster attributes (e.g. moments, zernike, etc.).

[§] K_L^0 killing should be problematic in most cases since the K_L^0 EMC efficiency gets lower in MC than data at higher *Ecal*.

The EMC efficiency corrections vs $Ecal$ is obtained from the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample by taking the $Ecal$ $sPlots$ of data and MC, normalizing both of them to the same area, and then taking the data/MC ratio. In each $Ecal$ bin, the efficiency correction is then given by Eq. I.7 :

$$\left(\frac{\varepsilon_{K_L^0 DATA}}{\varepsilon_{K_L^0 MC}} \right)_{Ecal} = \frac{(\#K_L^0(Ecal))_{DATA}}{(\#K_L^0(Ecal))_{MC}} \quad *normalized\ to\ same\ area* \quad (I.7)$$

Since this correction is not obtained from the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ over $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ double-ratio, it intrinsically suffers from the relatively large uncertainties discussed in Sect. I.8.6, and it is probably better to use the EMC efficiency corrections vs p_{K^0} and $Ecal$ in most cases.

Average Ecal scale factor

Instead of performing K_L^0 killing or weighting using Eq. I.7, some analysts may wish to correct their K_L^0 $Ecal$ in the MC with an attribute correction, by directly modifying the energy of their K_L^0 candidates. For this purpose, we define an $Ecal$ scale factor that is the ratio of the average $Ecal$ in data and MC, given by Eq. I.8 :

$$Ecal\ Scale = \frac{(\overline{Ecal})_{DATA}}{(\overline{Ecal})_{MC}}, \quad (I.8)$$

where $\overline{Ecal}$ is the average $Ecal$ defined by Eq. I.9.

$$\overline{Ecal} = \frac{\sum_{i=1}^n E_i \cdot N_i}{\sum_{i=1}^n N_i}. \quad (I.9)$$

In Eq. I.9, $\overline{Ecal}$ is obtained from the “ n ” bins 1D $Ecal$ $sPlot$ where E_i is the center value in the i^{th} $Ecal$ bin (no error) and N_i is the $sPlotted$ yield in this bin (with error).

Here again, we do not recommend to use this average $Ecal$ scale factor consis-

ting of a single number. Instead, we recommend to use the *Ecal* scale factors vs p_{K^0} table (in combination with the EMC efficiency corrections vs p_{K^0}).

Combination of p_{K^0} and *Ecal* corrections

The combination of *Ecal* and p_{K^0} corrections can't be obtained by simply multiplying the 1D *Ecal* and p_{K^0} corrections of Sect. I.8.6.2 and I.8.6.3 because *Ecal* and p_{K^0} are correlated together.

To combine *Ecal* and p_{K^0} corrections, we make a 2D p_{K^0} vs *Ecal* *sPlot* with the K_L^0 samples (similar to Fig. I.20) and a 1D p_{K^0} *sPlot* with the K_S^0 samples (similar to Fig. I.16), all histograms having the same p_{K^0} binning. With these histograms, we can still obtain an EMC efficiency corrections vs p_{K^0} correction, similarly to Sect. I.8.6.2. However, we can also obtain an *Ecal* histogram for each p_{K_L} column of the 2D *sPlot*. This p_{K_L} -dependent *Ecal* information can be combined safely with the EMC efficiency corrections vs p_{K^0} since both corrections used the same p_{K^0} binning.

To obtain the EMC efficiency corrections vs p_{K^0} , we use the double-ratio of Eq. I.6, where $\#K_S^0$ is still the number of entries in the p_{K^0} bin of the 1D *sPlot*, but $\#K_L^0$ is now the sum of entries in the p_{K^0} column of the 2D *sPlot*.

The *Ecal* information is then obtained differently for efficiency or scale factor corrections.

EMC efficiency corrections vs p_{K^0} and *Ecal*

The EMC efficiency corrections vs p_{K^0} and *Ecal* are obtained in two steps. First we get the EMC efficiency corrections vs p_{K^0} described above. Then, the *Ecal* part of the efficiency correction is obtained in each p_{K_L} bin from the 2D *sPlot*. In each p_{K_L} column of the 2D *sPlot*, we fill a 1D *Ecal* histogram from the 2D histogram cells in data and MC, normalize the 1D *Ecal* histograms to the same area for data and MC, and take the data/MC ratio of Eq. I.7.

The product of these two corrections is the EMC efficiency corrections vs p_{K^0} and $Ecal$, usable in the form of K_L^0 killing or weighting.

Ecal scale factors vs p_{K^0}

The $Ecal$ scale factors vs p_{K_L} is obtained by making one 1D $Ecal$ histogram for each p_{K_L} column of the 2D p_{K_L} vs $Ecal$ *sPlot* in data and MC. Then, in each p_{K_L} bin, we use Eq. I.8 to obtain the $Ecal$ scale factor relevant for that p_{K_L} bin. This correction should be combined with an EMC efficiency corrections vs p_{K^0} that uses the same p_{K_L} binning.

I.8.7 Systematic errors

Some systematic errors have been quantitatively estimated at this point :

- **Background level in MC :** We did not explicitly included the $B\bar{B}$ combinatoric background in the simulation, which explains the significant differences in the background levels observed between data and MC in Fig. I.7 and I.8, as well as Fig. I.9 and I.10. In addition, we noted in Sect. I.8.4 that a significant fraction of the background events can be systematically confused with signal when the Δm fit is performed with the wrong PDF. Hence, the background level differences can cause a variation of the $\frac{data}{MC}$ ratio if a part of the background is actually identified as signal. Even though we expect that effect to largely cancel out in the double-ratio and we explicitly chosen our signal and background PDF to avoid such effect, we still wish to estimate its potential impact on our results. For doing so, we increase the level of background as much as we can by mixing together R16 and R18 $c\bar{c}$ background events. We quote the variation of the results as the systematic error resulting from this background level effect. For analysis-26 runs 1-4 data, this corresponds to a $\sim 20\%$ increase of the background level, resulting in a small $\pm 0.5\%$ variation of the average Average EMC efficiency correction. In the future, this procedure could be improved by processing more MC background

events (notably generic $B\bar{B}$).

- **Imperfect PDF choice** : In Sect. I.8.5, we noted that the *sPlot* projection depends on the PDF correctly describing the data. Even though we explicitly validated the *sPlot* procedure in the context of this analysis, we estimate potential systematic effects of the imperfect double Gaussian + *RooDstD0BG* PDF used for the central values by comparing them with results obtained with a single Gaussian signal PDF and considering the difference as a systematic error. This approach is conservative because we can see right away that a single Gaussian is not a very good PDF for our samples. However, it only has a small $\pm 0.5\%$ effect on the average EMC efficiency correction (analysis-26 runs 1-4 data).
- ***sPlot* procedure for *Ecal*** : The validation of the *sPlot* procedure described in Sect. I.8.5.1 was not totally convincing for *Ecal*, as seen on Fig. I.19. We have estimated that the relative systematic error on our *Ecal* scale factors potentially coming from an imperfect *sPlot* projection of *Ecal* is given by Eq. I.10 :

$$EcalSystErr = \frac{(\overline{Ecal})_{truth-matched} - (\overline{Ecal})_{sPloted}}{(\overline{Ecal})_{truth-matched}} \quad (I.10)$$

where the $\overline{Ecal}$ are taken from the MC $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample.

For the average *Ecal* scale factor, we obtain a systematic error of $\pm 7.5\%$ (analysis-26 runs 1-4 data). For the *Ecal* scale factors vs p_{K^0} , we use Eq. I.10 in each p_{K_L} bin of Fig. I.21, and obtain systematic errors varying between 0% and 3% for $p_{K_L} < 1.8 \text{ GeV}/c$ (up to 15% for the highest p_{K_L} bin).

- **p_{K^0} bias** : The bias of the computed p_{K^0} discussed in App. I.11 can affect the EMC efficiency corrections vs p_{K^0} . In addition to the “raw” double-ratio described in Sect. I.8.6.2, we have computed the same double-ratio with the unfolded p_{K^0} (using Bayes algorithm, see App. I.11), and taken the difference between “raw” and unfolded EMC efficiency corrections vs p_{K^0} as the systematic error. As illustrated by Fig. I.22, this procedure gives a 25% error in the lowest p_{K^0} bin, $\sim 5\%$ in the second bin, and less than 2% for the rest of

the momentum spectrum.

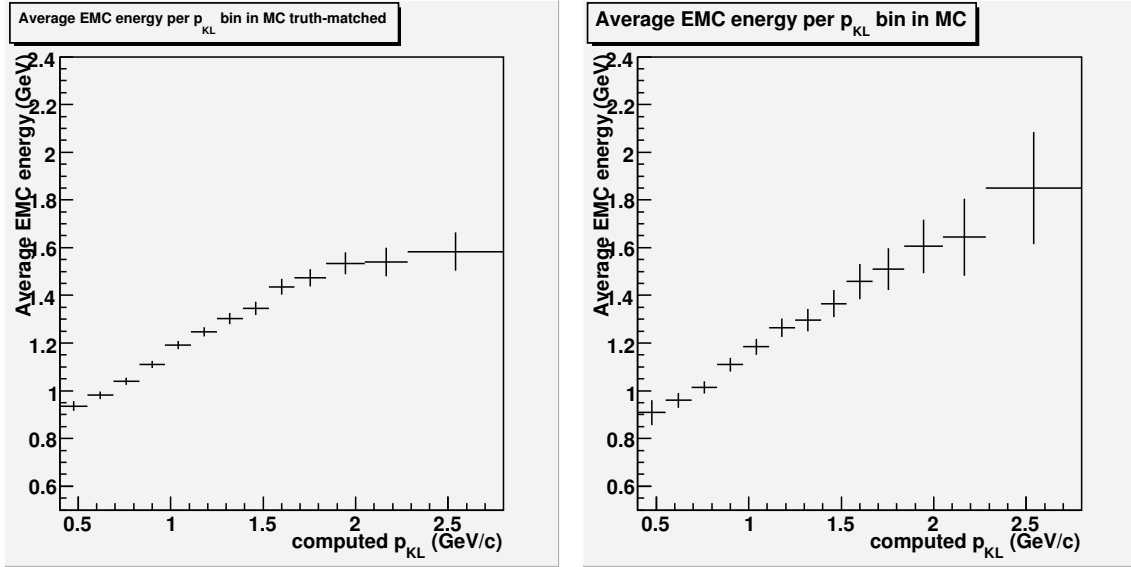


FIG. I.21 – Average E_{cal} vs p_{K^0} in truth-matched (left) and $sPlotted$ (right) MC signal for analysis-26 runs 1-4 MC with $E_{cal} > 0.05 \text{ GeV}$. The information in these plots is used in Eq. I.10 to get the E_{cal} scale factors vs p_{K^0} systematic errors.

We didn't estimated the potential systematic error coming from data/MC discrepancies of the K_S^0 reconstruction yet, but this error is expected to be relatively small. The systematic errors currently estimated cover the most obvious features of the E_{cal} scale factors vs p_{K^0} and EMC efficiency corrections vs p_{K^0} . Further work might be needed to get the systematic errors relevant for other corrections[¶].

Table I.5 gives a quick overview of the typical systematic error size. The complete and detailed systematic errors are available in the K0LTools/K0LEMCWeight class, which is the only recommended tool to access and use the K_L^0 corrections and their errors.

[¶]Please contact cote@slac.stanford.edu for questions or requests. ;-)

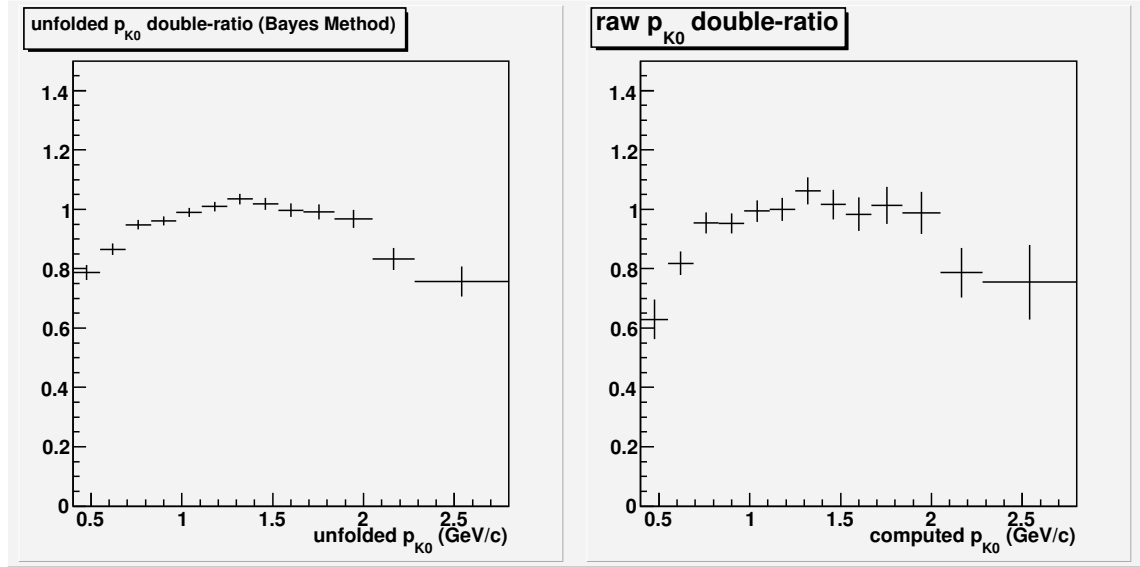


FIG. I.22 – EMC efficiency corrections vs unfolded (left) and raw (right) p_{K^0} for analysis-26 runs 1-4 with $E_{cal} > 0.05 \text{ GeV}$. The difference between the two plots is the systematic error on the EMC efficiency corrections vs p_{K^0} .

Background level	$\pm 0.5\%$	Average EMC efficiency
PDF choice	$\pm 0.5\%$	Average EMC efficiency
E_{cal} sPlot	$\pm 7.5\%$	Average E_{cal} scale factor
p_{K^0} bias	$\pm 25\%$	EMC efficiency ($p_{K^0} < 0.55 \text{ GeV/c}$)
p_{K^0} bias	$\pm 5\%$	EMC efficiency ($0.55 < p_{K^0} < 0.69 \text{ GeV/c}$)
p_{K^0} bias	$\pm 2\%$	EMC efficiency ($p_{K^0} > 0.69 \text{ GeV/c}$)

TAB. I.5 – Typical systematic errors size obtained with analysis-26 runs 1-4 data and MC with $E_{cal} > 0.05 \text{ GeV}$. See text for details.

I.9 MC corrections results for K_L^0 in the EMC

We have produced K_L^0 efficiency corrections for various datasets and EMC candidates selections. Analysts can also choose among few different corrections formats listed and commented in Sect. I.8.1. In all cases, the corrections should only be applied to true K_L^0 (identified via MC truth-matching) and are functions of the true K_L^0 properties (momentum, polar angle). Efficiency corrections are applied by weighting or killing truth-matched K_L^0 candidates, while cluster attribute corrections are applied by multiplying the cluster attribute by scaling factors.

So far, we have looked at only two datasets : analysis-26 runs 1-4 data and analysis-30 run 5 data. In general, all corrections are very similar between the two datasets, as expected since the K_L^0 hadronic shower simulation didn't change between SP5 and SP8.

After a brief technical discussion in Sect. I.9.1, the rest of Sect. I.9 is dedicated to quoting the results obtained for all corrections, without much discussion. Please read Sect. I.8 for all definitions, discussions and explanations. Also, since many corrections take the form of 1D or 2D Tables, we can't explicitly show all these numbers within a BAD chapter. Hence, most corrections are presented in the form of illustrative plots. To look at the explicit and detailed corrections' values and errors, please look directly into the code of the `K0LTools/K0LEMCWeight` class.

I.9.1 How to use the MC corrections in your analysis

It should be fairly simple to use the K_L^0 corrections in your analysis. Only three things need to be done :

- Decide which available correction is best for your needs by reading Sect. I.8.1 ;
- Identify K_L^0 among your EMC candidates using MC truth-matching ;
- Get an efficiency correction using the **K0LTools/K0LEMCWeight** class, and apply it by weighting or killing each truth-matched K_L^0 ;
- (Optional) Get a cluster attribute correction from `K0LEMCWeight` (only *Ecal* is currently available), and apply it by scaling the attribute (*Ecal*) of

each truth-matched K_L^0 candidate.

I.9.2 Average EMC efficiency correction and Ecal scale factor

The average K_L^0 EMC efficiency correction and *Ecal* scale factor only consists of a single number given in Tables I.6 to I.7 for various EMC selections and datasets. In principle, these corrections depend on the particular kinematic of our $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample being similar to your analysis' K_L^0 kinematic, a problem that can be avoided by using the binned MC corrections of Sect. I.9.3 and I.9.4. Please read Sect. I.8.1 and I.8.6.1 for more details.

EMC selection	average efficiency correction	average <i>Ecal</i> scale factor
CalorNeutral	not yet available	not yet available
<i>Ecal</i> > 0.05 GeV	$0.956 \pm 0.021 \pm 0.007$	$1.278 \pm 0.020 \pm 0.096$
GoodPhotonLoose	not yet available	not yet available

TAB. I.6 – Analysis-26 runs 1-4 average MC corrections to K_L^0 efficiency and energy deposition for various EMC candidates selections.

EMC selection	average efficiency correction	average <i>Ecal</i> scale factor
CalorNeutral	not yet available	not yet available
<i>Ecal</i> > 0.05 GeV	$0.989 \pm 0.043 \pm 0.007$	$1.238 \pm 0.039 \pm 0.11$
GoodPhotonLoose	not yet available	not yet available

TAB. I.7 – Analysis-30 run 5 average MC corrections to K_L^0 efficiency and energy deposition for various EMC candidates selections.

I.9.3 EMC efficiency corrections vs p_{K^0} and θ_{K^0}

EMC efficiency corrections vs p_{K^0} are shown on Fig. I.23 to I.24 for various EMC selections and datasets. These corrections are independent of the kinematic of our $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample and can safely be used in all analyses. They are the recommended corrections for analyses not depending on *Ecal*.

EMC efficiency corrections vs θ_{K^0} are shown on Fig. I.25 to I.26 for various EMC selections and datasets. No sharp dependence is observed, and the θ_{K^0} dependence of efficiency can be neglected.

Please read Sect. I.8.1 and I.8.6.2 for more details.

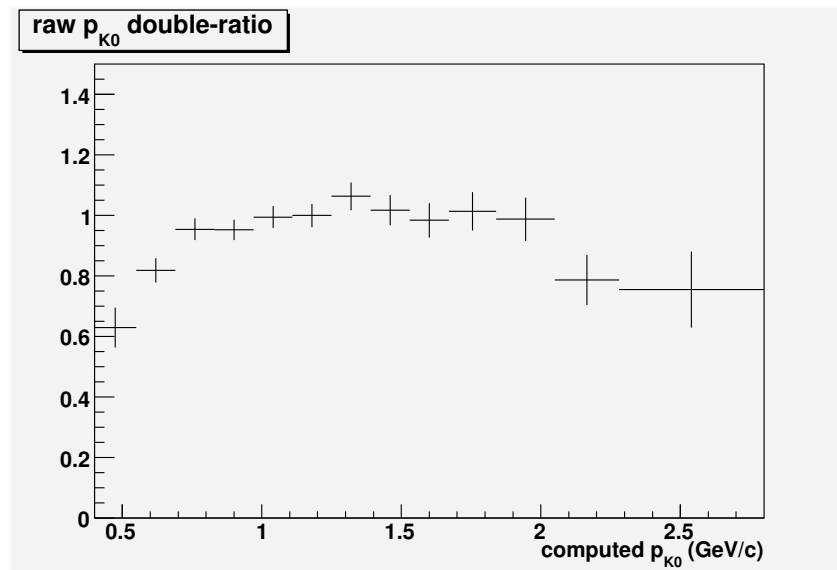


FIG. I.23 – Analysis-26 runs 1-4 EMC efficiency corrections vs p_{K^0} , independently of E_{cal} .

I.9.4 K_L^0 MC corrections vs E_{cal}

It is recommended that analyses using K_L^0 's E_{cal} (reconstructed EMC energy in the laboratory frame) use specific E_{cal} corrections because this variable appears to be particularly badly simulated. There are however some complications when computing E_{cal} -dependent corrections because the $\frac{D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-}{D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-}$ double-ratio method is not usable in this case. For analyses doing a sum over all EMC candidates' E_{cal} of events, we recommend to use E_{cal} scale factors vs p_{K^0} (Sect. I.9.4.3) in combination with EMC efficiency corrections vs p_{K^0} (Sect. I.9.3). For further discussions, please read Sect. I.8.1 and I.8.6.3.

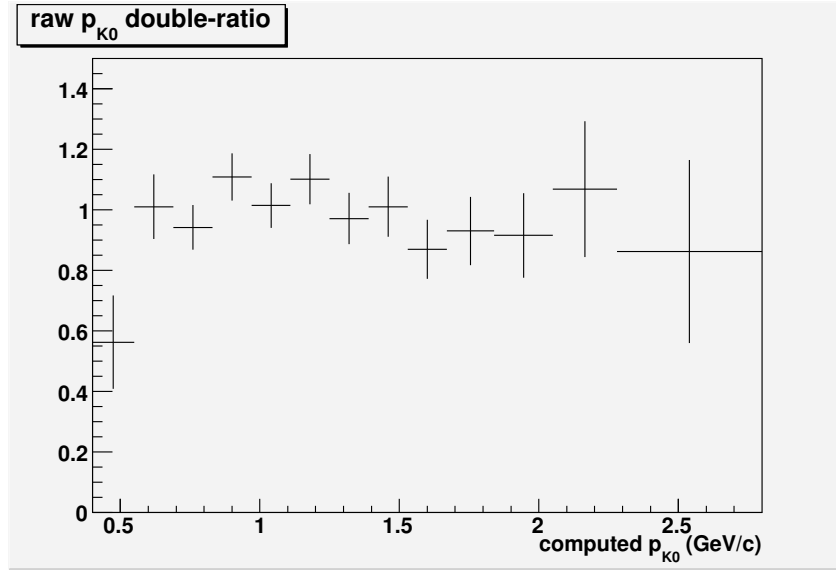


FIG. I.24 – Analysis-30 run 5 EMC efficiency corrections vs p_{K^0} , independently of E_{cal} .

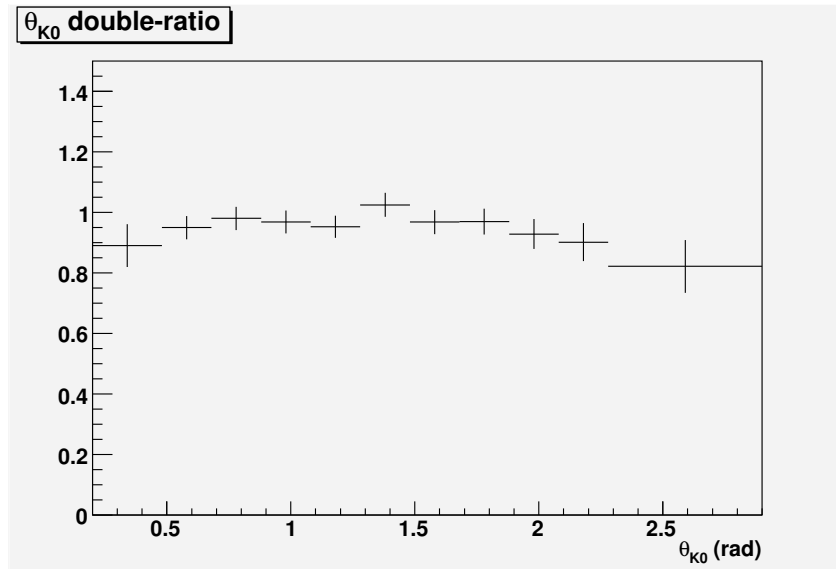


FIG. I.25 – Analysis-26 runs 1-4 EMC efficiency corrections vs θ_{K^0} .

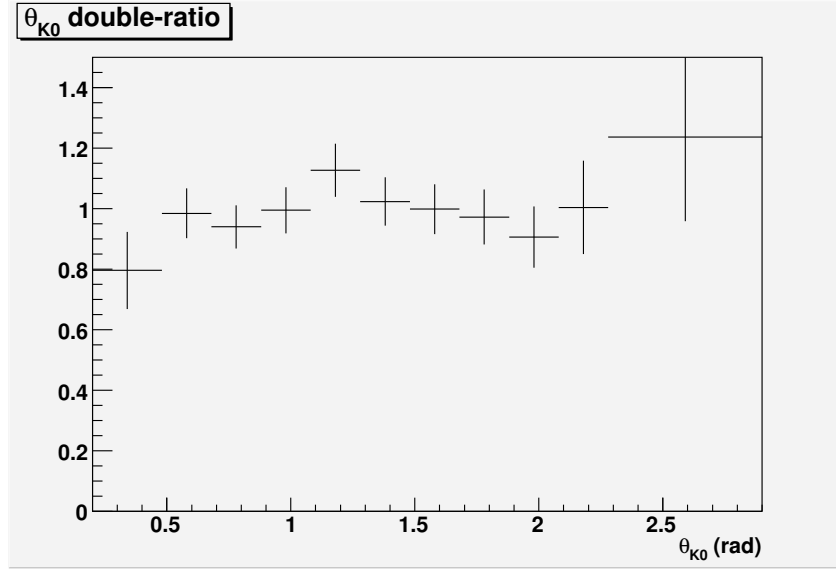


FIG. I.26 – Analysis-30 run 5 EMC efficiency corrections vs θ_{K^0} .

I.9.4.1 EMC efficiency corrections vs E_{cal}

EMC efficiency corrections vs E_{cal} (independent of p_{K_L}) are shown on Fig. I.27 to I.28 for various EMC selections and datasets. These corrections should be combined with an average EMC efficiency correction (Sect. I.9.2). For combination with EMC efficiency corrections vs p_{K^0} , please see Sect. I.9.4.2.

I.9.4.2 EMC efficiency corrections vs p_{K^0} and E_{cal}

EMC efficiency corrections vs p_{K^0} and E_{cal} take the form of a 2D Table, illustrated by Fig. I.29. This correction is obtained by the product of two corrections : an EMC efficiency correction vs p_{K^0} (similar to Fig. I.23) computed by summing the entries in each p_{K_L} column, and an EMC efficiency correction vs E_{cal} (similar to Fig. I.27) computed independently in each p_{K_L} column of the Fig. I.29.

Please read Sect. I.8.6.3 for details.

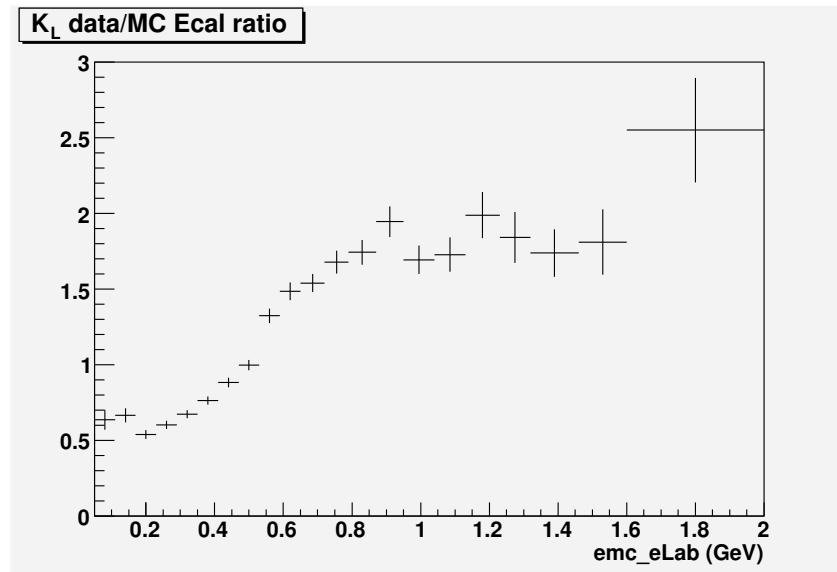


FIG. I.27 – Analysis-26 runs 1-4 MC corrections to K_L^0 reconstructed energy in the EMC (E_{cal}), independently of p_{K_L} and of efficiency. This correction should be combined with the global efficiency correction of Table I.6.

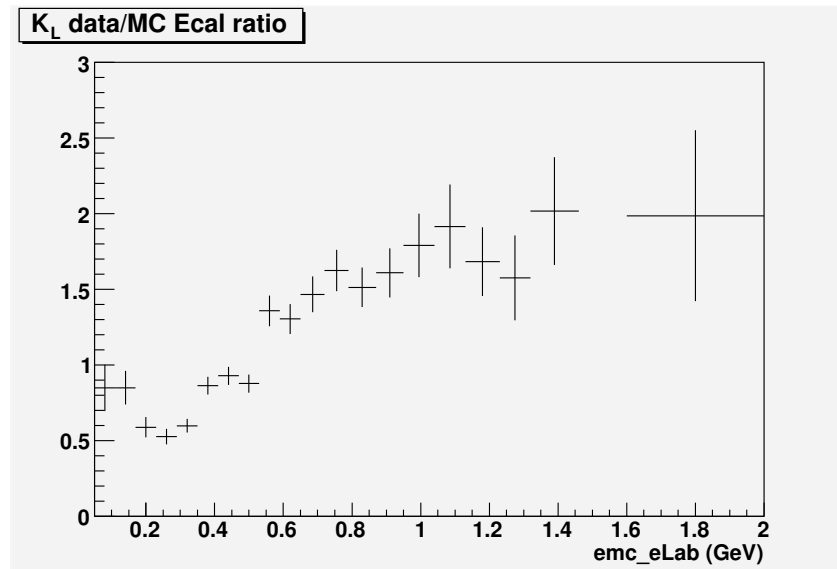


FIG. I.28 – Analysis-30 run 5 MC corrections to K_L^0 reconstructed energy in the EMC (E_{cal}), independently of p_{K^0} . This correction should be combined with the global efficiency correction of Table I.6.

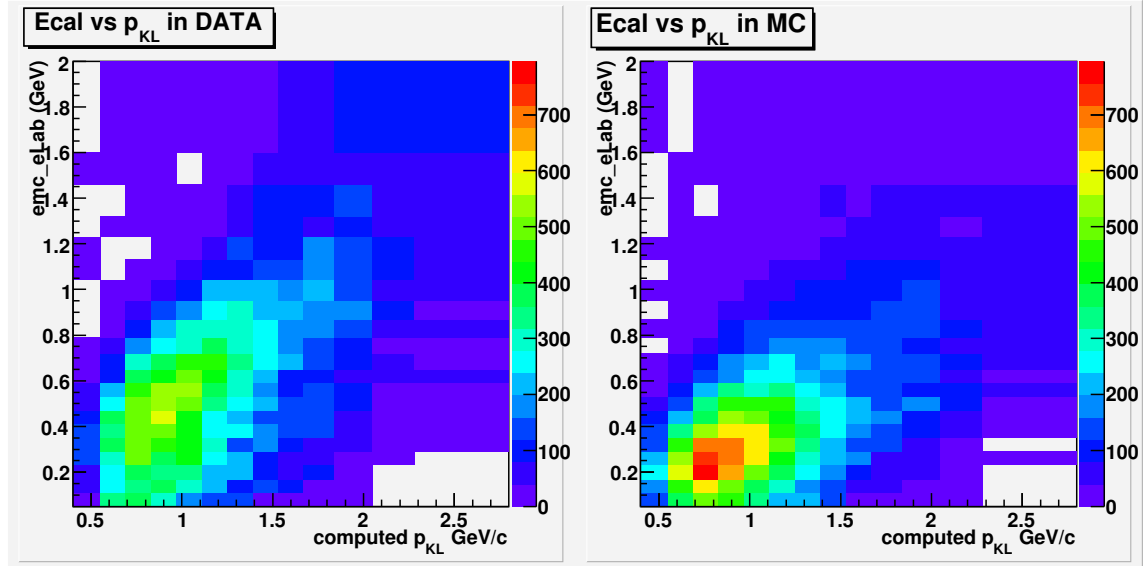


FIG. I.29 – 2D *sPlot* of p_{KL} vs E_{cal} for runs 1-4 Data and MC (analysis-26).

I.9.4.3 E_{cal} scale factors vs p_{K^0}

The E_{cal} scale factors vs p_{K^0} are illustrated on Fig. I.31 are obtained by taking the ratio of the data and MC plots illustrated on Fig. I.30. On Fig. I.30, each bin entry is the average E_{cal} value of the corresponding p_{KL} column of Fig. I.29.

Please read Sect. I.8.6.3 for details.

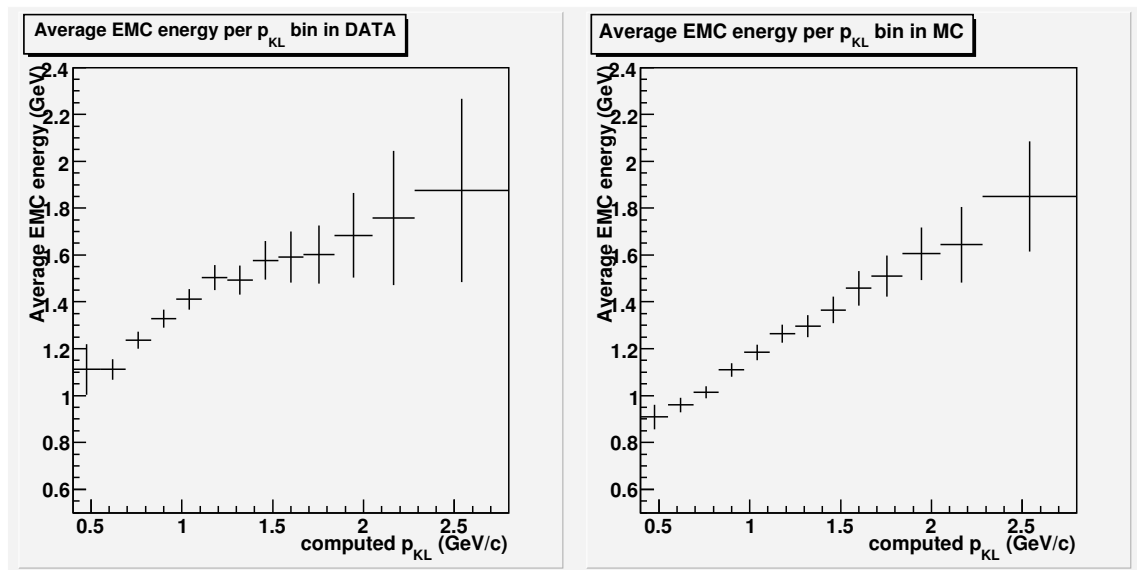


FIG. I.30 – Average E_{cal} vs p_{KL} for runs 1-4 Data and MC (analysis-26). The plots were derived from the information of Fig I.29.

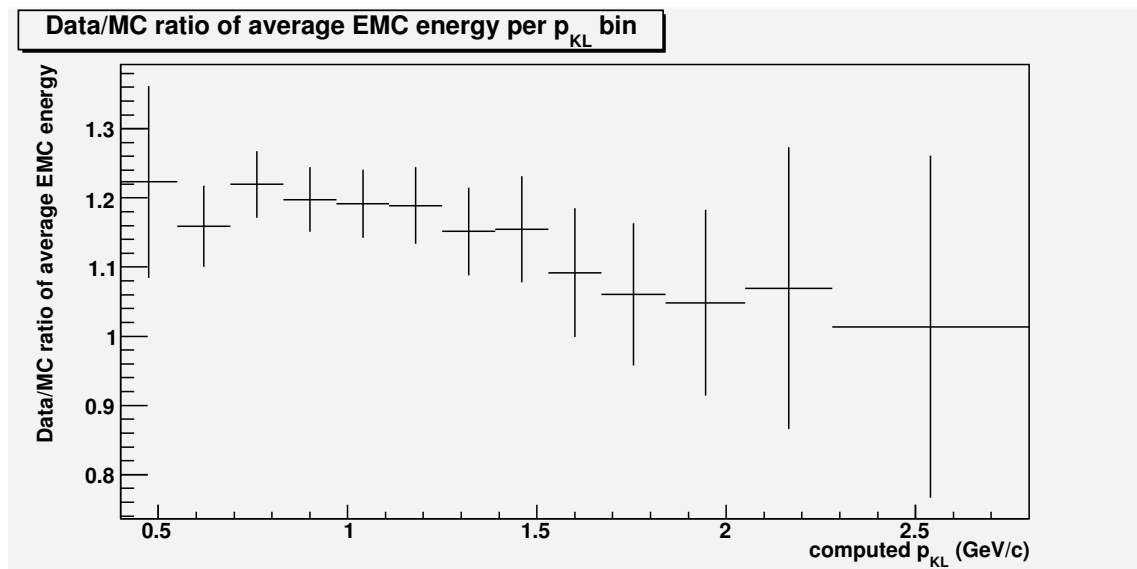


FIG. I.31 – Data/MC ratio of average E_{cal} vs p_{KL} for runs 1-4 Data and MC (analysis-26). The plots were derived from the information of Fig I.30.

I.10 Appendix – K_L^0 reconstruction efficiencies with the $e^+e^- \rightarrow \phi(K_S^0 K_L^0)\gamma$ sample

I.11 Appendix – K_L^0 momentum bias with the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample

As described in Sect. I.2.1, p_{K_L} is not measured directly, but deduced from the position of the EMC bump and the hypothesis that it came from a $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ decay. This procedure yields two mathematical solutions :

$$p_{K_L\pm} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a \cdot c}}{2a}$$

where the definition of a, b and c is given in Sect. I.2.1 (not important for this discussion).

For all studies done with the $D^0 \rightarrow K_L^0 \pi^+ \pi^-$ sample, we ignored the low p_{K_L-} solution and always used the high p_{K_L+} solution. The reasons for that are clearly illustrated by Fig. I.32, where we see that the high solution is much closer to the true value on average. However, we also see on that figure that the high solution is more frequently above than below the true value, which introduce a bias of p_{K_L} towards higher values. Still, the bias of the high solution towards higher values is much less severe than the bias of the low solution towards lower values.

The high solution (p_{K_L+}) is thus clearly better than the low solution. Yet, its bias towards higher values is not negligible and can potentially be problematic since we use it to compute EMC efficiency corrections vs p_{K^0} (see Sect. I.8 and I.9). In this case, the problem is that the corrections were constructed with the biased p_{K_L+} , but are used with the true p_{K_L} , which can in turn bias the correction itself!

One solution to this problem is to unfold the computed p_{K_L+} to its true p_{K_L} value, and then to compute the p_{K_L} -dependent efficiency corrections with the unfolded p_{K_L} . For this purpose, we made some tests with the *RooUnfold* package and the $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ sample that seemed very promising, as illustrated on Fig. I.33.

On the other hand, the computed p_{K_L} bias is much smaller for the candidates in the Δm signal peak, and these are the candidates that are used to obtain the p_{K_L} -dependent efficiency corrections. The real bias of our method is thus better

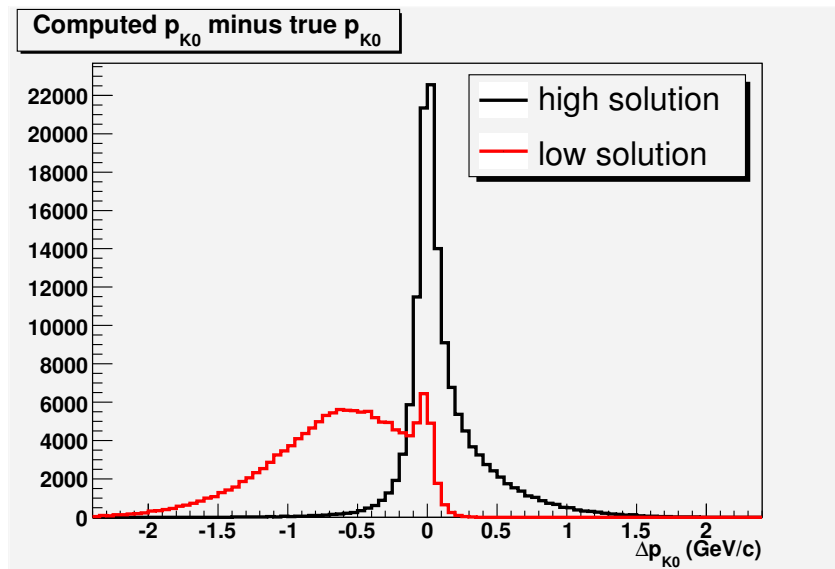


FIG. I.32 – Two mathematical solutions (high and low) of computed p_{K_L} minus true p_{K_L} for all candidates with $\Delta m < 0.16$ GeV/ c^2 . We observe that the high solution is closer to the true value on average. The high solution is also more frequently above than below the true value, which introduce a p_{K_L} bias towards higher values.

illustrated by Fig. I.34 and I.35. This smaller bias in the Δm signal peak is logical : it is precisely because these candidates have a well-reconstructed K_L^0 momentum that they are peaking, otherwise they wouldn't form a peak !

For simplicity, we are not currently using the unfolded p_{K0} values to compute K_L^0 corrections. We are however considering the difference between raw and unfolded EMC efficiency corrections vs p_{K0} as a systematic error. It turns out that this error is relatively modest outside the lowest p_{K0} bin. We are however considering to use unfolding more extensively in the future.

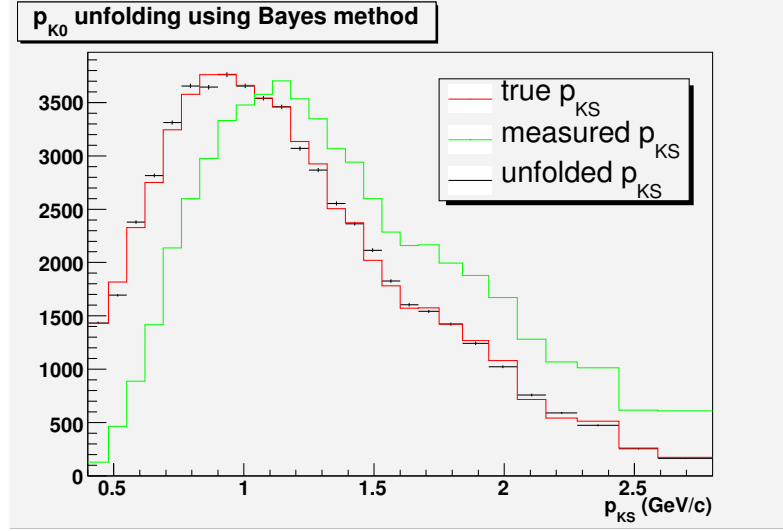


FIG. I.33 – Test of p_{K^0} unfolding with the $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ sample using the *RooUnfold* package and the Bayes method. From a $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ signal MC collection, we took half the events for training and the other half for testing. The “measured” K_S^0 were reconstructed with the K_L^0 method, taking the high solution. All candidates with $\Delta m < 0.16 \text{ GeV}/c^2$ were considered.

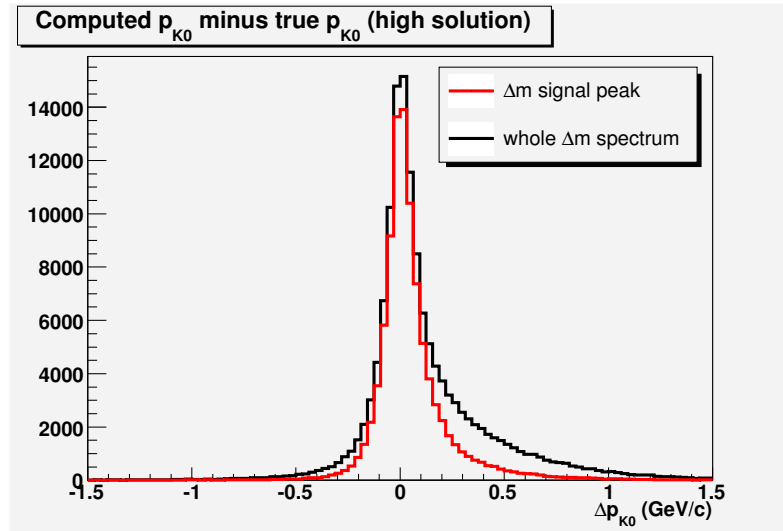


FIG. I.34 – Computed p_{K_L} minus true p_{K_L} for candidates all candidates with $\Delta m < 0.16 \text{ GeV}/c^2$ and for candidates below the Δm signal peak ($0.144 < \Delta m < 0.147 \text{ GeV}/c^2$). In both cases, the computed p_{K_L} is more frequently above than below the true value. However, the bias is much smaller for candidates below the Δm signal peak than for candidates in the whole Δm spectrum.

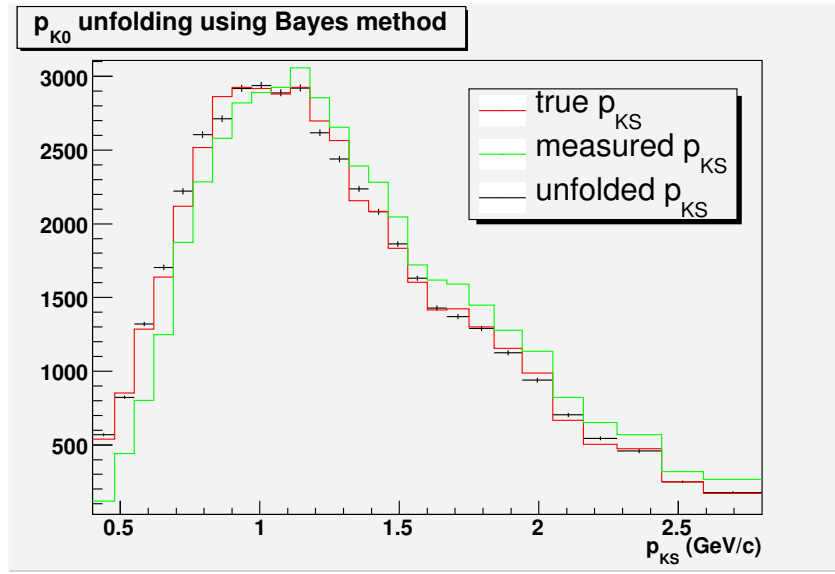


FIG. I.35 – Test of p_{K^0} unfolding with the $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ sample using the *RooUnfold* package and Bayes method. From a $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ signal MC collection, we took half the events for training and the other half for testing. The “measured” K_S^0 were reconstructed with the K_L^0 method, taking the high solution. Only the candidates with $0.144 < \Delta m < 0.147$ GeV/ c^2 were considered. We note that the measured p_{K^0} bias is greatly reduced compared to Fig. I.33.