Chapitre 5

Interactions faibles semileptoniques

La théorie du Courant Vectoriel Conservé

1 Introduction

Nous avons vu que la désintégration du muon, le premier exemple connu des interactions faibles purement leptoniques, est en très bon accord avec la forme $V-A$ de l'hamiltonien. Nous sommes ici en présence d'un processus d'interaction faible à l'état pur. Il faut seulement tenir compte des corrections radiatives induites par l'interaction électromgnétique qui s'applique aux particules chargées. Ainsi, les interactions purement leptoniques constituent un banc d'essai pour la théorie $V-A$ et aussi pour le modèle standard de Glashow-Salam-Weinberg qui prédit la forme $V-A$ pour les courants faibles chargés.

Les interactions semi-leptoniques sont celles auxquelles participent des particules dotées d'interactions fortes, les "hadrons". Ces particules, formées à partir des quarks et des antiquarks, sont soit des mésons (un quark et un anti-quark) soit des baryons (trois quarks). Ces hadrons ont des structures complexes. Par exemple, un proton contiendra, en plus des quarks dits "de valence" (uud) des gluons et des paires quark-antiquark (sea quarks). Les théories modernes des interactions fortes (ChromoDynamique Quantique) ne sont pas encore en mesure de décrire de façon exacte la structure des hadrons.

On s'attend évidemment à ce que les interactions fortes modifient la forme $V-A$ des interactions faibles. Les constantes de couplage g_V et g_A peuvent être modifiées (renormalisées) et des couplages autres que V et A peuvent s'ajouter. On a une preuve expérimentale que ces modifications existent, car pour la désintégration du neutron on trouve que (Review of Particle Physics, The European Physical Journal C, Volume 3, Number 1-4, 1998, page 622):

$$g_A = -(1.2670 \pm 0.0035)\ g_V \tag{1}$$

Il y a donc un écart de 26.7% par rapport à l'interaction $V-A$.

Pour rechercher une éventuelle renormalisation de g_V on fait appel aux transitions β du type $0^+ \to 0^+$ car elles sont produites par l'interaction V seulement, à cause des règles de sélection. Si de plus on se limite aux transitions "super-permises", soit celles qui se font entre deux membres d'un multiplet d'isospin, l'élément de matrice nucléaire est calculable exactement (il y a des corrections pour la brisure de l'isospin, mais elles sont petites et peuvent aussi être calculées). Par exemple, pour la transition β^+

$$^{14}O \to\ ^{14}Ne^+\nu_e \tag{2}$$

l'élément de matrice nucléaire est déterminé uniquement par l'opérateur d'isospin:

$$M = \langle T=1; T_z=0|\tau_+|T=1; T_z=-1\rangle = \sqrt{2} \tag{3}$$

(il faut apporter des corrections pour la brisure de l'isospin). Rappelons que g_V est donnée par:

$$fT = \frac{2\pi^3 \ln 2}{G_F^2 g_V^2 |M|^2} \tag{4}$$

Le résultat obtenu pour g_V est très proche de la constante de couplage obtenue à partir de la vie moyenne du muon:

$$\tau_\mu = \frac{192\pi^3}{G_F^2(g_V^2+g_A^2)m_\mu^5}\,(1+\text{ termes correctifs}) \tag{5}$$

avec $g_V = -g_A = 1$.
En faisant une moyenne sur plusieurs mesures des transitions superpermises $0^+ \to 0^+$ on trouve:

$$g_V^{(\beta)} = 0.974\ g_V^\mu \tag{6}$$

Il faut en tirer plusieurs conclusions:

- Cette égalité est en faveur de l'interaction universelle de Fermi.
- Il ne semble pas y avoir de renormalisation de g_V.
- Il reste tout de même à expliquer cette différence de $\sim 3\%$.

2 Les courants faibles hadroniques

Jusqu'ici nous avons fait appel à une interaction de contact entre deux courants, un courant leptonique et un courant hadronique. Le courant leptonique a une forme très simple:

$$\overline{a\psi}_e \gamma^\mu a\psi_\nu \tag{7}$$

avec

$$a = \frac{1-\gamma^5}{2} \tag{8}$$

et on suppose qu'il en est de même au niveau des quarks:

$$\overline{a\psi}_u \gamma_\mu a\psi_d \tag{9}$$

Mais cette simplicité ne subsiste pas au niveau des hadrons. La seule chose que l'on peut dire, c'est que le courant hadronique doit comporter une partie vectorielle et une partie axiale, pour que l'hamiltonien soit un scalaire (plus pseudoscalaire). Tenant compte de l'invariance de Lorentz, on peut paramétriser les courants faibles hadroniques.

$$\langle p|J_\mu^{(V)}|n\rangle = \overline{u}_p(p)\left[f_1(q^2)\gamma_\mu + f_2(q^2)\sigma_{\mu\nu}q^\nu + if_3(q^2)q_\mu\right]u_n(n) \tag{10}$$

$$\langle p|J_\mu^{(A)}|n\rangle = \overline{u}_p(p)\left[f_4(q^2)\gamma_\mu\gamma_5 + f_5(q^2)\sigma_{\mu\nu}\gamma_5 q^\nu + if_6(q^2)\gamma_5 q_\mu\right]u_n(n) \tag{11}$$

On a utilisé des spineurs de Dirac $u_p(p)$ et $u_n(n)$ caractérisés par des quadrivecteurs énergie-impulsion p et n. On définit le moment de transfert comme le quadrivecteur:

$$q = n - p \tag{12}$$

et son carré:

$$q^2 = q^\mu q_\mu \tag{13}$$

Il faut noter que cela ne veut pas dire que les nucléons sont des particules de Dirac. On sait bien que ce n'est pas le cas. Par exemple, le proton et le neutron ont des rapports gyromagnétiques différents de la valeur de Dirac $g = 2$. Les quantités $f_1(q^2)$, etc ... sont des facteurs de forme sur lesquels on a reporté notre ignorance de la dynamique des interactions fortes.
Une paramétrisation semblable (formule de Rosenbluth) avait déja été utilisée pour la diffusion des électrons par les nucléons (par interaction électromagnétique):

$$\langle p'|J_\mu^{(V)}|p\rangle = \overline{u}_p(p')\left[f_1(q^2)\gamma_\mu + f_2(q^2)\sigma_{\mu\nu}q^\nu\right]u_p(p) \tag{14}$$

Ici:

$$q = p - p' \tag{15}$$

Notons les différences:

- L'interaction électromagnétique ne contient pas de courant axial.
- Le terme en $f_3(q^2)$ est absent.

Les facteurs de forme électromagnétiques $f_1(q^2)$ et $f_2(q^2)$ ont été mesurés expérimentalement et de façon précise sur une grande plage de q^2 par diffusion d'électrons.
Lorsque le moment de transfert tend vers zéro, c'est à dire lorsque le photon virtuel échangé a une énergie très faible, donc une longueur d'onde très grande, le facteur de forme dit "de charge" (en fait il contient aussi le moment magnétique "normal" de Dirac) tend vers la charge électrique e:

$$f_1(0) = e \tag{16}$$

Le second terme en $f_2(q^2)$ avait dû être introduit pour expliquer le moment magnétique anomal du nucléon (terme de Pauli). Lorsque le moment de transfert tend vers zéro, ce facteur de forme tend vers le moment magnétique statique anomal du nucléon. Par exemple, pour le proton:

$$f_2(0) = \frac{\mu_p}{2M} \tag{17}$$

où μ_p est le moment magnétique "anomal" du proton.
La charge électrique du proton n'est pas renormalisée par les interactions fortes, c'est une conséquence de la conservation du courant électromagnétique:

$$\partial^\mu J_\mu = 0 \tag{18}$$

Montrons que cela entraîne aussi la nullité du facteur de forme $f_3(q^2)$. On montre facilement que:

$$\langle p'|(\partial^\mu J_\mu)|p\rangle = iq^\mu \langle p'|J_\mu|p\rangle$$

$$= u_p(p')\left[f_1(q^2)q^\mu\gamma_\mu + f_2(q^2)\sigma_{\mu\nu}q^\mu q_\nu + f_3(q^2)q^2\right]u_p(p) \tag{19}$$

En invoquant l'équation de Dirac:

$$\gamma_\mu p^\mu u_p(p) = m_p u_p(p) \tag{20}$$

$$\overline{u}_p(p')\gamma_\mu p^m u = \overline{u}_p(p')m_p \tag{21}$$

$$\overline{u}_p(p')q^\mu\gamma_\mu u_p(p) = \overline{u}_p(p')(p^\mu - p'^\mu)\gamma_\mu u_p(p) = \overline{u}_p(p')(m_p - m_p)u_p(p) = 0 \tag{22}$$

D'autre part:

$$\sigma^{\mu\nu}q_\mu q^\nu = 0 \tag{23}$$

car c'est le produit d'un tenseur symétrique et d'un tenseur antisymétrique. Il reste donc:

$$\langle p'|(\partial^\mu J_\mu)|p\rangle = \overline{u}_p(p')q^2 f_3(q^2)u_p(p) \tag{24}$$

Si le courant est conservé:

$$\partial^\mu J_\mu = 0 \tag{25}$$

il en résulte:

$$q^2 f_3(q^2) \equiv 0 \tag{26}$$

donc:

$$f_3(q^2) = 0 \tag{27}$$

Notons enfin que dans l'iso-espace le courant électromagnétique comporte une partie isoscalaire et une partie isovectorielle. Par exemple, dans la limite $q^2 \to 0$ la charge électrique du nucléon a la forme:

$$e\frac{1+\tau_z}{2} \tag{28}$$

car seul le proton a une charge électrique.

Et pour le moment magnétique anomal:

$$\mu_p \frac{1+\tau_z}{2} + \mu_n \frac{1-\tau_z}{2} = \frac{1}{2}(\mu_p + \mu_n) + \frac{1}{2}(\mu_p - \mu_n)\tau_z \tag{29}$$

où μ_p et μ_n sont les moments magnétiques anomaux du proton et du neutron. Pour des valeurs non nulles de q^2 il faut scinder les facteurs de forme en une partie iso-scalaire (opérateur 1) et une partie isovectorielle (opérateur τ_z).

3 La théorie du Courant Vectoriel Conservé (CVC)

C'est une étape importante vers une "unification" des interactions faibles et électromagnétiques.

Feynman et Gell-Mann ont proposé l'hypothèse du Courant Vectoriel Conservé. Elle consiste à postuler que le courant vectoriel des interactions faibles est conservé, de la même façon que le courant électromagnétique:

$$\partial^\mu J_\mu^{V;(\pm)} = 0 \tag{30}$$

Il y a en fait deux courants:

- signe $+$: désintégration β^-.
- signe $-$: désintégration β^+.

On peut ainsi expliquer l'absence de renormalisation de la constante de couplage g_V.

Mais on peut aussi postuler que les deux courants faibles et le courant électromagnétique isovectoriel sont les trois membres d'un triplet d'isospin (Table 1).

À l'époque, on ne croyait pas à l'existence d'un courant neutre faible $J_\mu^{V;(0)}$ et l'on n'était pas parvenu à une "unification" des interactions faibles et électromagnétiques, mais on était sur la voie.

Il résulte de ce qui précède que les facteurs de forme vectoriels $f_1(q^2)$ et $f_2(q^2)$ des interactions faibles peuvent être déduits des facteurs de forme électromagnétiques correspondants par une rotation dans l'iso-espace (il suffit de remplacer l'opérateur τ_z par les opérateurs $\tau_\pm$).

Courant	Isospin total I	Projection I_z
$J_\mu^{V;(+)}$	1	$+1$
$J_\mu^{V;(E.M.)}$	1	0
$J_\mu^{V;(-)}$	1	-1

Table 1: Le triplet d'isospin pour les courants vectoriels.

La théorie CVC a plusieurs conséquences expérimentales. Tout d'abord, la conservation du courant vectoriel impose que toutes les transitions β $0^+ \to 0^+$ superpermises (entre deux membres d'un triplet d'isospin) et la transition β $0^- \to 0^-$

$$\pi^+ \to \pi^0 e^+ \nu_e \tag{31}$$

aient le même fT. Ceci a été vérifié de façon très précise pour plusieurs transitions β et c'est ainsi que l'on a déterminé la valeur de la constante de couplage vectorielle g_V:

$$g_V = \lim_{q^2 \to 0} f_1(q^2) \tag{32}$$

La désintégration β du pion est importante car un nucléon physique est entouré d'un nuage de pions virtuels (et aussi de paires virtuelles nucléon anti-nucléon). L'hypothèse CVC implique que le pion doit avoir la même charge vectorielle faible que le proton (en fait, c'est un courant qui porte la charge, peu importe la particule qui porte cette charge). Ceci conduit à une prédiction pour le rapport d'embranchement de la désintégration β du pion:

$$\frac{\Gamma(\pi^+ \to \pi^0 e^+ \nu_e)}{\Gamma(\pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu)} =\sim 10^{-8} \tag{33}$$

car le pion préfère se désintégrer en muon et positron. La mesure expérimentale est en accord avec la prédiction théorique, mais la précision est seulement de l'ordre de 3%.

Une autre conséquence résulte de l'hypothèse du triplet d'isospin. On peut relier par des rotations d'isospin les transitions faibles et électromagnétiques de la Table 2 (on désigne par "é. f." l'état fondamental).

État initial	État final (é. f.)	Transition
^{12}B (é. f., $J^\pi = 1^+, I = 1, I_z = -1$)	^{12}C ($J^\pi = 0^+, I = 0, I_z = 0$)	β^- Gamow-Teller
^{12}C (état $J^\pi = 1^+, I = 1, I_z = 0$)	^{12}C ($J^\pi = 0^+, I = 0, I_z = 0$)	E.M. (dipolaire magnétique)
^{12}N ($J^\pi = 1^+, I = 1, I_z = +1$)	^{12}C ($J^\pi = 0^+, I = 0, I_z = 0$)	β^+ Gamow-Teller

Table 2: Les transitions β et E.M. de la triade $A = 12$.

L'opérateur qui produit ces transitions est un opérateur magnétique dipolaire, qui fait donc intervenir le facteur de forme $f_2(q^2)$ pour la partie anomale du moment magnétique du nucléon. C'est pourquoi le facteur de forme $f_2(q^2)$ des interactions faibles est appelé facteur forme de "magnétisme faible".

En ce qui concerne la vérification expérimentale, y a une complication, qui provient du fait que la contribution principale à une désintégration β du type Gamow-Teller est donnée par l'interaction axiale, qui n'a aucun partenaire dans l'interaction électromagnétique. Il faut donc, dans les transitions β, séparer les contributions des interactions A (qui domine) et V (qui conduit à un élément de matrice deux fois interdit). Heureusement, l'interférence $V \cdot A$ change de signe quand on passe de la transition β^- à la transition β^+. En faisant une comparaison précise des spectres d'énergie des deux transitions β^- et β^+ on peut extraire l'élément de matrice de magnétisme faible. Ce dernier peut alors être comparé à l'élément de matrice électromagnétique qui peut être déterminé de façon directe par mesure de la probabilité de transition γ du niveau excité du ^{12}C. Le résultat expérimental est en bon accord avec la prédiction théorique. L'avantage d'utiliser la triade $A = 12$ est que les transitions β ont de grandes énergies ($>$ 10 MeV) et sont donc assez sensibles aux facteurs de forme qui sont proportionnels au moment de transfert q^μ.

En conclusion, le courant faible vectoriel des interactions faibles semileptoniques peut être considéré comme bien connu.

En ce qui concerne le courant faible axial la situation est évidemment différente.

Nous allons maintenant introduire une classification des courants due à Weinberg. On introduit la G-parité, définie de la manière suivante:

$$G = C \exp(i\pi I_2) \tag{34}$$

C'est le produit de l'opérateur de conjugaison de charge (ou encore particule antiparticule) et de l'opérateur de rotation d'un angle π dans l'iso-espace (par convention autour du second axe). La G-parité est un nombre quantique très utile dans la physique des interactions fortes, où elle est conservée.

Les courants faibles se transforment de façon différente dans la G-parité:

$$G^{-1} J_\mu^{(i)} G = \pm J_\mu^{(i)} \tag{35}$$

On appelle "courant de première classe" un courant qui se transforme comme le courant originel (vecteur, axial vecteur) et "courant de seconde classe" un courant qui se transforme différemment. On arrive alors à la classification des courants faibles (Table 3).

Les théories de jauge ne prédisent pas de courants de seconde classe, sauf par des processus d'ordres supérieurs. L'existence des courants de seconde classe n'a pas été rejetée expérimentalement de façon définitive. On dispose de bonnes limites supérieures pour l'interaction tensorielle induite. Elles sont obtenues en comparant les distributions angulaires des électrons (positrons) dans les désintégrations de noyaux orientés:

$$^{12}B \to \; ^{12}C e^- \overline{\nu}_e \tag{36}$$

$$^{12}N \to \; ^{12}C e^+ \nu_e \tag{37}$$

Par contre, les limites sur l'interaction scalaire induite sont beaucoup moins bonnes.

Courant	Appelation	Classe
$f_1(q^2)\overline{u}_p(p)\gamma_\mu u_n(n)$	Vectoriel modifié	Première
$f_2(q^2)\overline{u}_p(p)\sigma_{\mu\nu}q^\nu u_n(n)$	Magnétisme faible induit	Première
$if_3(q^2)\overline{u}_p(p)q_\mu u_n(n)$	Scalaire induit	Seconde
$f_4(q^2)\overline{u}_p(p)\gamma_\mu\gamma_5 u_n(n)$	Axial modifié	Première
$f_5(q^2)\overline{u}_p(p)\sigma_{\mu\nu}\gamma_5 q^\nu u_n(n)$	Tensoriel induit	Seconde
$if_6(q^2)\overline{u}_p(p)\gamma_5 q_\mu u_n(n)$	Pseudoscalaire induit	Seconde

Table 3: Les courants faibles des interactions semileptoniques.