Le mécanisme de Glashow-Iliopoulos-Maiani (GIM)

1 Rappel: le mélange de Cabibbo

Nous avons vu comment Cabibbo a été amené à introduire le mélange

$$n \cos\theta_C + \Lambda^0 \sin\theta_C \tag{1}$$

ce qui dans le langage des quarks devient:

$$d \cos\theta_C + s \sin\theta_C \tag{2}$$

Dans le secteur des quarks nous aurons donc des courants faibles (chargés) de la forme:

$$J^{(+)\mu} = \overline{u}\gamma^\mu(1-\gamma^5)(d\cos\theta_C + s\sin\theta_C) \tag{3}$$

et:

$$J^{(-)\mu} = (\overline{d}\cos\theta_C + \overline{s}\sin\theta_C)\gamma^\mu(1-\gamma^5)u \tag{4}$$

Ces courants agissent entre les membres du doublet (chargé):

$$\begin{pmatrix} u \\ d\cos\theta_C + s\sin\theta_C \end{pmatrix} \tag{5}$$

Il est difficile, à ce stade, d'éviter un courant faible (neutre) de la forme:

$$J^{(0)\mu} = (\overline{d}\cos\theta_C + \overline{s}\sin\theta_C)\gamma^\mu(1-\gamma^5)(d\cos\theta_C + s\sin\theta_C) \tag{6}$$

qui agirait entre les deux membres d'un doublet (neutre):

$$\begin{pmatrix} d\cos\theta_C + s\sin\theta_C \\ d\cos\theta_C + s\sin\theta_C \end{pmatrix} \tag{7}$$

La question de l'existence de courants faibles neutres a été posée il y a longtemps, mais on avait crû détenir la preuve de la non-existence de tels courants, à partir de l'absence presque totale de la désintégration $K^0 \to \mu^+\mu^-$.

2 La désintégration $K^0 \to \mu^+\mu^-$

Cette désintégration est très rare.

$$\frac{K_L^0 \to \mu^+\mu^-}{K_L^0 \to \pi^+\pi^-} = (3.64 \pm 0.18) \pm 10^{-6} \tag{8}$$

$$\frac{K_S^0 \to \mu^+\mu^-}{K_S^0 \to \pi^+\pi^-} < 4.7 \times 10^{-7} \tag{9}$$

Avec un doublet (neutre) de quarks:

$$\begin{pmatrix} d\cos\theta_C + s\sin\theta_C \\ d\cos\theta_C + s\sin\theta_C \end{pmatrix} \tag{10}$$

on aurait un courant neutre:

$$(\overline{d}\cos\theta_C + \overline{s}\sin\theta_C)\gamma^\mu(1-\gamma^5)(d\cos\theta_C + s\sin\theta_C) \tag{11}$$

En développant:

$$\left[\overline{d}\gamma^\mu(1-\gamma^5)d\right]\cos^2\theta_C + \left[\overline{d}\gamma^\mu(1-\gamma^5)s\right]\cos\theta_C\sin\theta_C \tag{12}$$

$$+\left[\overline{s}\gamma^\mu(1-\gamma^5)d\right]\cos\theta_C\sin\theta_C + \left[\overline{s}\gamma^\mu(1-\gamma^5)s\right]\sin^2\theta_C \tag{13}$$

Et en introduisant un doublet (neutre) de leptons:

$$\begin{pmatrix} \mu \\ \mu \end{pmatrix} \tag{14}$$

On obtient des couplages de la forme

$$\left[\overline{\mu}\gamma^\mu(1-\gamma^5)\mu\right]\left[\overline{d}\gamma^\mu(1-\gamma^5)s\right]\cos\theta_C\sin\theta_C \tag{15}$$

correspondant au processus:

$$s\mu \to d\mu \tag{16}$$

ou encore

$$s\overline{d} \to \mu\overline{\mu} \tag{17}$$

ce qui conduit à la désintégration:

$$K^0 \to \mu^- \mu^+ \tag{18}$$

La probabilité d'un tel processus serait proportionnelle à $\sin\theta_C \cos\theta_C$ donc on devrait observer la désintégration $K^0 \to \mu^- \mu^+$ avec un rapport d'embranchement bien supérieur à celui trouvé expérimentalement.

On en avait conclu que les courants faibles neutres n'existaient pas. Cela ne posait pas de problème dans les anciennes théories des interactions faibles. Remarquons toutefois que l'absence de la désintégration $K^0 \to \mu^- \mu^+$ permet seulement de prouver la non-existence des courants neutres avec changement de l'étrangeté ($\Delta S = 1$). La non-existence des courants neutres sans changement de l'étrangeté ($\Delta S = 0$) était alors une généralisation abusive.

3 Les théories de jauge

Avec l'avénement des théories de jauge, et la construction du modèle standard, une théorie de jauge électrofaible fondée sur le groupe de jauge $SU(2) \otimes U(1)$ on ne pouvait plus éviter l'existence des courants neutres faibles. Ces derniers se manifestent dans de nombreux processus, par exemple:

$$\nu_\mu e^- \to \nu_\mu e^- \qquad \text{(diffusion des neutrinos par les électrons)} \tag{19}$$

$$\nu_\mu q \to \nu_\mu q \qquad \text{(diffusion des neutrinos par les quarks)} \tag{20}$$

Ici, q représente un quark u ou un quark d. En fait, puisque les quarks ne sont pas isolables, on observera la diffusion des neutrinos par les nucléons, ou les noyaux.

Ces processus de courants neutres ont été observés dans le secteur des quarks u et d, donc pour des processus sans changement d'étrangeté ($\Delta S = 0$). Le problème qui se posait alors était de supprimer les courants neutres avec $\Delta S = 1$.

4 Le mécanisme de GIM (Glashow, Iliopoulos, Maiani)

Une façon élégante de supprimer les courants neutres dans les désintégrations avec $\Delta S = 1$ est de postuler l'existence d'un nouveau quark, appelé c (quark charmé). En plus du doublet:

$$\begin{pmatrix} u \\ d\sin\theta_C + s\sin\theta_C \end{pmatrix} \tag{21}$$

on introduit un nouveau doublet:

$$\begin{pmatrix} c \\ -d\sin\theta_C + \cos\theta_C \end{pmatrix} \tag{22}$$

et un nouveau courant:

$$\overline{c}\gamma^{\mu}(1-\gamma^{5})(-d\sin\theta_C + s\cos\theta_C) \tag{23}$$

En ce qui concerne les courants neutres on aura les deux courants:

$$(\overline{d}\cos\theta_C + \overline{s}\sin\theta_C)\gamma^{\mu}(1-\gamma^{5})(d\cos\theta_C + s\sin\theta_C) \tag{24}$$

$$(-\overline{d}\sin\theta_C + \overline{s}\cos\theta_C)\gamma^{\mu}(1-\gamma^{5})(-d\sin\theta_C + \cos\theta_C) \tag{25}$$

dont la somme est égale à:

$$\overline{d}\gamma^{\mu}(1-\gamma^{5})d + \overline{s}\gamma^{\mu}(1-\gamma^{5})s \tag{26}$$

Les termes non-diagonaux ont été éliminés. Dès lors, les désintégrations par courant neutre avec $\Delta S = 1$ ne peuvent se produire que par des termes d'ordres supérieurs, donc avec une probabilité beaucoup plus faible.

L'hypothèse de l'existence d'un quatrième quark a été très bien reçue car elle permettait de rétablir la symétrie entre quarks et leptons. Non seulement cette symétrie est souhaitable pour des raisons esthétiques, mais elle est essentielle pour assurer le caractère renormalisable du modèle standard.

Donc, pas trop de surprise lorsque le quark c fut découvert par Sam Ting à Brookhaven et par Burton Richter à SLAC. En fait, cette découverte fut l'observation du système $c\overline{c}$ (charmonium).

5 La matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)

On peut écrire les interactions faibles par courants chargés sous forme matricielle:

$$\begin{pmatrix} \overline{u} & \overline{c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta_C & \sin\theta_C \\ -\sin\theta_C & \cos\theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \tag{27}$$

Ceci fait intervenir une matrice 2×2, la matrice de Cabibbo. Cette matrice traduit le fait que les interactions faibles mélangent les états de quarks tels que définis par leurs masses. À priori on pourrait penser à introduire une matrice de mélange qui soit simplement unitaire. Cependant, les champs de quarks sont seulement définis à une phase près. On dispose donc de quatre phases arbitraires. Une phase globale n'a pas de signification physique, et les phases relatives peuvent être éliminées. De sorte que la matrice de Cabibbo-GIM peut être mise sous forme réelle. Elle ne contient qu'un seul paramètre, l'angle de Cabibbo.

Kobayashi et Maskawa furent les premiers à indiquer que pour avoir une matrice contenant des nombres complexes, il fallait introduire au moins trois générations de quarks, soit au moins six quarks. On pourrait alors disposer d'au mois une phase et pouvoir ainsi expliquer la violation de CP Avec la découverte du quark b l'introduction d'une telle matrice 3×3

n	paramètres	angles de rotation	facteurs de phase
2	1	1	0
3	4	3	1
4	9	6	3

Table 1: Paramètres de mélange pour les quarks.

devenait inévitable car l'existence d'un sixième quark (t) était indirectement prouvée par les propriétés du quark b.

Une matrice unitaire 3×3 contient 9 paramètres. On peut éliminer 5 phases relatives et il reste donc 4 paramètres avec une signification physique. Trois de ces paramètres peuvent être identifiés à des angles de rotation. Le quatrième est une phase (nombre complexe). La présence de cette phase permet d'expliquer une violation de la symétrie CP dans le cadre du modèle standard.

Il existe plusieurs paramétrisations possibles pour la matrice CKM (Review of Particle Properties).

6 Cas général: n générations

Dans le cas de n générations, on doit considérer une matrice unitaire $n \times n$ qui contient n^2 paramètres. On dispose de $2n$ champs de quarks avec $2n - 1$ phases relatives (une phase globale ayant été soustraite). En choisissant arbitrairement ces phases arbitraires, il rest $n^2 - 2n + 1 = (n-1)^2$ paramètres. Le nombre de rotations possibles entre les n générations est $n(n-1)/2$. Il reste donc $(n-1)^2 - n(n-1)/2 = (n-1)(n-2)$ paramètres qui sont des phases (nombres complexes de module 1). La table 1 montre le nombre de paramètres pour diverses valeurs du nombre de générations. Notons que pour le moment nous n'avons aucune indication pour un nombre de générations supérieur à 3. La largeur du boson Z^0 est compatible avec seulement trois neutrinos légers.