

PHY6505: Physique de la matière condensée

Cours 22 ordre magnétique

François Schiettekatte
Université de Montréal
Automne 2008

1

Ordre magnétique

- Ferromagnétisme: $J > 0$

$$\begin{aligned}
 H &= -\frac{1}{2} \sum_{\vec{R}\vec{R}'} J(|\vec{R}-\vec{R}'|) \vec{S}(\vec{R}) \cdot \vec{S}(\vec{R}') - g\mu_B B \sum_{\vec{R}} \tilde{S}_z(\vec{R}) \\
 &= -\frac{1}{2} \sum_{\vec{R}\vec{R}'} J(|\vec{R}-\vec{R}'|) \tilde{S}_z(\vec{R}) \tilde{S}_z(\vec{R}') - g\mu_B B \sum_{\vec{R}} \tilde{S}_z(\vec{R}) \\
 &\quad - \frac{1}{2} \sum_{\vec{R}\vec{R}'} J(|\vec{R}-\vec{R}'|) \tilde{S}_-(\vec{R}') \tilde{S}_+(\vec{R})
 \end{aligned}$$

$$\tilde{S}_{\pm}(\vec{R}) = \tilde{S}_x(\vec{R}) \pm i\tilde{S}_y(\vec{R}), \quad \tilde{S}_z(\vec{R})|S\rangle_{\vec{R}} = S|S\rangle_{\vec{R}}$$

$$\tilde{S}_{\pm}(\vec{R})|S_z\rangle_{\vec{R}} = \sqrt{(S \mp S_z)(S \pm 1 \mp S_z)}|S_z \pm 1\rangle_{\vec{R}}$$

- État fondamental:

$$\langle \uparrow \uparrow \uparrow \dots | H | \uparrow \uparrow \uparrow \dots \rangle = - \sum_{\text{paires}} S^2 J_{\text{paire}}, \text{ car } \tilde{S}_+(\vec{R})|S_z\rangle_{\vec{R}} = 0 \text{ et } S_z = S$$

2

Ordre magnétique

- Antiferromagnétisme: $J < 0$

- État fondamental $\neq \uparrow \downarrow \uparrow \downarrow \uparrow \downarrow$ car $\tilde{S}_{\pm}(\vec{R})|S_z\rangle_{\vec{R}} \neq 0$
- Tout ce qu'on peut démontrer (prob. 33.2), c'est que

$$-\frac{1}{2} S(S+1) \sum_{\vec{R}\vec{R}'}^n |J(\vec{R}-\vec{R}')| \leq E_0 \leq -\frac{1}{2} S^2 \sum_{\vec{R}\vec{R}'}^n |J(\vec{R}-\vec{R}')|$$

- e.g. chaîne 1D de spin 1/2: $-NJ/2 \leq E_0 \leq -3NJ/4$
 - Solution exacte de Bethe: $E_0 = -0.443 NJ$

3

Ondes de spins

- Un état excité

- \neq spin spécifique qui flip
- Réparti sur tous les spins

- Spin du site R qui passe de S à $S-1$: $|\vec{R}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2S}} \tilde{S}_-(\vec{R})|0\rangle$

$$\tilde{S}_-(\vec{R}') \tilde{S}_+(\vec{R})|\vec{R}\rangle = 2S|\vec{R}'\rangle, \quad \tilde{S}_z(\vec{R}')|\vec{R}\rangle = \begin{cases} S|\vec{R}\rangle, & \vec{R}' \neq \vec{R} \\ (S-1)|\vec{R}\rangle, & \vec{R}' = \vec{R} \end{cases}$$

$$\Rightarrow H|\vec{R}\rangle = E_0|\vec{R}\rangle + g\mu_B B|\vec{R}\rangle + S \sum_{\vec{R}'} J(\vec{R}-\vec{R}') [|\vec{R}\rangle - |\vec{R}'\rangle]$$

- Donc $|\vec{R}\rangle$ pas un état propre, mais une combinaison linéaire le sera: $|\vec{k}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\vec{R}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}} |\vec{R}\rangle$

$$E_{\vec{k}} = E_0 + g\mu_B B + S \sum_{\vec{R}} J(\vec{R})(1 - e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}})$$

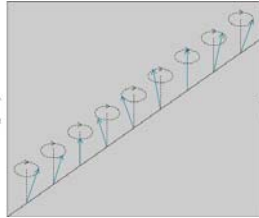
4

Ondes de spins

□ et $\varepsilon(\vec{k}) = E_{\vec{k}} - E_0 = g\mu_B B + S \sum_{\vec{R}} J(\vec{R}) \sin^2(\frac{1}{2}\vec{k} \cdot \vec{R})$

□ Partie transverse

$$\langle \vec{k} | \vec{S}_\perp(\vec{R}) \cdot \vec{S}_\perp(\vec{R}') | \vec{k} \rangle = \frac{2S}{N} \cos(\vec{k} \cdot (\vec{R} - \vec{R}'))$$



Source: www.answers.com/topic/magnon

5

Ondes de spins

■ Excitations bosoniques: idem que phonons

$$M(T) = M(0) \left[1 - \frac{V}{NS} \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\varepsilon(\vec{k})/k_B T} - 1} \right]$$

$$\varepsilon(\vec{k}) = S \sum_{\vec{R}} J(\vec{R}) \sin^2(\frac{1}{2}\vec{k} \cdot \vec{R}) \approx \frac{S}{2} \sum_{\vec{R}} J(\vec{R}) (\vec{k} \cdot \vec{R})^2$$

$$\sqrt{k_B T} q = \vec{k} \Rightarrow M(T) = M(0) \left[1 - \frac{V}{NS} (k_B T)^{3/2} \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{S}{2} \sum_{\vec{R}} J(\vec{R}) (\vec{q} \cdot \vec{R})^2} - 1} \right]$$

Loi de Bloch en $T^{3/2}$

6

Ondes de spins

$$\Rightarrow M(T) \approx M(0) \left[1 - (T/T_C)^{3/2} \right]$$

$$T_C = \frac{V}{NS} k_B^{3/2} \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{S}{2} \sum_{\vec{R}} J(\vec{R}) (\vec{q} \cdot \vec{R})^2} - 1}}$$

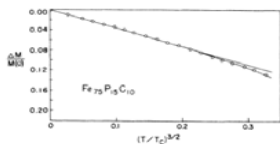
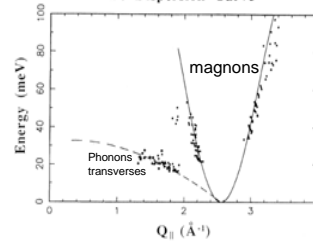


FIG. 3. Fractional change of hyperfine field vs $(T/T_C)^{3/2}$ for $\text{Fe}_{73}\text{P}_{15}\text{C}_{12}$.

C. L. Chien, R. Hasegawa, Phys. Rev. **B16**, 2115 (1977)

$$\varepsilon(\vec{k}) \approx \frac{JS}{2} \sum_{\vec{R}_{\text{voisins}}} (\vec{k} \cdot \vec{R}_{\text{voisins}})^2$$

Fe Dispersion Curve



Yethiraj *et al.*, Phys. Rev. **B43**, 2565 (1991)
diffusion inélastique de neutrons sur ^{54}Fe (12% Si)

Approximation champ moyen

■ Examinons un site \vec{R} en particulier

$$\Delta H = -\vec{S}(\vec{R}) \cdot \left(\sum_{\vec{R}' \neq \vec{R}} J(|\vec{R} - \vec{R}'|) \vec{S}(\vec{R}') - g\mu_B \vec{B} \right)$$

■ soit $\vec{B}_{\text{eff}} = \vec{B} + \frac{1}{g\mu_B} \left(\sum_{\vec{R}'} J(|\vec{R} - \vec{R}'|) \vec{S}(\vec{R}') \right)$

$$\Rightarrow \Delta H = g\mu_B \vec{S}(\vec{R}) \cdot \vec{B}_{\text{eff}}$$

$$\langle \vec{S}(\vec{R}) \rangle = \frac{V}{N} \frac{\vec{M}}{g\mu_B} \Rightarrow \vec{B}_{\text{eff}} = \vec{B} + \lambda \vec{M}, \quad \lambda = \frac{V}{N} \frac{J}{(g\mu_B)^2}, \quad J = \sum_{\vec{R}} J(|\vec{R}|)$$

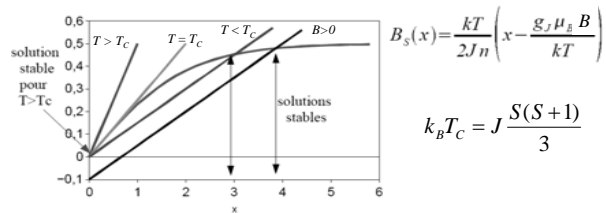
8

Approximation champ moyen

- On cherche la solution de

$$M = M_0(B_{\text{eff}}/T), \quad M_0 : \text{aimantation en l'absence d'interaction}$$

- avec $B_{\text{eff}} = B + \lambda M, \quad x = g\mu_B B_{\text{eff}} / k_B T$



9