

PHY6505: Physique de la matière condensée

Cours 12 Effets anharmoniques et phonons dans les métaux

François Schiettekatte
Université de Montréal
Automne 2009

1

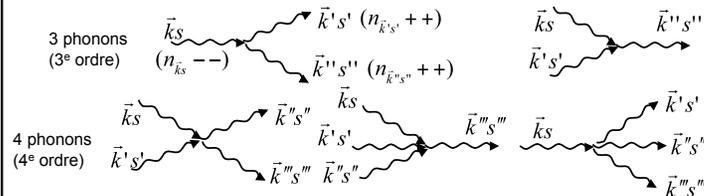
Introduction

- Potentiel harmonique: oscillations p/r position d'équilibre
 - Aucune dilatation thermique possible
 - Conductivité thermique infinie: les phonons n'interagissent pas entre eux
- On doit tenir compte de termes d'ordre plus élevé dans le potentiel
 - Permet l'expansion thermique
 - Introduit une interaction entre phonons

2

collisions phonon-phonon

- Selon la théorie des perturbations, on peut représenter l'effet des termes d'ordre supérieur du potentiel, s'ils sont faibles, comme des processus à n phonons



$$\sum \hbar\omega_s(\vec{k})n_{\vec{k}s} = \sum \hbar\omega_s(\vec{k}')n_{\vec{k}'s'} + \sum \hbar\omega_s(\vec{k}'')n_{\vec{k}''s''} \quad \text{conservation de l'énergie}$$

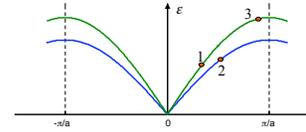
$$\sum \vec{k}n_{\vec{k}s} = \sum \vec{k}'n_{\vec{k}'s'} + \sum \vec{k}''n_{\vec{k}''s''} \quad \text{conservation de la quantité de mouvement}$$

3

Processus Umklapp

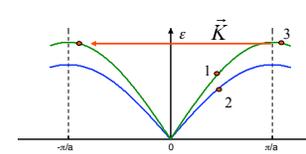
- Réseau périodique:

- processus normaux



$$\sum \vec{k}n_{\vec{k}s} = \sum \vec{k}'n_{\vec{k}'s'}$$

- Processus Umklapp



$$\sum \vec{k}n_{\vec{k}s} = \sum \vec{k}'n_{\vec{k}'s'} + \vec{K}$$

4

Conductivité thermique par phonons

- Phonons: vecteur principal de transport de chaleur dans les isolants électriques
- Semblable (mais avec quelques différences notables) à la conductivité thermique des gaz

5

conductivité thermique dans les gaz

- Dans le cas d'un gaz

$$\kappa = \frac{1}{3} n \bar{v} \ell c_V, \quad \ell = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{n \sigma_0} \Rightarrow \kappa = \frac{1}{3\sqrt{2}} \frac{\bar{v}}{\sigma_0} c_V$$

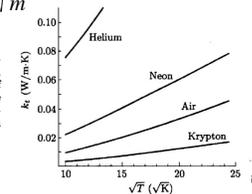
- indépendant de la pression

- Si la distribution des vitesses est maxwellienne

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 kT}{\pi m}}, \quad c_V = \frac{3}{2} Nk \Rightarrow \kappa \sim \sqrt{\frac{T}{m}}$$

- Schroeder:

Figure 1.19. Thermal conductivities of selected gases, plotted vs. the square root of the absolute temperature. The curves are approximately linear, as predicted by equation 1.65. Data from Lide (1994).



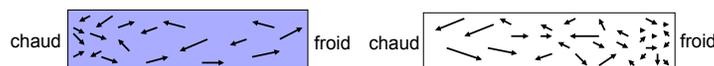
Différence entre gaz réel et gaz de phonons

■ Gaz de phonons

- Création/destruction de « particules »
- Vitesse ~ constante
- Densité d'excitations (n) et énergie plus grande à l'extrémité chaude
- Transport dû aux phonons créés à l'extrémité chaude et détruits à l'extrémité froide
- Effet mineur des collisions (limite libre parcours moyen)

■ Gaz réel

- Nombre de particules conservé
- Pas de flux net de particules (≠ convection)
- Vitesse et énergie plus grande à l'extrémité chaude, densité de particules plus grande à l'extrémité froide car P constant
- Transport résultant des collisions entre particules



7

Dépendance $\kappa(T)$

$$\kappa = \frac{1}{3} n \bar{v} \ell c_V$$

Haute T $c_V \rightarrow cte$

$$n_{ks} \approx k_B T / \hbar \omega_s(\vec{k}) \Rightarrow \ell \sim 1/T^{1-2}$$

$$\Rightarrow \kappa \sim 1/T^{1-2}$$

Selon ordre coll. dominant

Moyenne T
(région dans laquelle κ augmente même si c_V diminue)

$\ell \rightarrow \infty$ sauf si on tient compte des processus *umklapp* qui ont pour effet d'inverser la direction, donc efficaces à limiter ℓ

Nombre de collision *umklapp* dépend du nombre de phonons avec

$$k \sim k_D, \quad \varepsilon \sim \hbar \omega_D$$

$$n_{ks}^{umklapp} \approx \frac{1}{e^{\Theta_D/T} - 1} \approx e^{-\Theta_D/T} \Rightarrow \ell \sim e^{\Theta_D/T}$$

$$\Rightarrow \kappa \sim e^{\Theta_D/T}$$

Basse T

$$c_V \sim T^3$$

$$\ell \sim 1/n_{imp,surf}$$

$$\Rightarrow \kappa \sim T^3$$

A&M
Fig.25.5

8

Second sound

- Puisque les phonons se comportent comme un gaz de particules (avec beaucoup de similarité avec un gaz réel), il est possible qu'ils transportent eux-mêmes une onde sonore, en tant que gaz particules!
- Il faut pour cela que la fréquence soit dans un régime pour lequel
 - Les collisions normales sont nombreuses
 - Les processus *umklapp* sont négligeables
- Surtout observable dans l'hélium liquide
- Grand succès prédictif de la théorie de la vibration des réseaux

9

Phonons dans les métaux

■ *tableau*

10

Résistivité dans le métaux

- Interaction e-phonon:

$$\varepsilon_{\vec{k}} = \varepsilon_{\vec{k}'} \pm \hbar\omega(\vec{k} - \vec{k}'), \quad \vec{q} = \vec{k} - \vec{k}'$$

- Haute T: $T \gg \Theta_D$,

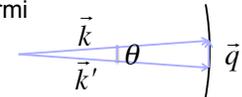
$$n(\vec{q}) = \frac{1}{e^{\beta\hbar\omega(\vec{q})} - 1} \approx \frac{k_B T}{\hbar\omega(\vec{q})} \Rightarrow \rho \sim T$$

11

- Basse T:

- Absorption: seuls sont disponibles des phonons avec $\hbar\omega(\vec{q}) \leq k_B T$, $\omega = cq \Rightarrow q \leq k_B T / \hbar c$

- Aire en T^2 sur la surface de Fermi



- Émission: seuls sont disponibles des e- avec $\varepsilon - \varepsilon_F \leq k_B T$

- et états d'arrivée avec $\varepsilon_F - \varepsilon \leq k_B T$

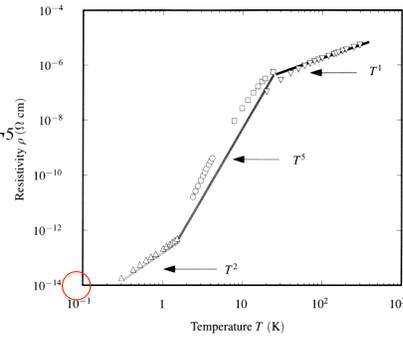
- Couplage $|g_{\vec{k}\vec{k}'}|^2 \sim q \sim T \Rightarrow W_{\vec{k}\vec{k}'} \sim T^3$

- Cours 9: $\frac{1}{\tau} = \int \frac{d\vec{k}}{2\pi^3} W_{\vec{k}\vec{k}'} \underbrace{(1 - \hat{k} \cdot \hat{k}')}_{1 - \cos\theta \approx \frac{\theta^2}{2} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{q}{k_F}\right)^2} \sim T^2$

12

□ Basse T (suite)

- $\frac{1}{\tau} \sim T^3 \cdot T^2 = T^5$
- Loi de Bloch en $T^5 \sim \rho$



Resistivity of potassium from 0.1 to 300 K. At the lowest temperatures, the resistance varies as T^2 , from 2 to 20 K, it varies as T^5 , and from 100 K upwards, it varies as T^1 . [Source: Bass et al. (1990).]

Source: Marder Fig. 18.1, p.487 d'après des données tirées de Bass et al. Rev. Mod. Phys. 62 (1990) 645 **13**