PHY6505:
Physique de la matière condensée

Cours 16
ordre magnétique

François Schiettekatte
Université de Montréal
Automne 2009

Ordre magnétique

- Ferromagnétisme: $J>0$

$$H=-\frac{1}{2}\sum_{RR'}J(|\vec{R}-\vec{R}'|)\vec{S}(\vec{R})\cdot\vec{S}(\vec{R}')-g\mu_B B\sum_R\vec{S}_z(\vec{R})$$
$$=-\frac{1}{2}\sum_{RR'}J(|\vec{R}-\vec{R}'|)\vec{S}_z(\vec{R})\vec{S}_z(\vec{R}')-g\mu_B B\sum_R\vec{S}_z(\vec{R})$$
$$-\frac{1}{2}\sum_{RR'}J(|\vec{R}-\vec{R}'|)\vec{S}_-(\vec{R}')\vec{S}_+(\vec{R})$$
$$\vec{S}_\pm(\vec{R})=\vec{S}_x(\vec{R})\pm\vec{S}_y(\vec{R}),\quad \vec{S}_z(\vec{R})\left|S\right\rangle_{\vec{R}}=S\left|S\right\rangle_{\vec{R}}$$
$$\vec{S}_\pm(\vec{R})\left|S_z\right\rangle_{\vec{R}}=\sqrt{(S\mp S_z)(S+1\mp S_z)}\left|S_z\pm 1\right\rangle_{\vec{R}}$$

  - État fondamental:

$$\left\langle\uparrow\uparrow\uparrow\ldots\right|H\left|\uparrow\uparrow\uparrow\ldots\right\rangle=-\sum_{paires}S^2J_{paire},\ \text{car } \vec{S}_+(\vec{R})\left|S_z\right\rangle_{\vec{R}}=0 \text{ et } S_z=S$$

Ordre magnétique

- Antiferromagnétisme: $J<0$
  - État fondamental $\neq\uparrow\downarrow\ \uparrow\downarrow\ \uparrow\downarrow\ \uparrow\downarrow$ car $\vec{S}_\pm(\vec{R})\left|S_z\right\rangle_{\vec{R}}\neq 0$
  - Tout ce qu'on peut démontrer (prob. 33.2), c'est que

$$-\frac{1}{2}S(S+1)\sum_{RR'}^{n}|J(\vec{R}-\vec{R}')|\leq E_0\leq-\frac{1}{2}S^2\sum_{RR'}^{n}|J(\vec{R}-\vec{R}')|$$

    - e.g. chaine 1D de spin ½: $-NJ/4\leq E_0\leq -3NJ/4$
      - Solution exacte de Bethe: $E_0=$ -0.443 NJ

Ondes de spins

- Un état excité
  - ≠ spin spécifique qui flip
  - Réparti sur tous les spins
- Spin du site R qui passe de S à S-1: $\left|\vec{R}\right\rangle=\frac{1}{\sqrt{2S}}\vec{S}_-(\vec{R})\left|0\right\rangle$

$$\vec{S}_-(\vec{R}')\vec{S}_+(\vec{R})\left|\vec{R}\right\rangle=2S\left|\vec{R}'\right\rangle,\quad \vec{S}_z(\vec{R}')\left|\vec{R}\right\rangle=\begin{cases}S\left|\vec{R}\right\rangle, & \vec{R}'\neq\vec{R}\\ (S-1)\left|\vec{R}\right\rangle, & \vec{R}'=\vec{R}\end{cases}$$
$$\Rightarrow H\left|\vec{R}\right\rangle=E_0\left|\vec{R}\right\rangle+g\mu_B B\left|\vec{R}\right\rangle+S\sum_{\vec{R}'}J(\vec{R}-\vec{R}')\left[\left|\vec{R}\right\rangle-\left|\vec{R}'\right\rangle\right]$$

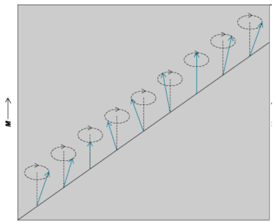
- Donc $\left|\vec{R}\right\rangle$ pas un état propre, mais une combinaison linéaire le sera: $\left|\vec{k}\right\rangle=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_R e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}}\left|\vec{R}\right\rangle$

$$E_{\vec{k}}=E_0+g\mu_B B+S\sum_R J(\vec{R})(1-e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}})$$

Ondes de spins

- et $\varepsilon(\vec{k}) = E_{\vec{k}} - E_0 = g\mu_B B + S\sum_R J(\vec{R})\sin^2(\tfrac{1}{2}\vec{k}\cdot\vec{R})$
- Partie transverse

$$\left\langle \vec{k} \middle| \vec{S}_\perp(\vec{R})\cdot\vec{S}_\perp(\vec{R}') \middle| \vec{k} \right\rangle = \frac{2S}{N}\cos(\vec{k}\cdot(\vec{R}-\vec{R}'))$$



Source: www.answers.com/topic/magnon

Ondes de spins

- Excitations bosoniques: idem que phonons

$$M(T) = M(0)\left[1 - \frac{V}{NS}\int\frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}\frac{1}{e^{\varepsilon(\vec{k})/k_BT}-1}\right]$$

$$\varepsilon(\vec{k}) = S\sum_R J(\vec{R})\sin^2(\tfrac{1}{2}\vec{k}\cdot\vec{R}) \approx \frac{S}{2}\sum_R J(\vec{R})(\vec{k}\cdot\vec{R})^2$$

$$\sqrt{k_BT}\,q = \vec{k} \quad \Rightarrow \quad M(T) = M(0)\left[1 - \frac{V}{NS}(k_BT)^{3/2}\int\frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3}\frac{1}{e^{\frac{S}{2}\sum_R J(\vec{R})(\vec{q}\cdot\vec{R})^2}-1}\right]$$

Loi de Bloch en $T^{3/2}$

Ondes de spins

$$\Rightarrow \quad M(T) \approx M(0)\left[1 - (T/T_C)^{3/2}\right]$$

$$T_C = \frac{V}{NS}k_B^{3/2}\int\frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3}\frac{1}{e^{\frac{S}{2}\sum_R J(\vec{R})(\vec{q}\cdot\vec{R})^2}-1}$$

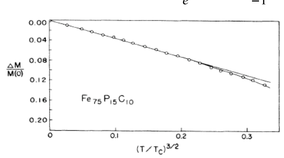
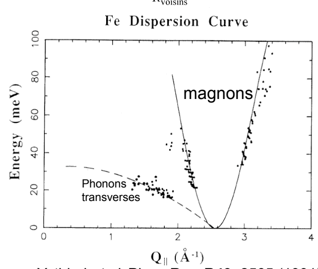


FIG. 3. Fractional change of hyperfine field vs $(T/T_C)^{3/2}$ for $Fe_{75}P_{15}C_{10}$.

C. L. Chien, R. Hasegawa, Phys. Rev. **B16**, 2115 (1977)

$$\varepsilon(\vec{k}) \approx \frac{JS}{2}\sum_{\vec{R}_{\text{voisins}}}(\vec{k}\cdot\vec{R}_{\text{voisins}})^2$$



Yethiraj *et al.* Phys. Rev. **B43**, 2565 (1991)
diffusion inélastique de neutrons sur ^{54}Fe (12% Si)

Approximation champ moyen

- Examinons un site $\vec{R}$ en particulier

$$\Delta H = -\vec{S}(\vec{R})\cdot\left(\sum_{\vec{R}'\neq\vec{R}} J(|\vec{R}-\vec{R}'|)\vec{S}(\vec{R}') - g\mu_B\vec{B}\right)$$

- soit $\vec{B}_{eff} = \vec{B} + \frac{1}{g\mu_B}\left(\sum_{\vec{R}'} J(|\vec{R}-\vec{R}'|)\vec{S}(\vec{R}')\right)$

$$\Rightarrow \Delta H = g\mu_B\vec{S}(\vec{R})\cdot\vec{B}_{eff}$$

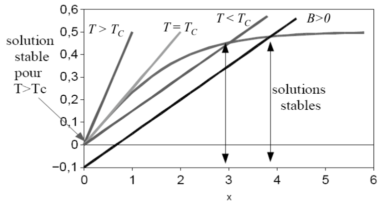
$$\left\langle\vec{S}(\vec{R}')\right\rangle = \frac{V}{N}\frac{\vec{M}}{g\mu_B} \quad \Rightarrow \quad \vec{B}_{eff} = \vec{B} + \lambda\vec{M}, \quad \lambda = \frac{V}{N}\frac{J}{(g\mu_B)^2}, \quad J = \sum_R J(|\vec{R}|)$$

Approximation champ moyen

- On cherche la solution de

$$M = M_0(B_{eff}/T), \quad M_0 \text{ : aimantation en l'absence d'interaction}$$

- avec $B_{eff} = B + \lambda M, \quad x = g\mu_B B_{eff}/k_B T$



$$B_S(x) = \frac{kT}{2Jn}\left(x - \frac{g_J \mu_B B}{kT}\right)$$

$$k_B T_C = J\,\frac{S(S+1)}{3}$$

9