PHY6505: Physique de la matière condensée

Cours 9

Amélioration à l'approximation du temps de relaxation

François Schiettekatte
Université de Montréal
Automne 2010

Approximations

- Temps de relaxation
  - Drude: collision à chaque τ
  - Cours 6: $g(t) = f(t) - \int_{-\infty}^{t} dt' P(t,t') \frac{d}{dt'} f(t'),\quad P(t,t')dt' = e^{-(t-t')/\tau} dt'$
    valeur initiale   correction: dist. des collisions dans le temps
  - Mais la distribution redevient-elle f après une collision?
- Électrons indépendant (examinée au prochain cours)
  - Interaction cachée dans le potentiel
  - Conséquences, comment faire mieux

Temps de relaxation

- L'approximation donne de bons résultats si τ n'en fait pas partie
- Exemples
  - effet Hall, $R_{H \to \infty}$ $T \ll \tau$
  - Wiedemann-Franz
    - Fonctionne car τ n'apparaît pas, mais aussi parce que l'énergie est conservée dans les collision
- On peut spécifier τ_n pour chaque bande mais peut-on aller plus loin?

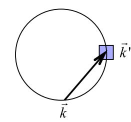
3

Sources de collisions ?

- Impuretés & Défauts
  - Rompent la périodicité du réseau
  - Indépendants de T
- Vibrations thermiques
  - Ions hors de leur position statique
  - Augmentent avec T
- Interaction e^- - e^-
  - (prochaine partie)

4

Probabilité de diffusion



- Probabilité qu'un électron avec $\vec{k}$ soit diffusé dans un intervalle $d\vec{k}'$ autour de $\vec{k}'$ pendant le temps dt:

$$W_{\vec{k},\vec{k}'}\frac{dt\, d\vec{k}'}{2\pi^3}$$

  - L'intégrale sur $d\vec{k}'$ est la probabilité durant dt: $\frac{1}{\tau(\vec{k})}$
- À cause du principe d'exclusion de Pauli, la probabilité dépend du taux d'inoccupation: $1-g(\vec{k})$
  - Il faut que l'état d'arrivée $\vec{k}'$ soit disponible

$$\frac{1}{\tau(\vec{k})} = \int \frac{d\vec{k}'}{2\pi^3} W_{\vec{k},\vec{k}'}\left(1-g(\vec{k}')\right)$$

5

Changement de $g(t)$ dû aux collisions

- Taux de changement de $g(t)$ dû aux collisions

$$\left(\frac{dg}{dt}\right)_{coll} = \int \frac{d\vec{k}'}{2\pi^3}\left[\underbrace{\overbrace{W_{\vec{k},\vec{k}'}}^{\text{prob.}}\ \overbrace{g(\vec{k})}^{\text{population à } \vec{k}}\ \overbrace{\left(1-g(\vec{k}')\right)}^{\text{place disp. à } \vec{k}'}}_{\text{e}^- \text{ perdus dans } d\vec{k} \text{ autour de } \vec{k} \text{ à destination de } \vec{k}'} - \underbrace{W_{\vec{k}',\vec{k}}\, g(\vec{k}')\left(1-g(\vec{k})\right)}_{\text{e}^- \text{ gagnés dans } d\vec{k} \text{ autour de } \vec{k} \text{ en provenance de } \vec{k}'}\right]$$

- …à comparer à l'approximation du temps de relaxation:

$$\left(\frac{dg}{dt}\right)_{coll} = -\frac{g(\vec{k})-f(\vec{k})}{\underbrace{\tau(\vec{k})}_{\text{indep. de } f}}$$

donc en réalité, τ dépend de k à travers le taux d'occupation => pas d'expression analytique simple

6

Équation de Boltzmann

- $$\frac{\partial g}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial g}{\partial \vec{r}} + \underbrace{\dot{\vec{k}}}_{\vec{F}/\hbar} \cdot \frac{\partial g}{\partial \vec{k}} = \left(\frac{\partial g}{\partial t}\right)_{coll}$$
- Équation différentielle ordinaire si
$$\left(\frac{dg}{dt}\right)_{coll} = -\frac{g(\vec{k}) - g_0(\vec{k})}{\underbrace{\tau(\vec{k})}_{\text{indep. de } f}}$$
- La solution de l'équation de Boltzmann dépend de la forme de W

7

Diffusion sur les impuretés

- Faible concentration
  - Interaction sur une impureté à la fois
  - N'influencent pas les niveaux d'énergie et le piégeage

8

Diffusion sur les impuretés

- On peut obtenir grâce à la règle d'or de la théorie des perturbations que
  - $W_{\vec{k},\vec{k}'} = \frac{2\pi}{\hbar} n_i \underbrace{\delta\left(\varepsilon(\vec{k}) - \varepsilon(\vec{k}')\right)} \left|\langle \vec{k} | U_i | \vec{k}' \rangle\right|^2$
  - U_i: interaction d'un e$^-$ sur une impureté
  - conservation de ε
  - Indépendant de g
    - dans l'approximation des e$^-$ indépendants
    - τ dépend de g par les états vides dans le calcul de τ
  - $W_{\vec{k},\vec{k}'} = W_{\vec{k}',\vec{k}}$ car U_i est hermitique: $\langle \vec{k} | U_i | \vec{k}' \rangle = \langle \vec{k}' | U_i | \vec{k} \rangle^*$
- $$\Rightarrow \left(\frac{dg}{dt}\right)_{coll} = \int \frac{d\vec{k}'}{2\pi^3} W_{\vec{k},\vec{k}'} \left[g(\vec{k}) - g(\vec{k}')\right]$$

Loi de Wiedemann-Franz

- Prévaut si $\varepsilon(\vec{k}) = \varepsilon(\vec{k}')$ (collisions élastiques)
- Pour cela, il faut que $\int d\vec{k}' W_{\vec{k},\vec{k}'} \varepsilon(\vec{k}') g(\vec{k}') = \varepsilon(\vec{k}) \int d\vec{k}' W_{\vec{k},\vec{k}'} g(\vec{k}')$
- Satisfait puisque $W_{\vec{k},\vec{k}'} = 0 \text{ si } \varepsilon(\vec{k}) \neq \varepsilon(\vec{k}')$
  - donc Wiedemann-Franz fonctionne si conservation de l'énergie dans les collision => transport charge et énergie affecté de la même façon
  - en fait, il faut que $\left|\varepsilon(\vec{k}) - \varepsilon(\vec{k}')\right| << k_B T$
  - pas nécessairement vrai à T=10-100K (collisions avec phonons)

- Règle de Matthiessen: $W = W_1 + W_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}$
  Matériaux isotropes:
  - Si $\varepsilon(\vec{k}) = \varepsilon(k) \Rightarrow \vec{k} = k$
    on peut montrer que $\frac{1}{\tau(k)} = \int \frac{dk}{2\pi^3} W_{\vec{k},\vec{k}'} \underbrace{\left(1 - \hat{k}\cdot\hat{k}'\right)}_{=1-\cos\theta \approx \frac{\theta^2}{2}}$
  - τ est une moyenne sur plusieurs processus
  - Contribution à τ plus grande des collisions à grand angle (θ grand), i.e. coll. qui changent drastiquement la trajectoire