

# PHY6505: Physique de la matière condensée

## Cours 15 Effets anharmoniques et phonons dans les métaux

François Schiettekatte  
Université de Montréal  
Automne 2010

1

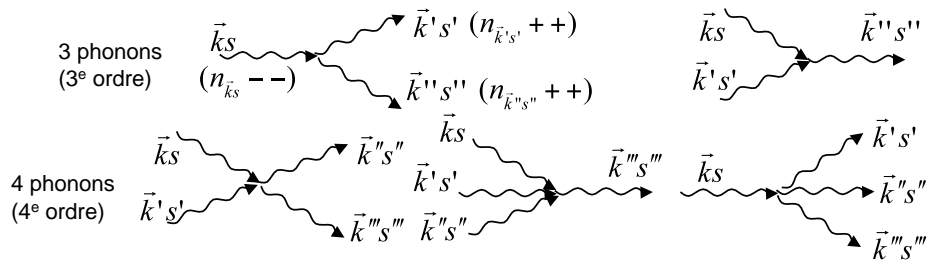
## Introduction

- Potentiel harmonique: oscillations p/r position d'équilibre
  - Aucune dilatation thermique possible
  - Conductivité thermique infinie: les phonons n'interagissent pas entre eux
- On doit tenir compte de termes d'ordre plus élevé dans le potentiel
  - Permet l'expansion thermique
  - Introduit une interaction entre phonons

2

# collisions phonon-phonon

- Selon la théorie des perturbations, on peut représenter l'effet des termes d'ordre supérieur du potentiel, s'ils sont faibles, comme des processus à  $n$  phonons



$$\sum \hbar \omega_s(\vec{k}) n_{\vec{k}_s} = \sum \hbar \omega_s(\vec{k}') n'_{\vec{k}'_s} \quad \text{conservation de l'énergie}$$

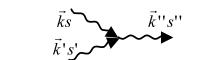
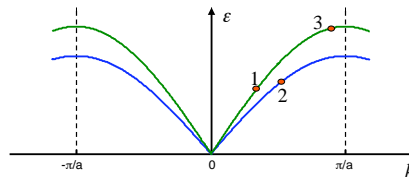
$$\sum \vec{k} n_{\vec{k}_s} = \sum \vec{k}' n'_{\vec{k}'_s} \quad \text{conservation de la quantité de mouvement}$$

3

# Processus Umklapp

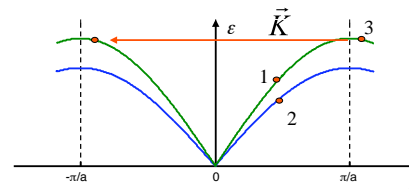
- Réseau périodique:

- processus normaux



$$\sum \vec{k} n_{\vec{k}_s} = \sum \vec{k}' n'_{\vec{k}'_s}$$

- Processus Umklapp



$$\sum \vec{k} n_{\vec{k}_s} = \sum \vec{k}' n'_{\vec{k}'_s} + \vec{K}$$

4

## Conductivité thermique par phonons

- Phonons: vecteur principal de transport de chaleur dans les isolants électriques
- Semblable (mais avec quelques différences notables) à la conductivité thermique des gaz

5

## conductivité thermique dans les gaz

- Dans le cas d'un gaz

$$\kappa = \frac{1}{3} n \bar{v} \ell c_v, \quad \ell = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{n \sigma_0} \Rightarrow \kappa = \frac{1}{3\sqrt{2}} \frac{\bar{v}}{\sigma_0} c_v$$

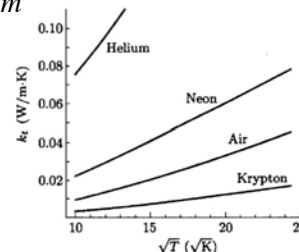
- indépendant de la pression

- Si la distribution des vitesses est maxwellienne

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{kT}{m}}, \quad c_v = \frac{3}{2} Nk \Rightarrow \kappa \sim \sqrt{\frac{T}{m}}$$

- Schroeder:

Figure 1.19. Thermal conductivities of selected gases, plotted vs. the square root of the absolute temperature. The curves are approximately linear, as predicted by equation 1.65. Data from Lide (1994).



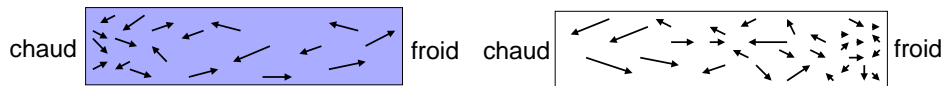
## Différence entre gaz réel et gaz de phonons

### ■ Gaz de phonons

- Création/destruction de « particules »
- Vitesse ~ constante
- Densité d'excitations (n) et énergie plus grande à l'extrémité chaude
- Transport dû aux phonons créés à l'extrémité chaude et détruits à l'extrémité froide
- Effet mineur des collisions (limite libre parcours moyen)

### ■ Gaz réel

- Nombre de particules conservé
- Pas de flux net de particules ( $\neq$  convection)
- Vitesse et énergie plus grande à l'extrémité chaude, densité de particules plus grande à l'extrémité froide car P constant
- Transport résultant des collisions entre particules



7

## Dépendance $\kappa(T)$

$$\kappa = \frac{1}{3} n \bar{v} \ell c_v$$

Haute T  $c_v \rightarrow cte$

$$n_{\vec{k}s} \approx k_B T / \hbar \omega_s(\vec{k}) \Rightarrow \ell \sim 1/T^{1-2}$$

$$\Rightarrow \kappa \sim 1/T^{1-2}$$

Selon ordre coll. dominant

Moyenne T  
(région dans laquelle  $\kappa$  augmente même si  $c_v$  diminue)

$\ell \rightarrow \infty$  sauf si on tient compte des processus *umklapp* qui ont pour effet d'inverser la direction, donc efficaces à limiter  $\ell$

Nombre de collision *umklapp* dépend du nombre de phonons avec

$$k \sim k_D, \varepsilon \sim \hbar \omega_D$$

$$n_{\vec{k}s}^{umklapp} \approx \frac{1}{e^{\Theta_D/T} - 1} \approx e^{-\Theta_D/T} \Rightarrow \ell \sim e^{\Theta_D/T}$$

$$\Rightarrow \kappa \sim e^{\Theta_D/T}$$

Basse T  $c_v \sim T^3$

$$\ell \sim 1/n_{imp,surf}$$

$$\Rightarrow \kappa \sim T^3$$

A&M  
Fig.25.5

8

## Second sound

- Puisque les phonons se comportent comme un gaz de particules (avec beaucoup de similarité avec un gaz réel), il est possible qu'ils transportent eux-mêmes une onde sonore, en tant que gaz particules!
- Il faut pour cela que la fréquence soit dans un régime pour lequel
  - Les collisions normales sont nombreuses
  - Les processus *umklapp* sont négligeables
- Surtout observable dans l'hélium liquide
- Grand succès prédictif de la théorie de la vibration des réseaux

9

## Phonons dans les métaux

- *tableau*

10

# Résistivité dans le métaux

- Interaction e-phonon:

$$\varepsilon_{\vec{k}} = \varepsilon_{\vec{k}'} \pm \hbar\omega(\vec{k} - \vec{k}'), \quad \vec{q} = \vec{k} - \vec{k}'$$

- Haute T:  $T \gg \Theta_D$ ,

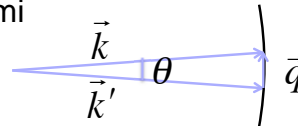
$$n(\vec{q}) = \frac{1}{e^{\beta\hbar\omega(\vec{q})} - 1} \approx \frac{k_B T}{\hbar\omega(\vec{q})} \Rightarrow \rho \sim T$$

11

- Basse T:

- Absorption: seuls sont disponibles des phonons avec  $\hbar\omega(\vec{q}) \leq k_B T$ ,  $\omega = cq \Rightarrow q \leq k_B T / \hbar c$

- Aire en  $T^2$  sur la surface de Fermi



- Émission: seuls sont disponibles des e<sup>-</sup> avec  $\varepsilon - \varepsilon_F \leq k_B T$

- et états d'arrivée avec  $\varepsilon_F - \varepsilon \leq k_B T$

- Couplage  $|g_{\vec{k}\vec{k}'}|^2 \sim q \sim T \Rightarrow W_{\vec{k}\vec{k}'} \sim T^3$

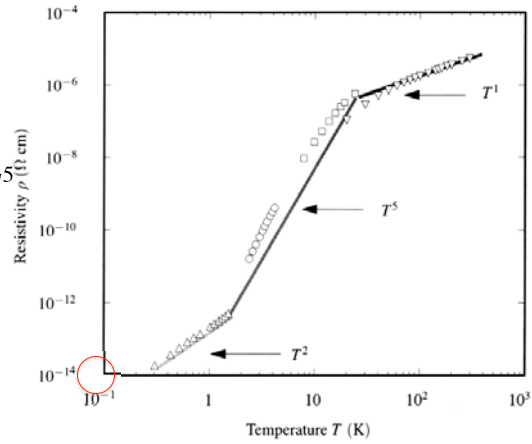
- Cours 9:  $\frac{1}{\tau} = \int \frac{d\vec{k}}{2\pi^3} W_{\vec{k}\vec{k}'} \underbrace{(1 - \hat{k} \cdot \hat{k}')}_{1 - \cos\theta \approx \frac{\theta^2}{2} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{q}{k_F}\right)^2 \sim T^2}$

12

□ Basse T (suite)

■  $\frac{1}{\tau} \sim T^3 \cdot T^2 = T^5$

■ Loi de Bloch en  $T^5 \sim \rho$



Resistivity of potassium from 0.1 to 300 K. At the lowest temperatures, the resistance varies as  $T^2$ , from 2 to 20 K, it varies as  $T^5$ , and from 100 K upwards, it varies as  $T^1$ . [Source: Bass et al. (1990).]

Source: Marder Fig. 18.1, p.487 d'après des données tirées de Bass et al. Rev. Mod. Phys. 62 (1990) 645 13