PHY6505:
Physique de la matière condensée

Cours 22
ordre magnétique

François Schiettekatte
Université de Montréal
Automne 2010

1

Ordre magnétique

- Ferromagnétisme: $J > 0$

$$H = -\frac{1}{2}\sum_{RR'} J(|\vec{R}-\vec{R}'|)\vec{S}(\vec{R})\cdot\vec{S}(\vec{R}') - g\mu_B B\sum_R \vec{S}_z(\vec{R})$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{RR'} J(|\vec{R}-\vec{R}'|)\vec{S}_z(\vec{R})\vec{S}_z(\vec{R}') - g\mu_B B\sum_R \vec{S}_z(\vec{R})$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{RR'} J(|\vec{R}-\vec{R}'|)\vec{S}_-(\vec{R}')\vec{S}_+(\vec{R})$$

$$\vec{S}_\pm(\vec{R}) = \vec{S}_x(\vec{R}) \pm \vec{S}_y(\vec{R}), \quad \vec{S}_z(\vec{R})|S\rangle_{\vec{R}} = S|S\rangle_{\vec{R}}$$

$$\vec{S}_\pm(\vec{R})|S_z\rangle_{\vec{R}} = \sqrt{(S \mp S_z)(S+1 \mp S_z)}|S_z \pm 1\rangle_{\vec{R}}$$

  - État fondamental:

$$\langle\uparrow\uparrow\uparrow \ldots|H|\uparrow\uparrow\uparrow \ldots\rangle = -\sum_{paires} S^2 J_{paire}, \text{ car } \vec{S}_+(\vec{R})|S_z\rangle_{\vec{R}} = 0 \text{ et } S_z = S$$

2

Ordre magnétique

- Antiferromagnétisme: J<0
  - État fondamental $\neq \uparrow\downarrow\ \uparrow\downarrow\ \uparrow\downarrow\ \uparrow\downarrow$ car $\langle \vec{S}_\pm(\vec{R}) | S_z \rangle_{\vec{R}} \neq 0$
  - Tout ce qu'on peut démontrer (prob. 33.2), c'est que

$$-\frac{1}{2}S(S+1)\sum_{RR'}^{n} |J(\vec{R}-\vec{R}')| \leq E_0 \leq -\frac{1}{2}S^2\sum_{RR'}^{n} |J(\vec{R}-\vec{R}')|$$

  - e.g. chaine 1D de spin ½: $-NJ/4 \leq E_0 \leq -3NJ/4$
    - Solution exacte de Bethe: $E_0 =$ -0.443 NJ

Ondes de spins

- Un état excité
  - $\neq$ spin spécifique qui flip
  - Réparti sur tous les spins
- Spin du site R qui passe de S à S-1: $|\vec{R}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2S}}\vec{S}_-(\vec{R})|0\rangle$

$$\vec{S}_-(\vec{R}')\vec{S}_+(\vec{R})|\vec{R}\rangle = 2S|\vec{R}'\rangle, \quad \vec{S}_z(\vec{R}')|\vec{R}\rangle = \begin{cases} S|\vec{R}\rangle, & \vec{R}' \neq \vec{R} \\ (S-1)|\vec{R}\rangle, & \vec{R}' = \vec{R} \end{cases}$$

$$\Rightarrow H|\vec{R}\rangle = E_0|\vec{R}\rangle + g\mu_B B|\vec{R}\rangle + S\sum_{\vec{R}'} J(\vec{R}-\vec{R}')\left[|\vec{R}\rangle - |\vec{R}'\rangle\right]$$

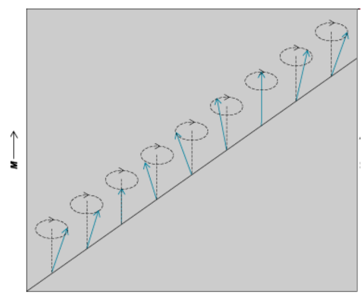
- Donc $|\vec{R}\rangle$ pas un état propre, mais une combinaison linéaire le sera: $|\vec{k}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_R e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}}|\vec{R}\rangle$

$$E_{\vec{k}} = E_0 + g\mu_B B + S\sum_R J(\vec{R})(1-e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}})$$

Ondes de spins

- et $\varepsilon(\vec{k}) = E_{\vec{k}} - E_0 = g\mu_B B + S\sum_R J(\vec{R})\sin^2(\tfrac{1}{2}\vec{k}\cdot\vec{R})$
- Partie transverse

$$\left\langle \vec{k}\middle|\vec{S}_\perp(\vec{R})\cdot\vec{S}_\perp(\vec{R}')\middle|\vec{k}\right\rangle = \frac{2S}{N}\cos(\vec{k}\cdot(\vec{R}-\vec{R}'))$$



Source: www.answers.com/topic/magnon

5

Ondes de spins

- Excitations bosoniques: idem que phonons

$$M(T) = M(0)\left[1 - \frac{V}{NS}\int\frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}\frac{1}{e^{\varepsilon(\vec{k})/k_BT}-1}\right]$$

$$\varepsilon(\vec{k}) = S\sum_R J(\vec{R})\sin^2(\tfrac{1}{2}\vec{k}\cdot\vec{R}) \approx \frac{S}{2}\sum_R J(\vec{R})(\vec{k}\cdot\vec{R})^2$$

$$\sqrt{k_BT}\,q = \vec{k} \quad\Rightarrow\quad M(T) = M(0)\left[1 - \frac{V}{NS}(k_BT)^{3/2}\int\frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3}\frac{1}{e^{\frac{S}{2}\sum_R J(\vec{R})(\vec{q}\cdot\vec{R})^2}-1}\right]$$

Loi de Bloch en $T^{3/2}$

6

Ondes de spins

$$\Rightarrow \quad M(T) \approx M(0)\left[1-(T/T_C)^{3/2}\right]$$

$$T_C = \frac{V}{NS} k_B{}^{3/2} \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{S}{2}\sum_R J(\vec{R})(\vec{q}\cdot\vec{R})^2} - 1}$$

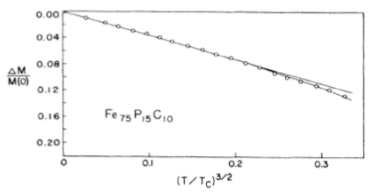
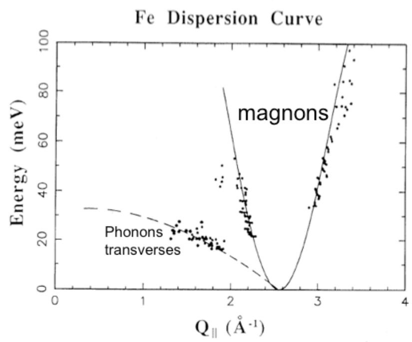


FIG. 3. Fractional change of hyperfine field vs $(T/T_C)^{3/2}$ for $Fe_{75}P_{15}C_{10}$.

C. L. Chien, R. Hasegawa, Phys. Rev. **B16**, 2115 (1977)

$$\varepsilon(\vec{k}) \approx \frac{JS}{2} \sum_{\vec{R}_{\text{voisins}}} (\vec{k}\cdot\vec{R}_{\text{voisins}})^2$$



Yethiraj *et al.* Phys. Rev. **B43**, 2565 (1991)

diffusion inélastique de neutrons sur ^{54}Fe (12% Si)

7

Approximation champ moyen

- Examinons un site $\vec{R}$ en particulier

$$\Delta H = -\vec{S}(\vec{R})\cdot\left(\sum_{\vec{R}'\neq\vec{R}} J(|\vec{R}-\vec{R}'|)\vec{S}(\vec{R}') - g\mu_B\vec{B}\right)$$

- soit $\vec{B}_{eff} = \vec{B} + \dfrac{1}{g\mu_B}\left(\sum_{\vec{R}'} J(|\vec{R}-\vec{R}'|)\vec{S}(\vec{R}')\right)$

$$\Rightarrow \Delta H = g\mu_B \vec{S}(\vec{R})\cdot\vec{B}_{eff}$$

$$\left\langle \vec{S}(\vec{R}')\right\rangle = \frac{V}{N}\frac{\vec{M}}{g\mu_B} \quad \Rightarrow \quad \vec{B}_{eff} = \vec{B} + \lambda\vec{M}, \quad \lambda = \frac{V}{N}\frac{J}{(g\mu_B)^2}, \quad J = \sum_{\vec{R}} J(|\vec{R}|)$$

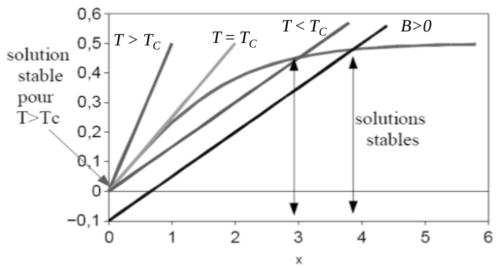
8

Approximation champ moyen

- On cherche la solution de

$$M = M_0(B_{eff}/T), \quad M_0 \text{ : aimantation en l'absence d'interaction}$$

- avec $B_{eff} = B + \lambda M, \quad x = g\mu_B B_{eff}/k_B T$



$$B_S(x) = \frac{kT}{2Jn}\left(x - \frac{g_J \mu_B B}{kT}\right)$$

$$k_B T_C = J\,\frac{S(S+1)}{3}$$