statistique quantique des gaz parfaits: les bosons

Physique thermique et statistique (PHY2215)

vingtième cours

François Schiettekatte
Université de Montréal

Hiver 2009

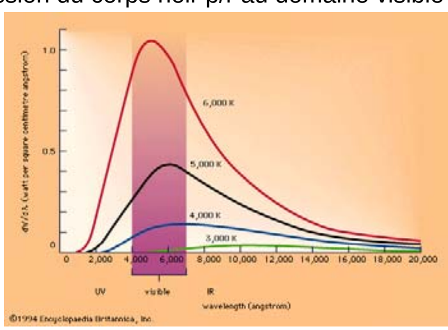
Survol

- radiation du corps noir
- interaction entre atomes dans les solides
  - nous avons déjà vu deux modèles d'interaction
    - solide d'*Einstein*
    - équation de *van der Walls*
  - cette fois: approximation de Debye

tableau

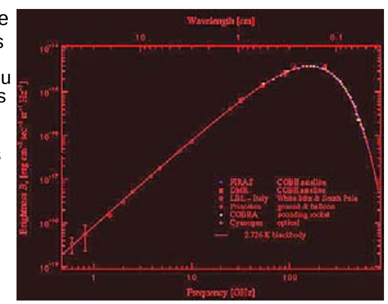
corps noir

- Émission du corps noir p/r au domaine visible



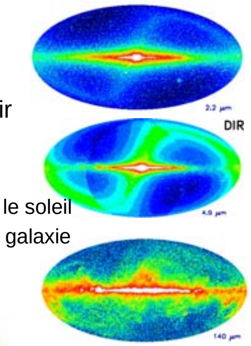
corps noir

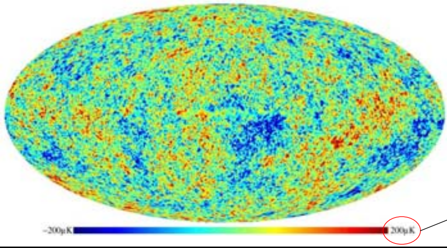
- maximum de la densité spectrale
  - la radiation fossile de l'univers émet un spectre qui reproduit exactement le rayonnement du corps noir sur plusieurs ordres de grandeur en terme de fréquence
  - l'univers n'est ni plus ni moins qu'un gaz de photons en expansion adiabatique
  - la fréquence maximale est à 170 GHz (ondes millimétriques)
  - la "température de l'univers" est ainsi de 2.726 K actuellement
  - Source: http://rst.gsfc.nasa.gov/Sect20/A9.html



corps noir

- WMAP
  - Anisotropie de 10^{-5} p/r au corps noir
  - Corrections:
    - Émission par les étoiles de la galaxie
    - Chauffage du gaz inter<u>planétaire</u> par le soleil
    - Chauffage du gaz inter<u>stellaire</u> par la galaxie





p/r à 2.726 K

pause

11

interaction entre particules

- vibrations dans un réseau cristallin
  - un atome dans un solide est analogue à une masse dans un oscillateur harmonique
  - l'énergie associée à une fréquence de vibration ν sera

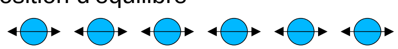
$$E_{n_x,n_y,n_z} = \left(n_x + n_y + n_z + \frac{3}{2}\right)h\nu$$

  - les quanta d'énergie associés à ces vibrations sont appelés *phonons*
  - ils se comportent comme des bosons de spin = 0

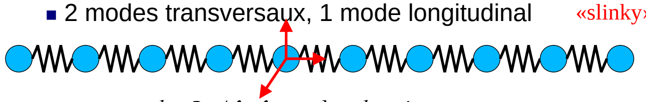
12

vibrations dans un réseau cristallin

- modèle d'Einstein
  - une seule fréquence par atome
  - les atomes vibrent indépendamment par rapport à leur position d'équilibre



- modèle de Debye
  - les atomes vibrent selon des modes collectifs
  - 2 modes transversaux, 1 mode longitudinal «slinky»



$k = 2\pi/\lambda : \lambda$ grand $\Leftrightarrow k$ petit

13

vibrations dans un réseau cristallin

- modèle de Debye
  - relation de dispersion (sites web: 1

approximation de Debye: on considère la partie linéaire $\frac{\omega}{k} = v$

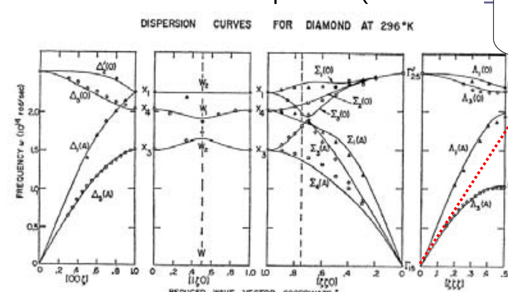


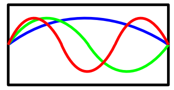
Fig. 1. The dispersion relation for the normal modes of vibration of diamond in the principal symmetry directions at 296°K. The full curves represent a shell-model fit to the data points. Branches and end points are labeled by the irreducible representations according to which the associated polarization vectors transform.

$\zeta \sim |\vec{k}|/k_{max}$ dans une direction

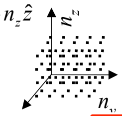
Source: J. L. Warren and J. L. Yarnell, G. Dolling and R. A. Cowley, *Lattice Dynamics of Diamond*, Phys. Rev. **158** (1967) 805

14

vibrations dans un réseau cristallin



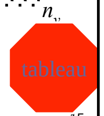
- modèle de Debye
  - comme pour les photons
    - nombre moyen de vibrations à la fréquence ν: $\bar{n} = \dfrac{1}{e^{\beta h \nu} - 1}$
  - ondes dans une cavité
    - vecteur d'onde $\vec{k} = \dfrac{2\pi}{2L_x} n_x \hat{x} + \dfrac{2\pi}{2L_y} n_y \hat{y} + \dfrac{2\pi}{2L_z} n_z \hat{z}$



    - N atomes, $3N$ degrés de liberté présents
    - l'intégrale sur tous les modes accessibles n'est pas infinie

$$3N = 3\int dn_x dn_y dn_z = 3\frac{8L_xL_yL_z}{(2\pi)^3}\int_0^{k_D} dk_x dk_y dk_z$$

    - on cherche k_D la limite en terme de nombre d'onde



15

capacité calorifique dans un métal

- capacité calorifique dans un métal
  - C_V totale à basse T
    = électrons + vibration des atomes

$$C_V = \frac{\pi^2}{2}\frac{Nk_B^2}{\varepsilon_F}T + \frac{12\pi^4}{5}Nk_B\left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3 \quad \left(= Nk_B\left[\frac{\pi^2}{2}\frac{T}{\varepsilon_F/k_B} + \frac{12\pi^4}{5}\left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3\right]\right)$$

cours 16: $C_V \sim T^3 \neq e^{\Theta_E/T}$

  - ou $\dfrac{C_V}{T} = a + bT^2, \quad a = \dfrac{\pi^2}{2}\dfrac{Nk_B^2}{\varepsilon_F}, \quad b = \dfrac{12\pi^4}{5}Nk_B\left(\dfrac{1}{\Theta_D}\right)^3$

20

capacité calorifique dans un métal

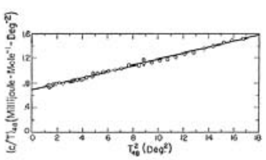


FIG. 5. Atomic heat of copper.

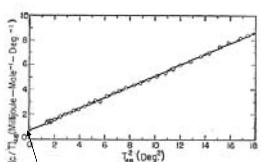


FIG. 7. Atomic heat of gold.

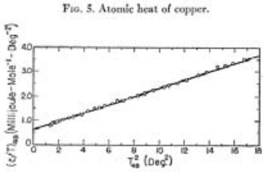


FIG. 6. Atomic heat of silver.

$$\frac{C_V}{T} = a + bT^2$$

$$a = \frac{\pi^2}{2}\frac{Nk_B^2}{\varepsilon_F}$$

$$b = \frac{12\pi^4}{5}Nk_B\left(\frac{1}{\Theta_D}\right)^3$$

W. S. Corak, M. P. Garfunkel, C. B. Satterthwaite, and A. Wexler
Phys. Rev. 98, 1699–1707 (1955)

21

à retenir

- Corps noir
  - émissivité en T^4
  - pic se déplace $\sim T$
- Modèle de Debye
  - les modes collectifs de vibration rendent mieux compte des résultats expérimentaux
  - deux contribution à la chaleur spécifique
    - vibrations (phonons): $\sim T^3$
    - électrons (dans les conducteurs): $\sim T$

22