PHY2215 - HIVER 2009

Cours 21 – ferromagnétisme

Survol

- ferromagnétisme
  - champ moléculaire de Weiss
  - susceptibilité magnétique
  - modèle de Ising
- magnétisme à basse température

Introduction

En ce qui concerne le magnétisme, nous avons jusqu'à maintenant considéré seulement le paramagnétisme, c'est-à-dire l'effet obtenu avec un ensemble de spin qui n'interagissent qu'avec un champ magnétique externe. La valeur moyenne de la magnétisation pour un spin ½ sera alors $\mu_B\ \tanh(\mu_B B / kT)$ tel que vu précédemment. Plus la température est élevée par rapport à $\mu_B B$, plus l'agitation thermique fera en sorte que la valeur moyenne sera proche de 0. En effet, les facteurs de Boltzmann dans le calcul de la probabilité sont alors tous proche de 1, et la probabilité d'un spin d'être parallèle ou antiparallèle au champ externe est pratiquement la même.

Définition de σ

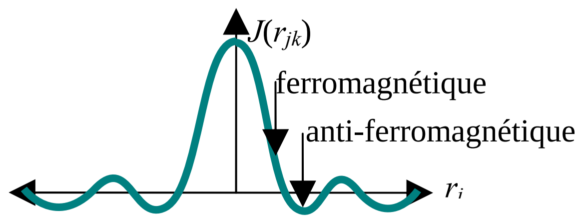
Le moment magnétique associé au spin est donné par $\vec{\mu} = g_J \mu_B \vec{S}$. Pour simplifier les équations et la compréhension, nous considérerons à partir d'ici que le champ magnétique est orienté selon $\hat{z}$ et que nous avons affaire à des particules de spin ½ dont les valeurs propres dans la direction du champ sont $S_z = \pm½$. En l'absence de moment orbital, $g_J = 2$ et μ prend des valeurs $\mu = \sigma\mu_B$ avec $\sigma = \pm 1$. (Pour un traitement plus général, veuillez consulter le Reif.)

Si on tient compte seulement un champ magnétique externe, l'énergie liée à N spins s'écrit

$$E = -\mu_B B \sum_{i=1}^{N} \sigma_i \ .$$

Ferromagnétisme

Avec le ferromagnétisme, on considère cette fois une interaction entre spins. En effet, dans plusieurs matériaux, les atomes subissent une interaction avec leurs voisins qui dépend de l'état de spin de leurs électrons : *l'interaction d'échange*. Ceci implique donc une interaction pour chaque paire d'atome!



$$\varepsilon_{jk} = -2J\sigma_j\sigma_k$$

où J est une fonction représentant l'intensité de l'interaction. En pratique, seuls les voisins immédiats ont une influence significative, et, considérant n premiers voisins identiques et équidistants, la partie de l'énergie du système associée à ces interactions sera

$$E' = \frac{1}{2}\left(-2J\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{n}\sigma_j\sigma_k\right)$$

Champ moléculaire de Weiss

Pour le $j^{\text{ième}}$ atome, l'énergie totale (reliée au champ externe + n voisins) devient donc,

$$E_j = -\mu_B B\sigma_j - J\sum_{k=1}^{n}\sigma_j\sigma_k$$

L'approximation de Weiss consiste à considérer que les spins voisins produisent une interaction **équivalente** à un champ magnétique moyen, présent dans tout le matériau, tel que :

$$\mu_B B_m = J\overline{\sum_{k=1}^{n}\sigma_k}\ .$$

Ainsi $E_j = -\mu_B B\sigma_j - \mu_B B_m\sigma_j = -\mu_B(B+B_m)\sigma_j$

Or, nous avons vu à moult reprises que

$$\overline{\mu} = \mu_B \tanh(\mu_B B/kT)$$

Ici, $\sigma = \mu/\mu_B$ et $\overline{\sigma} = \tanh(\mu_B(B+B_m)/kT)$

Supposons maintenant que les n voisins de l'atome j ont la même valeur moyenne de σ que l'atome j lui-même.
On peut donc dire que

$$\mu_B B_m = J\overline{\sum_{k=1}^{n}\sigma_k} = J\sum_{k=1}^{n}\overline{\sigma}_k = Jn\overline{\sigma} = Jn\tanh(\mu_B(B+B_m)/kT)$$

Cherchons la solution pour B_m dans
$Jn\tanh((\mu_B B + \mu_B B_m)/kT) = \mu_B B_m$

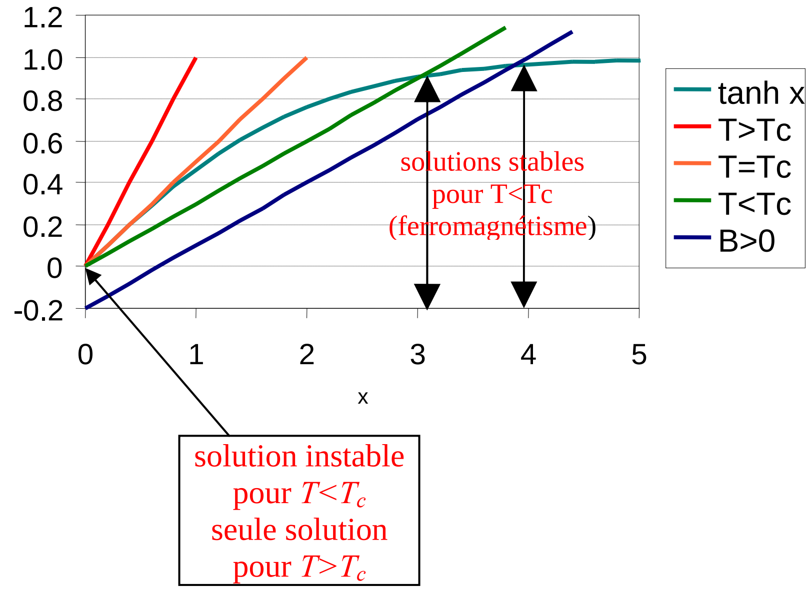
Soit

$$x = \mu_B (B + B_m)/kT \Rightarrow \mu_B B_m = xkT - \mu_B B$$

alors $Jn\tanh(x) = \mu_B B_m = xkT - \mu_B B$

On cherche la solution de x dans

$$\tanh(x) = \underbrace{\frac{kT}{Jn}}_{pente} x - \underbrace{\frac{\mu_B B}{Jn}}_{ordonnée}$$



Température critique

Température pour laquelle on passe d'une solution stable à $x > 0$ à une seule solution à $x=0$ à champ externe nul ($B=0$)

$$\frac{\partial}{\partial x}\tanh(x)\bigg|_{x=0} = \frac{kT}{Jn}$$

Aux faibles valeurs de x, $\tanh(x) \approx x$ et

$$\frac{\partial}{\partial x}\tanh(x)\bigg|_{x=0} \approx 1 = \frac{kT}{Jn} \quad \Rightarrow \quad kT_C = Jn$$

l'interaction J fois le nombre de voisions n.

Susceptibilité magnétique

$$\chi \equiv \lim_{B\to 0}\frac{\overline{\mu}}{B}$$

Aux faibles valeurs de x, $\tanh(x) \sim x$ et

$$\tanh(x) \approx x \approx \frac{kT}{Jn}x - \frac{\mu_B B}{Jn}$$

$$\left(\frac{kT}{Jn} - 1\right)x = \frac{\mu_B B}{Jn}$$

$$\left(kT - \underbrace{Jn}_{kT_C}\right)x = \mu_B B$$

$$x = \mu_B B/(kT - kT_C)$$

Finalement,

$$\chi \equiv \lim_{B\to 0}\frac{\overline{\mu}}{B} = \lim_{B\to 0}\frac{N\mu_B}{B}\tanh(x)$$

$$\approx \frac{N\mu_B}{B}x = \frac{N\mu_B}{B}\frac{\mu_B B}{kT - kT_C}$$

Donc,

$$\chi = \frac{N\mu_B^2}{k(T - T_C)}$$

ou

$$\frac{1}{\chi} = \frac{k}{N\mu_B^2}(T - T_C)$$

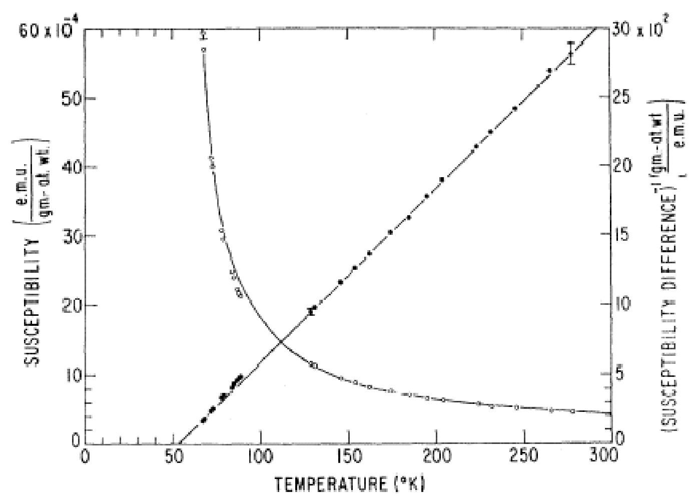


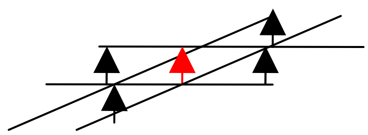
FIG. 3. Susceptibility (open points) and reciprocal susceptibility difference $(\chi-\chi_0)^{-1}$ (solid points) for sample No. 5(1) showing the Curie-Weiss behavior above the transition temperature.

L. Creveling, Jr. and H. L. Luo
Magnetic Properties of Gold-Rich Gold-Vanadium Alloys
Phys. Rev. 176, 614-630 (1968)

Modèle d'Ising

L'approximation de Weiss nous donne une solution globale pour le système, en supposant que tous les atomes d'un matériau tendront vers la même moyenne. Ce serait le cas pour l'équilibre à long terme, mais en pratique, lorsqu'on examine un matériau ferromagnétique sous sa température critique à l'échelle microscopique, on constate l'existence de *domaines magnétiques*, i.e. des régions chacune ordonnée dans une direction particulière et indépendante des autres (un peu comme pour les grains d'un polycristal). Ainsi, l'énergie est minimisée à l'intérieur de chaque région, mais le matériau pris globalement ne développe pas de champ magnétique, à moins qu'on s'expose à un champ magnétique externe suffisamment intense pour que tous les domaines magnétiques s'orientent de suivant l'axe du champ externe.

Le modèle de Ising permet de mieux comprendre le phénomène des domaines magnétiques. Cependant, on devra pour le résoudre effectuer une simulation de type Monte Carlo (bien qu'une solution analytique existe en 2D).



Considérons en 2D un atome qui peut interagir avec 4 voisins :

- soit $\bar{s}$ l'alignement moyen de ses voisins
- son énergie sera $E_+ = -\varepsilon n\bar{s}$ si son spin pointe vers le haut et $E_- = +\varepsilon n\bar{s}$ s'il pointe vers le bas
- à chaque pas de temps du calcul, on choisit un spin au hasard (Monte Carlo)
- soit ΔE le changement d'énergie associé à une transition
    - si $\Delta E < 0$, la probabilité d'effectuer la transition est 1
    - si $\Delta E \geq 0$, la probabilité sera $e^{-\beta\Delta E}$
- voyons ce que ça donne… {ordi}

Travail magnétique

Une force, de façon générale, peut être vue comme le changement de l'énergie par rapport à un paramètre

De façon conventionnelle, $F = -\dfrac{\partial E}{\partial x}$

Pour un changement de volume, $p = -\dfrac{\partial E}{\partial V}$

Pour un changement de champ magnétique, $M = -\dfrac{\partial E}{\partial H}$

où $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \frac{\vec{M}}{V}$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$

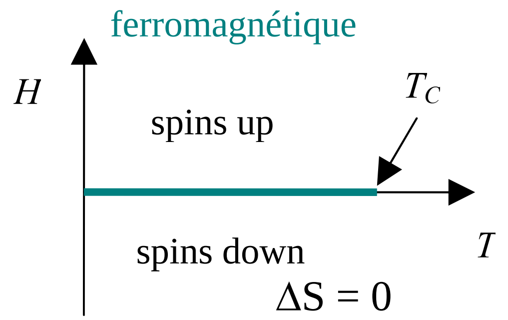
Et l'équation fondamentale devient

$$dQ = TdS = dE + dW = dE + \mu_0 MdH$$

L'énergie de Gibbs sera

$$dG = -SdT - \mu_0 MdH$$

Considérons alors le diagramme de phase *H-T* deux systèmes magnétiques (par analogie avec le diagramme *p-T*) : le ferromagnétisme et la supraconductivité. Par analogie à la relation de Clausius-Clapeyron

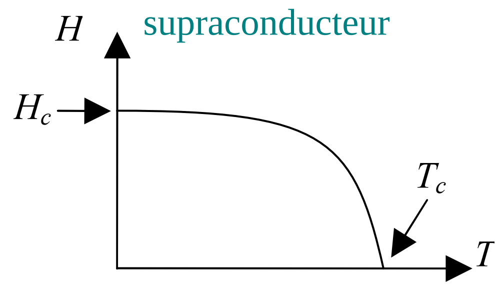


$\Delta S = 0$

car spin tous dans la même direction (haut ou bas)

$$dG_1 = -S_1\,dT - \mu_0 M_1\,dH = dG_2 = -S_2\,dT - \mu_0 M_2\,dH$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dH}{dT} = -\frac{S_2 - S_1}{\mu_0(M_2 - M_1)}$$



Supraconductivité

Un supraconducteur ne peut contenir de champ magnétique. Dans l'état supra

$$H = B/\mu_0 + M/V = 0 \Rightarrow M_s = -VB/\mu_0$$

Dans l'état non-supra, $M_n \sim 0$, donc

$$\frac{dB}{dT} = -\frac{S_n - S_s}{0 - (-VB/\mu_0)}$$

Comme la pente est négative, l'état supra est plus ordonné que l'état normal ($S_n > S_s$, $L>0$). Par contre, à $T \to 0$ l'entropie doit être égale (3e principe), dont la pente est nulle.

À retenir

- la température de Curie:
  - d'où ça vient
  - ce que ça signifie en termes de magnétisation
- approximation Weiss
- transitions de phase magnétiques