PHY2215 – HIVER 2009

Devoir #2 – Capacité calorifique

(À rendre au cours du 3 février, compte pour 5 points)

1. (3 points) *Solide d'Einstein*
   Dans le modèle d'Einstein d'un solide, on considère que les atomes se situent dans un potentiel harmonique et oscille à la fréquence ν par rapport à leur position d'équilibre. Les niveaux d'énergie des atomes sont quantifiés. $\varepsilon = h\nu$ représente l'énergie d'un quantum de vibration. Le nombre d'états accessibles pour un solide d'Einstein composé de N oscillateurs harmoniques quantiques excités par q quanta :
   $$\Omega(N,n) \approx \frac{\left(\frac{q+N}{q}\right)^q \left(\frac{q+N}{N}\right)^N}{\sqrt{2\pi q(N+q)/N}}$$
   i) Calculez l'entropie d'un tel système et montrez que le terme correspondant au dénominateur peut être négligé pour N et q grands.

   ii) De là, exprimez la température T en fonction de $E=qh\nu$ l'énergie totale du système. (On néglige l'énergie $\varepsilon_0 = h\nu/2$ du niveau fondamental de chaque atome.) L'expression finale ne devrait pas contenir q.

   iii) Inversez la relation pour exprimer E en fonction de T.

   iv) Calculez et tracez la capacité calorifique C en fonction de T sur un domaine de valeurs telles que l'on voit la courbe tendre vers son maximum. Calculez la valeur vers laquelle tend C à température élevée.

2. (2 points) *Paramagnétisme*
   Considérons un système isolé constitué d'un grand nombre N de spins localisés, de moment magnétique μ, plongés dans un champ magnétique B et interagissant faiblement (i.e. seulement pour maintenir l'équilibre thermodynamique). L'énergie du système est donnée par $E = -(n_1 - n_2)\mu B$ où $n_1$et n_2 sont respectivement le nombre de spins parallèle et antiparallèle au champ magnétique.

   i) Exprimez le nombre d'états en fonction de E, N et μB. L'expression finale ne devrait pas contenir n_1 ou n_2.
   ii) En utilisant l'approximation de Striling dans sa forme simple, calculez l'entropie.
   iii) Déterminez la température T en fonction de E, et inversement. Pour cette dernière, vous devriez obtenir $E = -N\mu B \tanh(\mu B / kT)$
   iv) L'aimantation est définie comme $M = -E/B$. Montrez comment l'aimantation se comporte à haute température (loi de Curie). Tracez M et son approximation en fonction de $1/T$ sur une plage de température telle qu'on voit l'approximation s'éloigner de l'expression exacte.