PHY2215 – HIVER 2009
Devoir #6 – gaz de photons
(À rendre au cours du mardi 7 avril, compte pour 5 points)

a. Connaissant l'énergie totale d'un gaz de photons, effectuez les étapes de calculs (cf. Schroeder p. 295) pour montrer que

$$S(T) = \frac{4\pi^2}{45} V \left(\frac{kT}{\hbar c}\right)^3 k$$

Quelle fonction simple de V et T est constante lors de l'expansion adiabatique d'un gaz de photons? Comparez cette expression à celle obtenue pour un gaz de molécules en première partie de session. Déduisez-en f, le nombre de degrés de liberté par photons. Cette valeur vous parait-elle raisonnable?

b. Utilisez $p = -\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_{S,N}$ pour montrer que $p = \frac{E_{tot}}{3V}$ pour un gaz de photons.

c. Considérant que l'espace intersidéral contient une densité d'environ 1 atome d'hydrogène par mètre cube (1 H/m3) et sachant que la température y est de 2.73 K, montrez que le rapport de la capacité calorifique de ce gaz d'hydrogène sur celle du gaz de photon est de ~10^{-9} à cette température.

d. Nous avons démontré que pour un gaz de photons dans un corps noir, la densité spectrale d'énergie *en terme de fréquence* angulaire ω est donnée par

$$U(\omega)d\omega = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} d\omega$$

et est maximale à $\omega_{max} = 2.82kT/\hbar$ ou $\nu_{max} = 2.82kT/h$. En remplaçant ω par $2\pi c/\lambda$, montrez que le maximum *en terme de longueur d'onde* se situe à $\lambda_{max} = hc/4.965kT$.

e. Sachant que pour les ondes électromagnétiques $\lambda\nu = c$, expliquez en au plus une demi-page pourquoi on obtient $\lambda_{max}\nu_{max} \neq c$, c'est-à-dire que pour un même corps noir, le maximum du spectre en longueur d'onde ne correspond pas au maximum du spectre en fréquence.