Physique expérimentale : analyse des incertitudes sur une mesure.

Benoit Viaud, Paul Taras

Buts de ce cours

- **Se familiariser avec la notion d'incertitude sur une mesure** **(chap. 1 & 2)**
  - Pourquoi doit-on la déterminer ?
  - Les différents types d'incertitude et leur origine
- **Apprendre à déterminer l'incertitude sur une mesure** **(chap. 3 & 4)**
  - Notions de base sur les statistiques : probabilités, distributions,…
  - Incertitude sur une combinaison de mesures.

- **Apprendre à comparer un modèle théorique à une(des) mesure(s) expérimentale(s)** **(chap. 5)**

  - Déterminer si un modèle décrit le phénomène mesuré,

  - Extraire la valeur de grandeurs physiques mise en jeu par un modèle.

Chapitre 1

De l’importance de la mesure et de son incertitude

Pourquoi faire des mesures ?

- » Pourquoi ne pas se contenter d'une approche purement théorique ?

Les mesures sont indispensables pour découvrir les lois de la physique !

- Observation expérimentale de phénomènes physiques

Guide et valide

- Élaboration de modèles théoriques décrivant ces phénomènes.

Exemple : gravitation universelle

- Newton <u>observe</u> tomber des pommes

Guide

- <u>Modèle théorique</u> de la force réciproque entre deux objets massifs :

$$F = \frac{G m_1 m_2}{d^2}$$

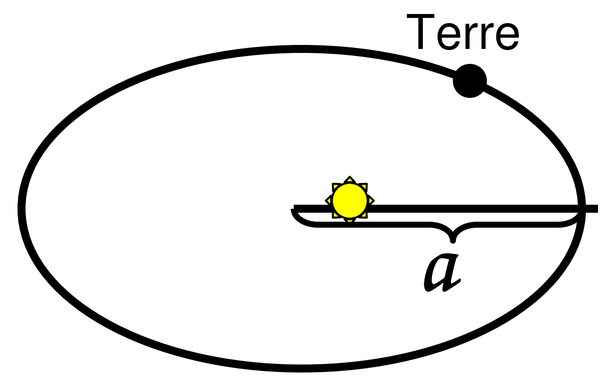
Exemple : gravitation universelle

- **Le modèle de gravitation universelle prédit la 3ème loi de Kepler :**

$$\frac{a^3}{p^2} = m_{soleil} \times G$$

a = **demi-grand-axe de l'orbite**

p = **période de révolution (an)**



- **Mesure de** $a = a_{mes}$, **de** $p = p_{mes}$

$$\frac{a_{mes}^3}{p_{mes}^2} = m_{soleil} \times G \longrightarrow$$ **Modèle validé**

$$\frac{a_{mes}^3}{p_{mes}^2} \neq m_{soleil} \times G \longrightarrow$$ **Modèle rejeté**

Aucun modèle théorique ne peut TOUT prédire !

- **La troisième loi de Kepler nous dit comment a et p sont reliés :**

$$\frac{a^3}{p^2} = m_{soleil} \times G$$

Mais elle ne donne pas leurs valeurs.
Pour les connaître , il faut des mesures !

<u>Ex</u> : si on veut connaître a, il faut <u>mesurer</u> p, m_{soleil} et G

Les mesures sont indispensables…
…Mais imparfaites par nature.

- **Une mesure ne permet jamais de connaître avec certitude la valeur de la grandeur mesurée, car la précision d'une mesure n'est jamais absolue.**

<u>En réalité</u> le résultat d'une mesure est du type :

$$a = a_{vrai} + \underbrace{\delta a}_{\text{Inconnu !}}$$

Incertitude sur une mesure

- On ne peut pas connaître la valeur exacte de δ_a
- A la place, on doit évaluer la probabilité que δ_a ait telle ou telle valeur

≡ évaluer l'incertitude sur la mesure, souvent notée σ_a

Plus l'incertitude est grande, plus la probabilité que δ_a soit grand est élevée, et plus la probabilité que la valeur mesurée a soit éloignée de a_{vrai} est élevée.

Le sens d'une mesure

- **Une mesure est le plus souvent présentée sous la forme**

$$a_{mes} = a \pm \sigma_a \qquad \text{(Ex : } a_{mes} = 4807.5 \pm 0.2\ m \text{)}$$

- **Elle s'interprète comme une <u>probabilité</u> :**
  - **Probabilité que a_{vrai} se trouve dans un certain intervalle**

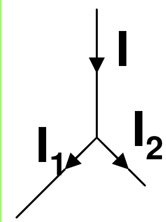
$$[a_-;\ a_+]$$

- **<u>Exemple</u> de l'incertitude gaussienne :**
  - **C'est le cas le plus fréquent, il sera étudie en détails par la suite**
  - **a_{vrai} a 68% (95%, 99.9999%) de chances de se trouver dans**

$$[a - \sigma_a\ ;\ a + \sigma_a\ ]$$
$$[a - 2\sigma_a\ ;\ a + 2\sigma_a\ ]$$
$$[a - 5\sigma_a\ ;\ a + 5\sigma_a\ ]$$

Une mesure n'a ni sens ni utilité si on ne connaît pas son incertitude

- <u>Exemple :</u>
  On veut vérifier la loi des nœuds des circuits électriques



$$I = I_1 + I_2$$

  - **Mesures sans estimation des incertitudes :**

    I_1= 31 mA, I_2=67 mA, I=105 mA – » **I_1+I_2 = 98 mA ≠105 mA ≠ I !**

    – » La loi des nœuds n'est pas vérifiée !

  - **Mesures avec estimation des incertitudes :**

    I_1= 31 ± 4 mA, I_2=67 ± 8mA, I=105 ± 9mA – » **I_1+I_2 compatible avec I !**

    – » La loi des nœuds reste valable !

L’évaluation de l’incertitude sur une mesure est une étape souvent délicate, mais elle est cruciale. Elle détermine :

- **L’intérêt du résultat**
  - **Si l’incertitude est trop grande, la mesure nous apprend peu**

- **La validité de l’expérience**
  - **Si l’évaluation de l’incertitude n’est pas fiable, la mesure est inutilisable**

Exemple : vérification de la 3ème loi de Kepler

- $R = \dfrac{a^3}{p^2}$ a la même valeur pour toutes les planètes ($\approx 0.4 \times 10^{19}$ m^3/s^2)
- Si une mesure trouve $\Delta = R_{TERRE} - R_{VENUS} \neq 0$, on a une preuve que le modèle de gravitation est faux.
- Une mesure trouve Δ=1000 ± σ_Δ m^3/s^2 …
  - Si σ_Δ = 10 m^3/s^2, on est sûr que est différent de 0
  - Si σ_Δ = 1000 m^3/s^2, la mesure ne nous apprend rien

- **Intérêt de l'expérience**

  Si $\sigma_\Delta = 1000\ m^3/s^2$ est le résultat d'une surestimation de l'incertitude, l'expérience est un échec car on n'a pas su évaluer l'incertitude.

- **Validité de l'expérience**

  Si $\sigma_\Delta = 10\ m^3/s^2$ est le résultat d'une sous-estimation de l'erreur, on prétend <u>à tort</u> que l'on a découvert une violation de la loi de Kepler. L'expérience n'est pas valide car on n'a pas su évaluer l'incertitude.

Incertitude et Erreur

Le mot « erreur » est souvent employé à la place du mot « incertitude ».
Ça n'est pas très approprié puisque l'incertitude sur une mesure est inévitable même si l'on ne s'est « trompé » nulle part en réalisant l'expérience.
Mais c'est entré dans les mœurs…

Chapitre 2

Les différents types d'incertitudes et leurs sources

Incertitudes aléatoires et systématiques

- **Il existe de nombreuses sources d'incertitudes expérimentales…**
  - **Elle diffèrent selon la nature du phénomène mesuré, la façon exacte dont l'expérience est menée, la nature et la qualité des appareils utilisés, etc…**

  => On doit souvent s'adapter en conséquence : pas de méthode universelle pour évaluer l'incertitude.

- **…qui appartiennent toutes à 2 grandes catégories**

  Incertitude *aléatoire*

  Incertitude *systématique*

Incertitude aléatoire : définition

Une mesure est affectée par une incertitude aléatoire si son résultat varie quand elle est effectuée plusieurs fois de la même façon.

Quand la mesure ne peut être effectuée qu'une seule fois, mais qu'on sait qu'elle varierait si on la recommençait, on doit lui associer une incertitude aléatoire.

Incertitude aléatoire : origines

Un système physique est en permanence le lieu de nombreux phénomènes dont les effets influent sur le résultat de la mesure.

Ces phénomènes ne sont pas constants dans le temps. Il font donc varier le résultat de la mesure lorsqu'elle est répétée.

Cette variation est aléatoire, car ces phénomènes ne peuvent être tous mesurés ou prédits simultanément, on ne sait pas dans quelle direction va avoir lieu la variation. Certains sont de plus aléatoires par nature.

Sources d'incertitudes aléatoires : grandeurs électriques

- **Mesure d'une tension, d'un courant, d'une résistance, à l'aide d'un multimètre précis.**

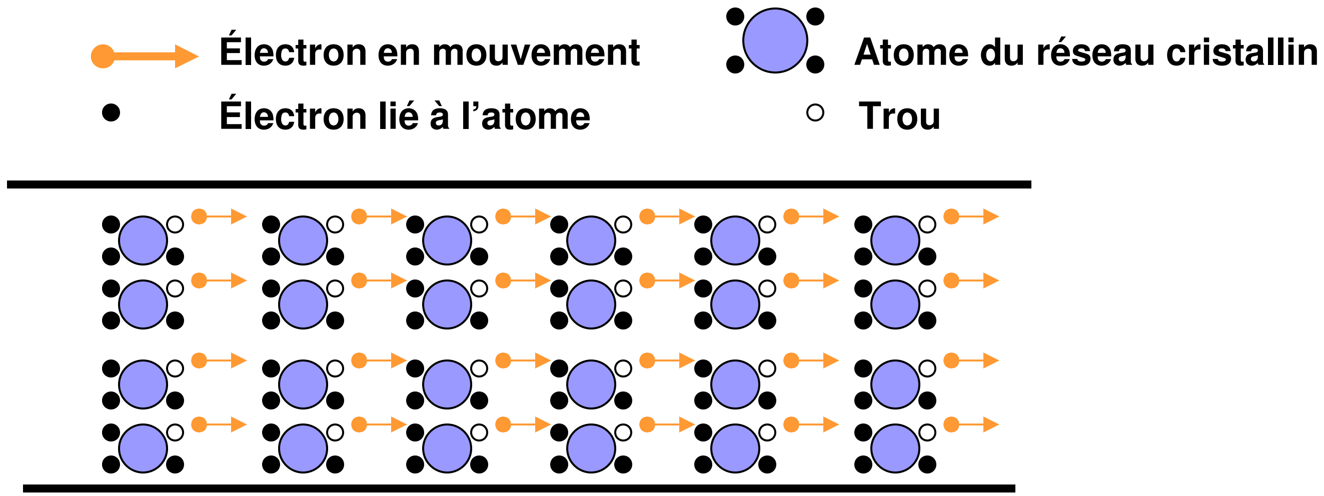
  Si l'on répète la mesure, le résultat varie.

Mesure	R(Ω)
1	100.003
2	100.007
3	100.002
.	.
.	.
100	100.004

- **Sources de variation = sources de perturbation du courant ou de l'appareillage. Ex :**
  - **Variation de la qualité des contacts (vibrations).**
  - **Variation dans l'alimentation.**

    Ex : branchement sur secteur => courant et tension délivrés sont perturbés en permanence par l'ensemble de tous les utilisateur du réseau.

¤ Nature du courant électrique



Le courant électrique est dû au mouvement d'un ensemble de porteurs de charges (électrons -, trous +).

Son intensité est proportionnelle au nombre de porteurs traversant une section donnée du conducteur durant un intervalle de temps donné.

V A R I A T I O N A L É A T O I R E

- Le mouvement des porteurs de charge est affecté par leur interaction permanente avec les atomes du réseau :
  - structure du réseau sensible à la température et donc aux fluctuations thermiques
  - réseau pas totalement uniforme (les e^- ne « voient » pas tous le même réseau)
    Les irrégularités sont disposées de manière aléatoires
- Le mouvement des porteurs est affecté par leur agitation thermique
  - sensible aux variations de température
- Les porteurs sont affectés par leur interaction avec les ondes électromagnétiques se propageant dans l'environnement du conducteur
  - Les sources de ces ondes sont multiples et variées
- Le nombre de porteurs de charge dépend du nombre de paires électron-trou
  - Des créations et des annihilations de paires ont lieu à tout moment
  - Le nombre de créations et d'annihilations par intervalle de temps varie d'un instant à l'autre :
    - Phénomène quantique
    - Dépend de la température (agitation thermique)

Le nombre de porteurs traversant une section donnée du conducteur durant un intervalle de temps donné <u>varie aléatoirement</u> d'un instant à l'autre

- **La fabrication des composants est aussi affectée par une incertitude aléatoire.**

  <u>Ex</u> : il n'est technologiquement pas possible de fabriquer deux résistances exactement identiques.

  La valeur nominale de la résistance spécifiée par le constructeur comporte une incertitude, une marge de tolérance.

  Si on mesure plusieurs résistances dont la valeur nominale est la même, on trouvera plusieurs résultats, même si la mesure en elle-même est infiniment précise.

Sources d'incertitudes aléatoires : lecture d'une échelle graduée

- **Multimètre avec cadrant à aiguille, mètre, etc. …**

- **Si l'aiguille, ou l'extrémité de l'objet dont on mesure la longueur, tombe entre deux graduations, il faut choisir une valeur « à l'œil ».**

  L'œil n'a pas une précision absolue !

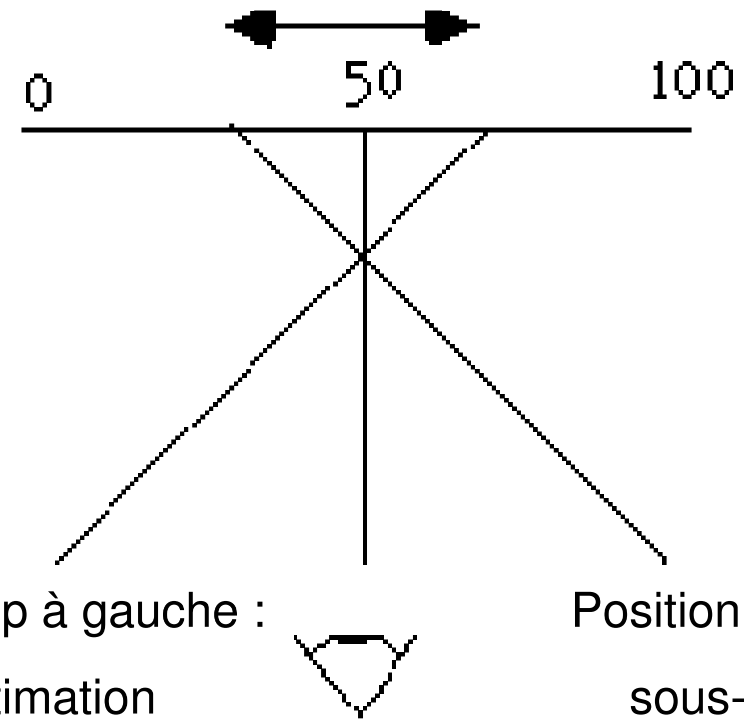
  => Incertitude sur la mesure

- **On ne peut pas savoir si la valeur choisie surestime ou sous-estime la valeur vraie. Cela peut être tout autant l'un que l'autre.**

  => Incertitude <u>aléatoire</u>

- **Source fréquente d’incertitude dans ce contexte :**

l’erreur de parallaxe

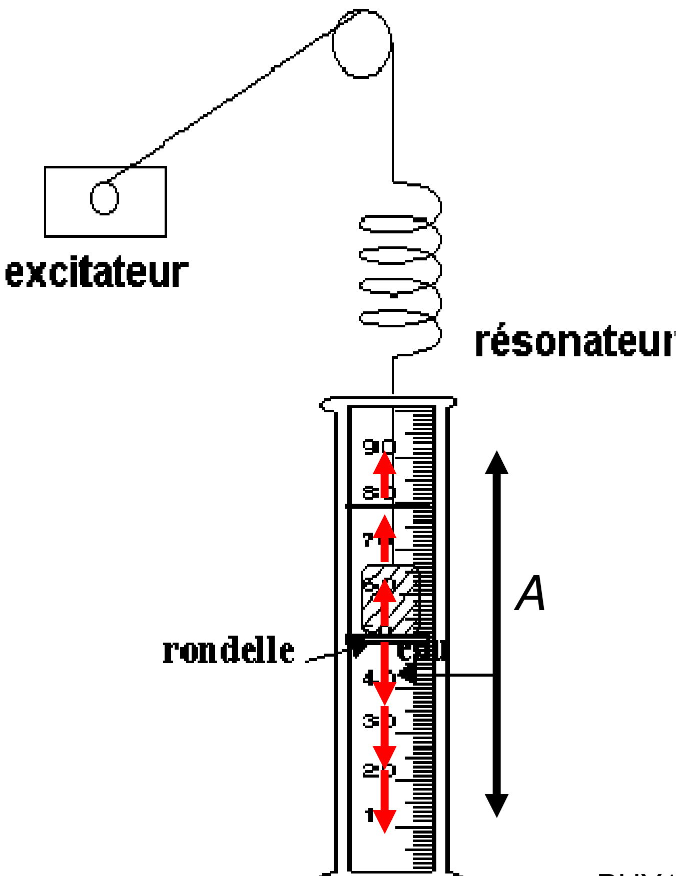


Position trop à gauche : surestimation

Position trop à droite: sous-estimation

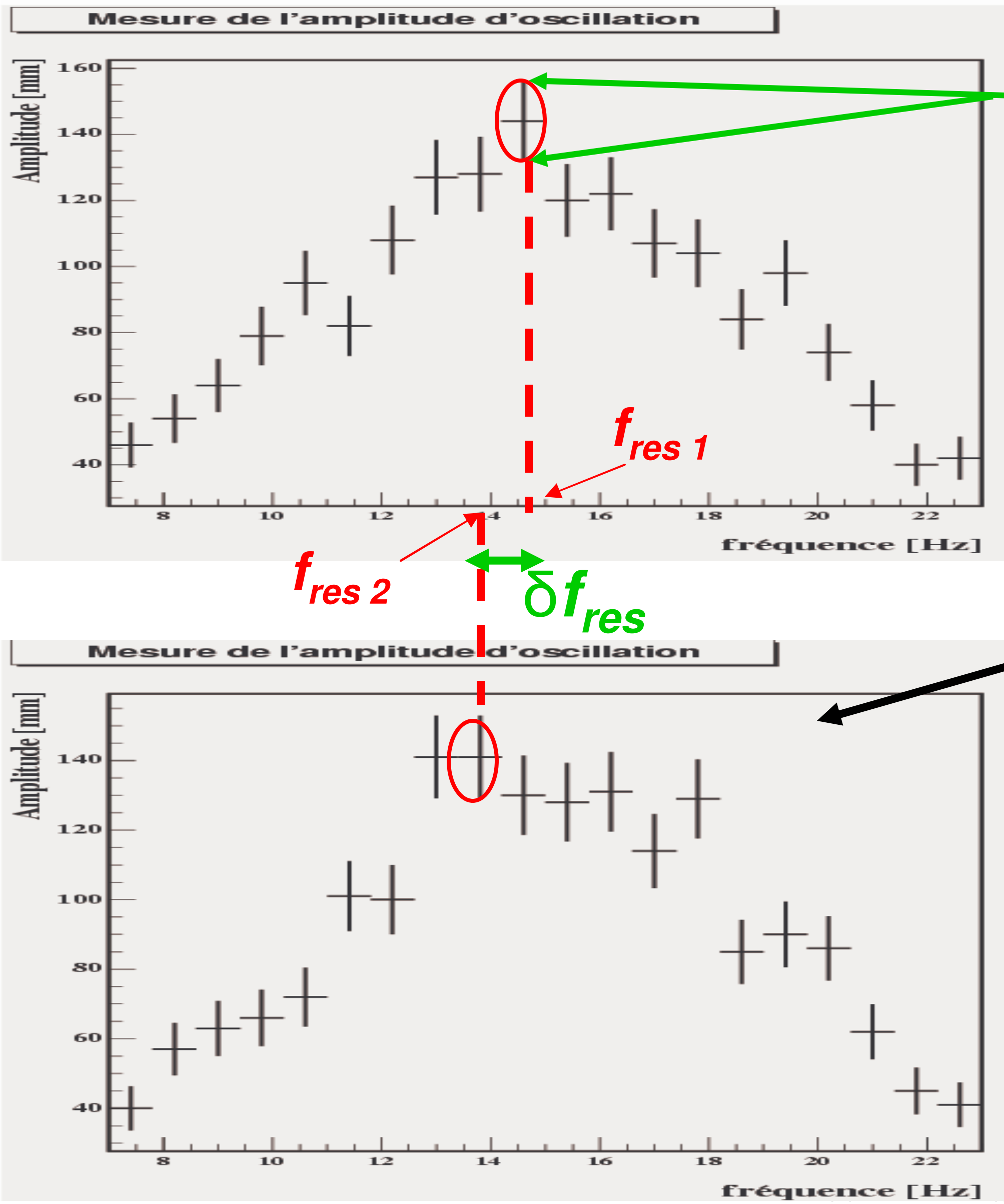
Sources d'incertitudes aléatoires : mesure par balayage

<u>Ex</u> : mesure de la fréquence de résonance f_{res} d'un oscillateur



- **On observe l'oscillation forcée d'un poids suspendu à un ressort**
- **La source externe d'excitation provient d'un excitateur. On peut régler la fréquence d'excitation *f*.**
- **On fait varier *f* jusqu'à ce qu'on trouve la résonance**
- **On mesure l'amplitude *A* des oscillations à l'aide de la règle graduée**

Méthode simple : f_{res} = maximum de la courbe A=f(f)



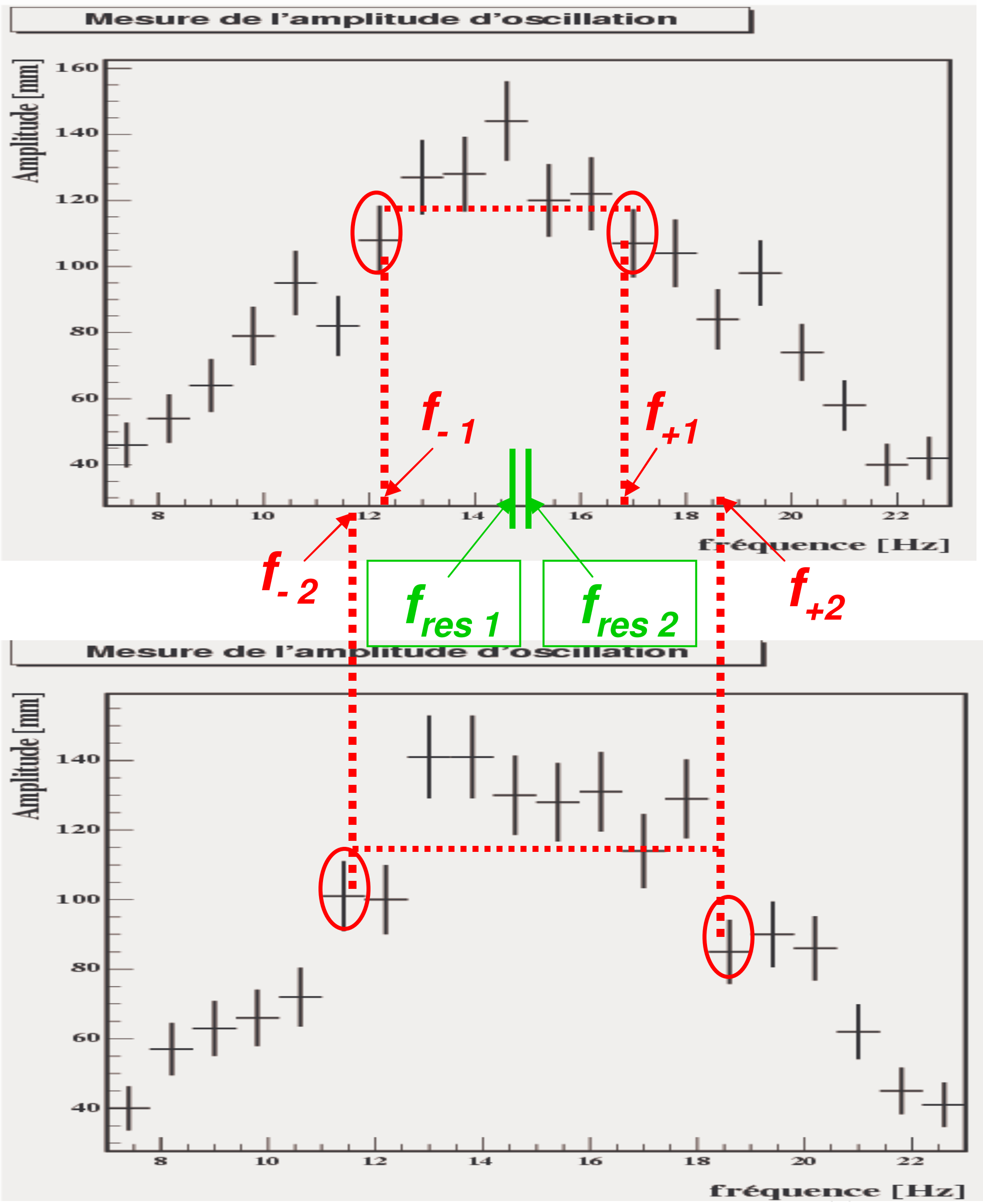
Incertitude aléatoire sur chaque mesure de A, qui provient de l'incertitude sur la mesure à l'aide de la règle.

⇒On n'est pas sûr que le point choisi corresponde vraiment à la fréquence de résonance…

Si l'on prenait une <u>nouvelle série de mesures</u>, cette incertitude ferait varier le résultat

δf_{res} régi par l'incertitude aléatoire σf_{res} qui est difficile à évaluer avec cette méthode de mesure.

Méthode par balayage



On balaie les fréquences jusqu'à ce qu'on trouve 2 fréquences f_+ et f_- dont il est très probable qu'elles soient respectivement supérieure et inférieure à $\boldsymbol{f_{res}}$, compte tenu de l'incertitude sur les points de mesures.

=> $f_{res} = f_- + (f_+ - f_-)/2$

D'une série de mesures à une autre, on a une variation aléatoire de f_+ et, et f- donc toujours une incertitude aléatoire sur $\boldsymbol{f_{res}}$.

Cependant, on a

$$\sigma f_{res} < (f_+ - f_-)/2$$

La variation de la courbe d'une série de mesures à une autre ne peut pas être assez grande pour que cela soit faux, compte tenu de l'incertitude sur chaque point de mesure.

La méthode par balayage permet une mesure rapide de et permet d'évaluer facilement l'incertitude aléatoire en prenant

$$\boxed{\sigma f_{res} = (f_+ - f_-)/2}$$

Sources d'incertitudes aléatoires : mesure d'une grandeur elle-même aléatoire

Ex : mesure de l'activité d'un élément radioactif

- **Activité A d'un radioélément = nombre d'atomes se désintégrant durant un intervalle de temps donné.**

- **<u>Le processus de désintégration est aléatoire</u>. Si on mesure simultanément l'activité de plusieurs échantillons identiques (même masse ou même volume) d'un même radioélément, les résultats varient d'un échantillon à l'autre.**

  Cette variation existerait même si les mesures avaient une précision absolue. Elle est due à la nature aléatoire du phénomène de désintégration.

Sources d'incertitudes aléatoires :

mesure d'une grandeur elle-même aléatoire

- **<u>Ex</u> : Le gaz présent dans le sol contient du Radon 222. Ce gaz radioactif est l'une des principales sources d'exposition à la radioactivité naturelle.**

  On prélève 10 échantillons de 120 cm^3 de gaz dans le sol. On mesure dans chaque échantillon le nombre N de désintégrations en une minute :

Échantillon	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N	54	63	71	73	48	93	68	59	81	69

- **Si on ne peut faire qu'une seule mesure, il faut associer au résultat une <u>incertitude aléatoire</u>, puisqu'on sait que le résultat varierait si on faisait une autre mesure.**