PHY6650A
Devoir #2
À remettre avant 20h le lundi 28 sept.

Une fois le devoir terminé, numérisez votre solution d'une certaine façon. Il est votre responsabilité de vous assurer que le document numérisé est lisible. Envoyez-moi vos devoirs numérisés par courriel (london@lps.umontreal.ca).

1. *La représentation chirale*: Montrez qu'un choix alternatif pour les matrices $\vec{\alpha}$ et $\beta$ dans l'équation de Dirac est

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} -\vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix} \quad , \quad \beta = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} .$$

Écrivant la fonction d'onde comme

$$\psi = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} e^{-ip\cdot x} ,$$

obtenez les équations qui sont satisfaites par $\phi$ et $\chi$. Vérifiez qu'on retrouve $E^2 = \vec{p}^2 + m^2$. Montrez que les équations pour $\phi$ et $\chi$ découplent si $m = 0$. Quelles sont les énergies et les hélicités des particules décrites par $\phi$ et $\chi$ dans cette limite?

2. *Les formules de décomposition de Gordon*: Démontrez

$$\begin{aligned} 2m(\bar{u}_2\gamma^\mu u_1) &= \bar{u}_2(p_2+p_1)^\mu u_1 + i\bar{u}_2\sigma^{\mu\nu}(p_2-p_1)_\nu u_1 , \\ 2m(\bar{u}_2\gamma^\mu\gamma^5 u_1) &= \bar{u}_2(p_2-p_1)^\mu\gamma^5 u_1 + i\bar{u}_2\sigma^{\mu\nu}(p_2+p_1)_\nu\gamma^5 u_1 , \\ 0 &= \bar{u}_2(p_2-p_1)^\mu u_1 + i\bar{u}_2\sigma^{\mu\nu}(p_2+p_1)_\nu u_1 , \\ 0 &= \bar{u}_2(p_2+p_1)^\mu\gamma^5 u_1 + i\bar{u}_2\sigma^{\mu\nu}(p_2-p_1)_\nu\gamma^5 u_1 , \end{aligned}$$

où $u_1$ et $u_2$ sont des spineurs de Dirac pour une particule de masse $m$.

3. *Les transformations de Fierz*: dans la base $\Lambda_i = \{1, \gamma_\mu, \sigma_{\mu\nu}, \gamma_\mu\gamma_5, \gamma_5\}$, montrez qu'on peut écrire

$$\bar{u}_3\Lambda_i u_2 \bar{u}_1 \Lambda_i u_4 = \sum_{j=1}^{5} \lambda_{ij} \bar{u}_1 \Lambda_j u_2 \bar{u}_3 \Lambda_j u_4$$

où

$$\lambda_{ij} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & -1 & 1 \\ 4 & -2 & 0 & -2 & -4 \\ 12 & 0 & -2 & 0 & 12 \\ -4 & -2 & 0 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & \frac{1}{2} & 1 & 1 \end{pmatrix} .$$

Pour faire cela, écrivez

$$u_2\bar{u}_1 = a \cdot 1 + b_\mu \gamma^\mu + c_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu} + d_\mu \gamma^\mu \gamma_5 + f\gamma_5 \ .$$

On peut trouver les coefficients $\{a, b_\mu, c_{\mu\nu}, d_\mu, f\}$ en multipliant chaque côté de cette expression par une matrice appropriée et en calculant la trace.